INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

BENJAMIM CARDOSO DA SILVA NETO

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E PRODUÇÃO DE SIGNIFICADO: PROPOSTA DE TAREFAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DO TEOREMA DE TALES

JATAÍ, GO
2016

BENJAMIM CARDOSO DA SILVA NETO

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E PRODUÇÃO DE SIGNIFICADO: PROPOSTA DE TAREFAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DO TEOREMA DE TALES

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Campus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação para Ciências e Matemática.

Área de concentração: Ensino

Linha de pesquisa: Fundamentos, Metodologias e Recursos para a Educação para Ciências e Matemática

Sublinha de pesquisa: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Adelino Cândido Pimenta

JATAÍ, GO

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

Silva Neto, Benjamim Cardoso da.

SIL/his História da matemática e produção de significado: proposta de tarefas didáticas para o ensino do teorema de Tales [manuscrito] / Benjamim Cardoso da Silva Neto - 2016.

177 f.

Orientador: Dr. Adelino Cândido Pimenta.

Dissertação (Mestrado) – IFG – Campus Jataí, Programa de Pós – Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2016.

Bibliografia.

Apêndices.

1. História da matemática. 2. Tarefas didáticas – teorema de Tales - matemática. 3. Matemática – modelo dos campos semânticos. 4. Matemática – produção de significado. I. Pimenta, Adelino Cândido. II. IFG, Campus Jataí. III. Título.

CDD 510.9

Ficha catalográfica elaborada pela Seção Téc.: Aquisição e Tratamento da Informação.
Bibliotecária – Wilma Joaquim Silva – Campus Jataí. Cod. F026/16.

BENJAMIM CARDOSO DA SILVA NETO

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E PRODUÇÃO DE SIGNIFICADO: PROPOSTA DE TAREFAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DO TEOREMA DE TALES

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Educação para Ciências e Matemática e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora.

Prof. Dr. Adelino Cândido Pimenta
Presidente da banca / Orientador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Paulo Henrique de Souza
Membro interno
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Rodolfo Chaves
Membro externo
Instituto Federal do Espirito Santo

Jatai, 19 de setembro de 2016

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao Criador dos Céus e da Terra, Nosso Senhor, Deus Pai Todo Poderoso. Aos meus pais, minha querida esposa e meus sobrinhos, Nick, Yasmim e João Victor.

AGRADECIMENTOS

Pela concepção que tenho de vida, e por considerar que toda sua estrutura, alicerce e fundamento é obra de Deus, agradeço fielmente aos caminhos a que Ele concedeu o direito de trilhar. E afirmo, que sem Ele não teria força alguma de conduzir estes estudos, seria um nada. Portanto, a Ele toda a Glória e Louvor.

Agradeço à minha esposa, Celma, pelas palavras sinceras, ajudas nas leituras e nos trabalhos. Esteve e está ao meu lado nos momentos fáceis e difíceis, aceitou a distância e me fez seguir em frente.

Agradeço aos meus pais, José Ribamar e Vitória Régia, exemplos de perseverança nas superações da vida. Sabemos que os obstáculos foram muitos e que tínhamos todas as alternativas para seguir o caminho errado, mas as jogamos para o alto e reconhecemos que tudo é ao tempo do Nosso Senhor. Mais uma vez, a Ele toda Glória e Louvor.

Aos meus sobrinhos, Nick, Yasmim e João Victor, que por meio de sorrisos inocentes, afagos, abraços e carinhos me estimularam nas rotinas das mesas de estudos.

À Tatiana, minha cunhada, que cuidou de meus pais na minha ausência. Ao Wendel, meu irmão, que nos deixou sem chão ainda durante as aulas de mestrado, e onde quer que esteja, existe um pouco dele aqui.

Aos meus sogros, Raimundo e Cleonice, pela acolhida e incentivo em sua residência.

À minha amiga de turma de mestrado Fabiana Leal. Compartilhamos as aflições, alegrias, saudades e tristezas de dois estudantes longe de casa durante as atividades do mestrado.

Agradeço aos meus amigos Janio Pessoa e Sulenir, que mesmo geograficamente distantes, apoiaram minhas decisões incentivando ao prosseguimento do curso.

Aos meus amigos do IFMA e companheiros de trabalho, Hébelys, Vivianny, Roberto Kennedy, Tâmara, Dorotéia, Deibid e Rosimiro, que calorosamente, com sorrisos, ensinamentos e conselhos, abrilhantaram meus estudos.

À Vânia, Renam, Leidivanha, Elton, Milena e Josélia (amigos de graduação do Curso de Licenciatura em Matemática), por terem aceitado minhas ausências nos encontros de amigos no Piauí.

Aos alunos da turma Agro 21 – 2015 do IFMA – São Raimundo das Mangabeiras, que participaram da pesquisa.

Agradeço imensa e substancialmente ao PROFESSOR Adelino Candido Pimenta pela orientação, incentivo e compreensão durante o período do mestrado. Aos Professores Duelci, Rodolfo e Paulo Henrique, que juntamente com o PROFESSOR Adelino tornaram-se fontes de inspiração teórica e epistemológica, caráter e perseverança. Foi uma honra ter sido moldado por vocês. Escrevo que seus ensinamentos e suas amizades permanecerão imutáveis em minha vida. Sou apenas um filhote de pássaro que sonha voar tão longe como quem o ensinou a voar.

Aos meus PROFESSORES, Luciene, Marta, Marlei, Daniella, Ruberley e Sandra, pelos ensinamentos prestados e refletidos em minha prática de sala de aula. A eles um OBRIGADO é muito pouco!

À Dona Silvana e Dona Mara Sandra, pelos e-mails trocados pedindo favores e informações por conta da distância. Agradeço pela paciência e compreensão.

Aos professores e diretores do Campus São Raimundo das Mangabeiras, que contribuíram para a realização da pesquisa cedendo espaços e horários.

A todos os amigos da 3ª turma do mestrado e seus lindos sotaques.

A todos, dedico cada letra e cada intenção deste trabalho.

Muito obrigado.

“[...] a mais intensa oportunidade de aprendizagem acontece no momento em que professor e aluno compreendem que as legitimidades de cada um, naquele momento são diferentes [...]”.

(LINS, 2008, p. 547)

RESUMO

A presente pesquisa de campo tem uma abordagem qualitativa e foi desenvolvida em uma turma de alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de São Raimundo das Mangabeiras – Maranhão. Constitui-se em um trabalho de dissertação de Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática e consiste na elaboração, aplicação e validação de um produto educacional apresentado aos alunos desta turma. Tem como objetivo geral analisar a produção de significado matemático de alunos na resolução de tarefas didáticas sob o aporte epistemológico do Modelo dos Campos Semânticos (MCS). Sob a influência das noções de significado e conhecimento expressos no MCS, proporcionou-se uma aliança entre a noção epistemológica e o recurso história da matemática por meio da construção de um episódio de história da matemática baseado em relatos tradicionais versando sobre a estruturação do Teorema de Tales, partindo do problema do cálculo da altura de uma pirâmide e propondo a resolução de tarefas didáticas aos alunos. Foram realizados cinco encontros com a turma nos horários das aulas de Matemática para aplicação do episódio de história da matemática e das tarefas didáticas. O trabalho utilizou a pesquisa de campo e o auxílio de imagens e gravação de áudio com realização da transcrição. Apresenta as resoluções dos alunos por meio de registros escritos, gestos e falas, que na concepção dos autores produziram significado de acordo com as noções-categorias apontadas no MCS. Destaca-se que foi estabelecida uma leitura da produção do significado destes sujeitos nas tarefas propostas e que em outra situação poderiam ser produções diferentes. O MCS se desenvolve no campo da ação e, naquele momento, a percepção trazida não é a do erro, mas a do processo, em que se pode saber de onde o aluno legitima aquilo que fala e enquanto professor deve-se ir até onde o aluno está, cognitivamente, para conversar com ele. Entende-se, no entanto, a viabilidade de aplicação das tarefas desenvolvidas para salas de aulas reais. As produções dos alunos caminharam na direção que era objetivado, promovendo a validação da sequência de tarefas desenvolvida na pesquisa. O produto educacional, *Tarefas didáticas com uso de episódios de história da matemática visando à produção de significado sobre o Teorema de Tales* é capaz de tornar um instrumento que se incorpore às estratégias adotadas por professores de Matemática no uso da história da matemática na sala de aula, possibilitando uma aproximação entre alunos e professor e entre alunos e alunos, uma vez que o MCS permite e vislumbra essa aproximação entre os indivíduos no contexto do processo ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: Modelo dos Campos Semânticos. História da matemática. Tarefas didáticas. Produção de significado.

ABSTRACT

This field of research has a qualitative approach and was developed in a group of students of the second grader of High School in a public school in São Raimundo das Mangabeiras - Maranhão. It consists of a Professional Master of Science dissertation in Education and it portrays the development, application and validation of an educational product presented to the students in this class. It aims to analyze the mathematical meaning production of students in solving educational tasks according to the epistemological contribution of the Model of Semantic Fields (MSF). About the influence of the notions of meaning and knowledge expressed in MSF, it was afforded an alliance between the epistemological notion and the resource of the history of mathematics through the construction of an episode of history of the mathematics based on traditional reports dealing on the structure of Thales' Theorem starting from the height calculation of the problem of a pyramid and proposing the resolution of learning tasks to students. There were five meetings with the group during the math classes for application of the episode of the history of mathematics and teaching tasks. The study used the field research and the support of images and audio recording with completion of transcription. It presents the resolutions of students through written records, gestures and speeches, which according to the authors, produced meaning according to the notion-categories identified in the MSF. It is noteworthy that a reading of the production of the meaning of these subjects was established in the proposed tasks and in another situation could be different productions. MSF is developed in the field of action and at that moment, brought perception is not the error, but the process in which one can know where the student legitimizes what speech and as a teacher should go to where the student is to talk to him cognitively. It is understood, however, the feasibility of implementation of the tasks performed for real classrooms. The productions of the students walked in the direction that was objectified by promoting the validation of the sequence of tasks developed in the research. The educational product, educational tasks with the use of mathematics history of episodes aimed at producing meaning on Thales' Theorem is able to make an instrument that incorporates the strategies adopted by mathematics teachers in the use of the history of mathematics in the classroom enabling a connection between teacher and students and between students and students, since the MCS allows and sees this approach among individuals in the context of teaching and learning process.

Keywords: Model of Semantic Fields. History of mathematic. Teaching tasks. Production meaning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE APÊNDICES

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ETM – Ensino Tradicional de Matemática

MCS – Modelo dos Campos Semânticos

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Iniciamos esta dissertação de mestrado solicitando licença à utilização da primeira pessoa do singular em alguns momentos deste texto introdutório descrevendo o caminho percorrido, enquanto estudante e docente de Matemática até a escolha do tema que norteia esta pesquisa. Assim, quando escrevermos em primeira pessoa do singular estaremos nos referindo ao orientando somente, e quando escrevermos em primeira pessoa do plural nos referimos aos pesquisadores deste trabalho, orientando e orientador. Nesta introdução trazemos também uma breve descrição do referencial teórico e metodológico consultado para a realização desta pesquisa, além de uma descrição dos capítulos que a constituem.

A motivação para este trabalho originou-se ainda enquanto estudante da Educação Básica, quando tentava entender os porquês de algumas fórmulas matemáticas, de onde surgiram símbolos, teoremas, problemas. Interrogava-me por que "fórmulas" recebiam os nomes de personagens da Matemática, tais como Bháskara, Arquimedes, Heron, Tales de Mileto, Pitágoras. Ficava inconformado com as poucas páginas nos livros didáticos dedicados aos episódios da história da matemática, além disso, o descaso dos professores em não explorar esse material.

Quando interroguei certa vez meu professor de Matemática, ainda na quinta série, atual 6º ano, sobre como desenvolveram a √ do número 2, o que ela representava e por que algumas raízes eram números irracionais e outros não, continuei sem resposta. Algo me levou a leituras que envolviam passagens da história das civilizações antigas, o desenvolvimento de técnicas, curiosidades matemáticas, personalidades citadas nos livros didáticos de Matemática que são mencionadas em sala de aula. Os episódios antigos registrados em materiais didáticos me motivavam e me direcionaram para outras leituras. Os episódios, lendários ou não, muito influenciaram para o prosseguimento dos meus estudos. Por estes motivos, defendo neste trabalho a inserção da História da Matemática em sua forma episódica no trabalho em sala de aula. Entendemos que a História pode contribuir e incentivar a aprendizagem de alunos e apresentada em formato episódico anedotário ou real viabiliza a pesquisa e a busca por novas informações.

> É verdade que a história contribuiu com uma ou duas anedotas: Pitágoras, o vegetariano, sacrificando (supostamente) uma centena de bois, uma hecatombe, para acelerar a descoberta do seu teorema; Euclides sugerindo a seu rei, numa palestra, que não existe caminho real para a geometria; Newton e Leibniz discutindo sobre sua participação na invenção do cálculo,

> como dois adolescentes disputando a mesma garota. (STRUIK, 1985, p. 191).

A Matemática é considerada uma disciplina difícil, cheia de fórmulas, e fora de um contexto real (PEREIRA; SANTIAGO; MORAIS, 2015). A busca por novas metodologias de ensino torna a aula de Matemática mais atrativa e dinâmica. A história da Matemática, por exemplo, pode auxiliar na produção do conhecimento e na percepção da evolução dos conceitos matemáticos, pois o enfoque histórico permite ao aluno descobrir a origem dos conceitos, fórmulas e dos métodos matemáticos (GROENWALD; SILVA; MORA, 2004).

A História da Matemática apetecia e encantava minhas leituras, permitindo uma viagem em épocas históricas e antigas. Os episódios matemáticos, mesmo que lendários, tornavam muitos matemáticos e outras personalidades célebres das Ciências Exatas em pessoas que foram responsáveis pelo desenvolvimento das ciências, da tecnologia e da sociedade. Um episódio na história da matemática, de acordo com Pereira, Santiago e Morais (2015, p. 93), é um fato que "conta uma descoberta matemática em uma extensão menor, podendo ser uma história ou estória, verdade ou ficção, que mostre um momento em que a sociedade teve ideias que deram forma a nossa cultura".

Enquanto estudante de Licenciatura em Matemática, a disciplina de História da Matemática não contribuiu para que em minhas aulas abordasse a história da matemática como recurso metodológico, não permitindo uma mudança no exercício da prática profissional. Confesso que esperava formas de como ministrar aulas de Matemática utilizando a história da matemática como recurso didático e até entender como este recurso poderia influenciar o processo de ensino e aprendizagem. A busca por novas metodologias de ensino de Matemática com a utilização de recursos contribuiu para numerosas leituras sobre as tendências matemáticas e sobre experiências exitosas de outros pesquisadores em ensino de Matemática.

Identifiquei ainda na graduação que a História da Matemática, enquanto disciplina, faz seu papel de conhecer a História, e enquanto recurso didático ou auxílio metodológico exerce seu papel de transmissora de um conhecimento em construção. Neste momento, destacamos que quando o termo História da Matemática disser respeito a uma área do conhecimento ou à disciplina terá suas iniciais grafadas em maiúsculas e quando se referir a recurso didático ou procedimento de ensino grafaremos história da matemática. Do mesmo modo, quando trouxermos "Matemática", fazemos alusão a uma área do conhecimento, e "matemática" quando se tratar de uma qualidade, adjetivo.

Minha prática docente, embora não seja extensa (2010 – 2016), atuando nos Ensinos Fundamental, Médio e Superior, me fez refletir sobre o que seriam os processos de ensino e aprendizagem e também o que poderia fazer, no trabalho de sala de aula, para favorecer o andamento destes processos. Assim, explorei, no entanto, as tendências em Educação Matemática e as novas abordagens da Matemática em sala de aula e foi na tendência História da Matemática que percebi o potencial do recurso, a riqueza das informações e a forma como poderiam ser apresentadas em sala de aula, seja por meio de leitura de textos, resolução de problemas célebres, encenação de peças teatrais, contextualização com outras disciplinas, emprego em atividades e tarefas didáticas, quadrinhos.

A história da matemática, enquanto recurso didático, possui potencial pedagógico ímpar. Algumas obras defendem seu uso em sala de aula. Brito e Mendes (2009, p. 09), por exemplo, justificam a importância do uso da história da matemática nas aulas de Matemática.

> 1) a história aumenta a motivação para a aprendizagem da Matemática;
> 2) humaniza a matemática;
> 3) mostra seu desenvolvimento histórico por meio da ordenação e apresentação de tópicos no currículo;
> 4) os alunos compreendem como os conceitos se desenvolveram;
> 5) contribui para as mudanças de percepções dos alunos com relação à Matemática, e
> 6) suscita oportunidades para a investigação Matemática. (BRITO; MENDES, 2009, p. 09).

Ainda na mesma obra são colocados alguns elementos que dificultam o trabalho com a história da matemática, tais como o despreparo dos professores, a falta de tempo, a ineficácia dos dados históricos trazidos nos livros didáticos (BRITO; MENDES, 2009). Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) reforçam a necessidade de um discurso histórico no ensino de Matemática, considerando-o um aspecto importante da aprendizagem matemática, pois é capaz de proporcionar uma compreensão ampla da trajetória dos conceitos e métodos da ciência, torna-se um item a mais a ser incorporado ao rol dos conteúdos (BRASIL, 2000).

A apresentação de tópicos da História da Matemática em sala de aula é defendida por um número expressivo de obras (PEREIRA; SANTIAGO; MORAIS, 2015). E para entendermos como ocorre o ensino de história da matemática na sala de aula e apontarmos que caminho deveria ser seguido no trabalho, nos apossamos das ideias expressas por D’Ambrosio (1996), Baroni, Teixeira e Nobre (2012), Groenwald, Silva e Mora (2004), Miguel e Miorim (2011), e ainda quando mencionamos a história da matemática em seu formato episódico utilizamos os trabalhos de Pereira, Santiago e Morais (2015).

Miguel e Miorim (2011), por exemplo, consideram que a história da matemática na sala de aula possibilitaria a desmistificação e a não alienação do ensino de Matemática. Tentando encontrar uma forma de contribuir com processo ensino e aprendizagem foi que a história da matemática entrou ainda mais em minha vida, à medida que meu grau de instrução aumentava, a História da Matemática fascinava-me ainda mais, e ideias sobre como utilizá-la em sala de aula como um recurso didático surgiam em todo momento.

O exercício da docência me fez perceber que os alunos esperam muito de nós, professores, e eu me perguntava o que poderia esperar deles. Durante algum tempo não sabia definir o que seria deficiência dos alunos e o que seria deficiência minha. Sempre lancei mão de aulas cantaroladas, aulas de campo, de invenções com sucatas, construção de sólidos, peças teatrais e construção de atividades. Tentava de uma maneira ou de outra inserir a história da matemática episodicamente levantando discussões para a introdução de algum conteúdo do livro didático.

Aprendi no mestrado que os alunos, ou melhor, cada aluno, opera Matemática de um jeito só seu. Todos ao seu tempo, os alunos solucionam, conferem, registram problemas cada um em seu próprio saber. A percepção desta noção me fez deixar de avaliar apenas o que está certo ou errado. Segundo Sadovsky (2007, p. 35), ao solucionar um problema "um aluno pode ter resolvido determinado problema sem lançar mão de uma perspectiva muito geral". O aluno analisa suas questões e resoluções cada um de uma maneira diferente. Corrobora com este pensamento Maia (2009, p. 17), quando afirma que "todo indivíduo age sobre o real em função do estado de conhecimento que ele tem desse mesmo real", trabalha em um campo próprio e podemos dizer único. Podemos, enquanto professores, ir até o campo que este aluno fala e nos dele, para só depois passar a uma compreensão daquilo que o aluno emite, e estabelecer um projeto que permite ir a novos campos (LINS, 1999).

Decidida a história da matemática como um levante ao trabalho de dissertação, estruturamos como eixo epistemológico a produção de significado proposto pelo Modelo dos Campos Semânticos (MCS). Tive contato com o MCS com meu orientador de mestrado que contribuiu com o levantamento dos materiais de estudo sobre a teorização ou processo que detalharei nos capítulos que seguem. O temor da aliança entre o ensino de história da matemática e o MCS causava medo e desconforto; poucos trabalhos sinalizavam esta aliança. Fortalecido pelo orientador e sustentado em referenciais teóricos, tomei a inciativa de seguir em frente com a ideia do trabalho.

O MCS, no início dos estudos de Mestrado, mostrou-se nebuloso e de difícil compreensão. Desenvolvido por Romulo Campos Lins (1992) em sua tese de doutorado intitulada "*A framework for understanding what algebraic thinking is*" (Um quadro de referência para entender-se o que é pensamento algébrico) (LINS, 1992, tradução nossa) e desenvolvida no *Shel Center for Mathematical Education* em Nothingam – Inglaterra, no período de 1988 a 1992. Lins (2012b, p. 11) explica que, com o desenvolvimento do MCS, "queria dar conta de caracterizar o que os alunos estavam pensando quando 'erravam', mas sem recorrer a esta ideia de erro". As inquietações de Romulo Campos Lins se dirigiam para o entendimento de como os alunos aprendiam Matemática em sala de aula. Assim, centrei minhas atenções ao MCS atraído pelo que ele explica e estabeleci uma decisão sobre o uso da teorização em meu trabalho, tentando entender como os alunos compreendiam e resolviam um problema.

Entendemos que uma pesquisa deve possuir um modelo epistemológico e como tal deve permear todo o processo, o problema de pesquisa, o referencial teórico, os resultados e os métodos. De acordo com Lins (1993), todo pesquisador deve manter explícitas suas posições epistemológicas.

O referencial teórico adotado para o trabalho com a produção de significados difere das teorias piagetianas e também da didática francesa, que possui caracterizações diferentes do modelo que adotamos (HENRIQUES, 2013). O MCS, de acordo com Silva (2003), nos permite identificar os significados que cada sujeito produz, no interior de uma atividade, para um determinado objeto que está sendo constituído por este sujeito. A partir de um aprofundamento teórico decidimos formular a ideia central do nosso trabalho de dissertação, produção de significado e história da matemática. A dúvida estava em como atrelar o referencial epistemológico ao recurso didático. A conveniência de elaborar tarefas didáticas que em seu corpo textual houvesse presença de história da matemática foi encontrado em Miguel et al. (2009), que propõe história da matemática em atividades didáticas.

Chamamos nossa produção de tarefas didáticas em consonância com alguns autores que valorizam as estratégias desenvolvidas pelos alunos. Como afirma Loth (2011), as tarefas didáticas devem:

> (i) estimular a produção de significados dos alunos quando eles se dispuserem a resolver as tarefas propostas; (ii) ampliar as possibilidades de estratégias de resolução dos alunos (ou como dizemos sua maneira de operar), ao invés de reduzi-las; (iii) possibilitar que vários elementos do pensar matematicamente estejam em discussão, como a análise da

> razoabilidade dos resultados, a busca de padrões nas resoluções, o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas, entre outras. (LOTH, 2011, p. 18-19).

As tarefas didáticas de Matemática assumem grande relevância quando se pensa em aprendizagem dos alunos. O tipo de tarefa influencia o modo como os alunos aprendem a pensar matematicamente e sua seleção, produção e aplicação na sala de aula necessitam de uma grande atenção por parte do professor (MENDES; OLIVEIRA; BROCARDO, 2011).

Neste sentido objetivamos criar tarefas didáticas que abordassem a história da matemática de maneira episódica e possibilitasse uma produção de significado matemático pelos alunos. A adoção de tarefas que remetessem à nossa noção epistemológica a respeito da produção de significado de acordo com o MCS propiciou uma maior liberdade na confecção de nosso produto educacional, exigência do mestrado profissional. O produto educacional deste trabalho é uma sequência de tarefas didáticas que, segundo nosso entendimento, subsidiará a prática de outros professores de Matemática. Nosso trabalho foi apresentado no XIX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós Graduação em Educação Matemática – 2015 (Juiz de Fora - MG), no I Encontro Nacional de Mestrados Profissionais na área de Ensino – 2015 (Goiânia - GO), no II Seminário Cearense de História da Matemática – 2016 (Fortaleza - CE). A proposta da dissertação foi apresentada como minicurso no Colóquio Regional de Educação Matemática – 2016 (Piripiri - PI) e também conseguimos uma publicação na revista Polyphonía (impresso e digital) da Universidade Federal de Goiás.

A pesquisa tem um caráter qualitativo, ancorado no que Bogdan e Biklen (1994) expressam quando afirmam que os investigadores qualitativos assumem a ideia de que podem ser mais bem compreendidos quando as suas ações são observadas no ambiente habitual de ocorrência. Ainda segundo a obra, neste tipo de investigação a pesquisa é descritiva, os dados são recolhidos em palavras ou imagens e os resultados são escritos baseados em citações que ilustram e substanciam a apresentação da pesquisa (BOGDAN; BIKLEN, 1994). No entanto, visando nos aproximar dos alunos, enfatizando a ação deles na resolução de atividades, convencionamos a elaboração de tarefas didáticas.

Confeccionamos quatro tarefas didáticas que possuem em seu corpo a história da matemática como uma força maior para o levantamento das enunciações dos alunos envolvidos na pesquisa. As tarefas foram realizadas dentro e fora da sala de aula. Aquelas dentro da sala foram gravadas em áudio, e as outras, fotografadas. Os alunos sujeitos da pesquisa foram de uma turma do 2º ano Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão, campus São Raimundo das Mangabeiras. Os alunos responderam inicialmente a um questionário sobre o uso da história da matemática nas aulas, em que tentamos identificar que concepções possuíam sobre história da matemática.

Em busca de um conteúdo que pudesse ser trabalhado nos encontros de forma que fizesse parte do programa da disciplina de Matemática do 2º ano do Ensino Médio dessa escola, encontramos no Teorema de Tales uma saída pertinente para o início dos trabalhos sobre Geometria Plana. Desta maneira estruturamos nosso trabalho como sendo "Produção de significado e história da matemática: uma proposta de tarefas didáticas para o ensino do Teorema de Tales", como sendo o título norteador de nossa pesquisa. Nosso principal objetivo foi criar tarefas didáticas com história da matemática capazes de produzir significado matemático em alunos do Ensino Médio, estabelecendo como problema de pesquisa o desenvolvimento de uma sequência de tarefas didáticas que se utilize da história da matemática em seu caráter episódico capaz de produzir significado matemático para o Teorema de Tales.

Mediados pelas noções-categorias (SILVA, 2003), estabelecemos a nossa leitura sobre as enunciações dos sujeitos pesquisados, passando à análise dos dados. Neste aspecto, consideramos que uma das importantes informações para o pesquisador em campo é a de saber para onde olhar e que elementos considerar para analisar a produção de significado dos alunos quando estes estão resolvendo uma tarefa (DIAS, 2015).

Ainda na seção de introdução, trazemos uma breve explanação sobre cada capítulo da dissertação. O Capítulo 1, em sua primeira subseção, traz o Teorema de Tales e suas origens históricas, baseado no raciocínio dos relatos tradicionais colocados por Roque (2012b) e sobre o que fundamentam Boyer (1996), Eves (2004), Pereira (2005). Nesta subseção, há um subtópico que revela duas demonstrações do Teorema de Tales segundo a obra Os Elementos de Euclides, traduzido por Irineu Bicudo (EUCLIDES, 2009) e o livro didático Dante (2013). Na segunda subseção comentamos a história da matemática como recurso didático metodológico, o seu emprego em sala de aula e os pensamentos favoráveis sobre sua adoção no ensino de Matemática. Ainda destacamos em um subtópico o uso dos episódios históricos no ensino de Matemática encontrando em Pereira, Santiago e Morais (2015), o aporte metodológico necessário para esta escrita. Na terceira subseção escrevemos sobre o nosso fundamento epistemológico para produção de significados esclarecendo o que vem a ser produção de significados segundo o MCS.

No Capítulo 2 traçamos a metodologia utilizada para esta pesquisa baseados em referenciais teórico-metodológico-epistemológicos que fundamentam a idealização de nossa pesquisa. Explicitamos o que vem a ser nossa pesquisa, comentando sobre os procedimentos que adotamos para a coleta e análise dos dados. Descrevendo a construção da sequência de tarefas didáticas.

O Capítulo 3 é destinado à nossa análise de dados, ancorados no MCS, investigando a produção de significado dos alunos sujeitos desta pesquisa. Expomos neste capítulo os registros dos alunos e também partes das transcrições das gravações de áudio. Centramos nossa atenção nas noções-categorias (SILVA, 2003) realizando uma análise nas enunciações dos alunos.

O Capítulo 4 consiste em nosso produto educacional, que também foi confeccionado à parte como produto final e entregue à coordenação. Pensamos que a sequência de tarefas didáticas subsidie alguma prática docente em sala de aula de Matemática. Assim expomos nossos propósitos com a sequência.

E por fim, no Capítulo 5 delineamos as considerações finais do trabalho.

Enfatizamos que este trabalho que culmina com uma sequência de tarefas didáticas pode servir de introdução ao conteúdo de Geometria Plana, que foi a nossa intenção, visto que trabalhamos em sala de aula real seguindo a ementa da disciplina de segundo ano do Ensino Médio.

1 REVISÃO DE LITERATURA

Nossa revisão de literatura envolve o levantamento teórico sobre os temas abordados nesta pesquisa. Em sua primeira subseção, o Teorema de Tales, discorremos historicamente sobre seu desenvolvimento e também sobre seu uso em sala de aula, e apresentamos duas demonstrações para o teorema. Na segunda subseção tratamos do ensino de Matemática com uso da história da matemática, breves comentários sobre os precursores de tal estudo, assumindo uma postura de defesa em relação ao uso episódico de história da matemática em sala de aula, e na última subseção discutimos e apresentamos o MCS evidenciando estudos que se utilizaram deste modelo epistemológico e também escrevendo sobre a produção de significado, elencando as noções-categorias que utilizamos como instrumento de análise de dados em nosso trabalho.

O percurso que tomamos para a nossa revisão de literatura embarcou em trabalhos que utilizaram a produção de significado segundo o MCS. Poucos foram os materiais que envolviam a história da matemática e a produção de significado. No entanto, percorremos um caminho inovador, em que por meio de tarefas didáticas que se utilizem da história episódica da matemática encontramos elementos que possibilitam a produção de significado matemático por alunos.

1.1 O Teorema de Tales – percurso histórico e instigante

Segundo Boyer (1996, p. 4), “informações exatas sobre a origem da matemática, seja da aritmética, seja da Geometria, são necessariamente arriscadas, pois os primórdios do assunto são mais antigos que a arte de escrever”. O processo de desenvolvimento da Matemática, embora lento, ocorreu pelas necessidades da quantificação de elementos, um problema básico e de interesse das civilizações antigas.

> [...] é razoável admitir que a espécie humana, mesmo nas épocas mais primitivas, tinha algum senso numérico, pelo menos ao ponto de reconhecer mais e menos quando acrescentavam ou retiravam alguns objetos de uma coleção pequena [...]. Com a evolução gradual da sociedade, tornaram-se inevitáveis contagens simples. (EVES, 2004, p. 25).

O entendimento dos porquês da construção da Matemática nos ajuda a perceber que o papel da história não é apenas um acessório na formação de uma imagem da Matemática, mas também possui uma função social e política (ROQUE, 2012b). Esta mesma obra chama de relato tradicional a reprodução de uma visão clássica sobre um contexto histórico em dada época do desenvolvimento da sociedade e é com esta visão que traçamos a história do

Teorema de Tales. É importante deixar claro que quando nos referirmos ao teorema estaremos fazendo alusão ao seguinte enunciado: “se um feixe de retas paralelas é cortado por duas transversais, então, as medidas dos segmentos correspondentes que estão sobre a reta são diretamente proporcionais” (PEREIRA, 2005, p. 28).

Destacamos o relato tradicional descrito por Roque (2012b) como um ponto de partida à elaboração de um estudo sobre o uso de episódios de história da matemática, enfatizando o que existe na literatura sobre as origens históricas do teorema e a vida de Tales. Roque (2012b) ainda defende que a história da matemática no Brasil foi evidenciada por Carl Benjamin Boyer em seu livro “História da Matemática” (BOYER, 1996), e Howard Eves, em “Introdução à história da matemática” (EVES, 2004), e ressalta que esses livros foram escritos em suas primeiras edições entre os anos de 1950 e 1970, sendo posteriormente apresentadas novas versões de provas, demonstrações, origens de fórmulas e fatos descritos nesses materiais, evidenciando a construção de um processo histórico baseado em estudos e pesquisas.

A história tradicional relata que um dos primeiros matemáticos gregos foi Tales de Mileto, que teria vivido nos séculos VII e VI a.C., viajou pela Grécia e Egito e influenciou o desenvolvimento da Matemática demonstrativa; foi influenciado pelos conhecimentos dos egípcios, povos que desenvolveram um rigoroso sistema de medição de terras e também conhecidos pela adoção de métodos empíricos de calcular distâncias com cordas (BOYER, 1996).

Os egípcios fixados no curso inferior do Nilo eram caracterizados como um povo prático, utilitário, criativo e dedicado ao trabalho artesanal (GALVÃO, 2008). A Matemática dos egípcios era intuitiva e baseava-se na criação de ferramentas para resolução de problemas básicos para medição de terras, o que acabou influenciando o desenvolvimento da Geometria. O desenvolvimento da Geometria foi creditado aos egípcios devido às suntuosas construções, aos sistemas de divisão de terras durante as cheias do rio Nilo e sistema de cobranças de impostos, o que acabou gerando a característica de ancestrais da cultura moderna (ROQUE, 2012b).

Santos, Muniz e Gaspar (2015, p. 24) confirmam a passagem acima quando colocam que “a geometria egípcia surge da necessidade de medir diferentes áreas de terras, determinar o valor do imposto a ser pago e também para calcular o volume de silos utilizados para armazenar grãos”. E mais, segundo Roque (2012b):

> É muito comum lermos que a geometria surgiu às margens do Nilo, devido à necessidade de medir a área das terras a serem redistribuídas, após as enchentes, entre os que haviam sofrido prejuízos. Essa hipótese tem sua origem nos escritos de Heródoto, datados do século V a. C. quando das inundações do Nilo. (ROQUE, 2012b, p. 71).

O desenvolvimento de uma Matemática prática e utilitária pode ter despertado interesse de outras civilizações em se aproximar do Egito, favorecendo em meados do século VII a. C. a abertura ao intercâmbio comercial e intelectual, ligando o Egito a outros povos, como a Grécia, por exemplo, que aproximou sábios gregos desejosos de expandir seus conhecimentos, tais como Tales e Pitágoras (CAJORI, 2007; SANTOS, 2012).

O conhecimento matemático dos egípcios influenciou os gregos para o desenvolvimento e aperfeiçoamento de técnicas para resolução de problemas, transformando uma Matemática empírica e intuitiva em dedutiva e abstrata (SANTOS, 2012). Tales, influenciado pelo conhecimento egípcio, teria se destacado como um dos matemáticos gregos daquela época, dando início à Geometria demonstrativa (EVES, 2004). De acordo com Cajori (2007), Tales era um homem de imaginação estimável e de elevado conhecimento, que hoje, quanto à natureza, classificaríamos como científico, considerado um grande Sábio da Grécia Antiga por apresentar explicações sobre o Universo e possuir uma posição econômica superior.

> O que é interessante se ressaltar disso, no que se refere à matemática aplicada, uma vez que foi isso, dentre outros feitos, que deu notoriedade a Tales para ser incluído do grupo dos "sábios da Grécia" é que tal qual nos outros povos em que o pensador travou conhecimento, a matemática foi aplicada a problemas reais, por exemplo, o cálculo da altura da pirâmide, a distância de navios em alto mar, tanto quanto previsões astronômicas [...]. (PROVETTI JUNIOR, 2016, p. 167).

Segundo Eves (2004, p. 94), "os últimos séculos do segundo milênio a. C. testemunharam muitas mudanças econômicas e políticas". O poder das civilizações egípcias e babilônias diminuiu e outros povos, dentre eles os gregos, passaram a primeiro plano. Com isso, a imersão da Idade do Ferro trazia instrumentos e ferramentas aperfeiçoadas contribuindo para o desenvolvimento da ciência, do comércio, das explorações geográficas, surgindo um novo tipo de civilização (EVES, 2004).

Ainda de acordo com esta obra, naquela época o homem começou a formular questões de visualizações práticas como "*Por que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais?*" e "*Por que o diâmetro de um círculo divide esse círculo ao meio?"*. O conhecimento empírico dos egípcios contribuiu para estas formulações, porém esse conhecimento só era possível para responder questões na forma de "como" e não eram suficientes para responder os "porquês". A matemática dedutiva se impunha para um plano superior, fundando uma matemática moderna, que segundo Eves (2004, p. 94) estava numa "atmosfera de racionalismo" em que a razão começava a fazer parte das demonstrações de problemas matemáticos.

De acordo com Eves (2004), o racionalismo impulsionou a Geometria demonstrativa iniciada no século VI a. C. por Tales de Mileto. Chaves e Rodrigues (2014) defendem que o raciocínio matemático foi utilizado primeiramente por Tales, que teria de certa forma posto uma organização ao conhecimento dedutivo matemático, perpassando do "*como fazer?*" para o "*por que fazer?*" no trabalho sobre o Teorema de Tales, ou Teorema dos Proporcionais. Tales, ao que se tem escrito, teria nascido por volta 640 a. C, em Mileto, na Grécia Antiga, e falecido por volta de 548 a.C. Iniciou sua vida profissional como mercador trabalhando com prensas de azeitonas na fabricação de azeite; rico empreendedor, previu colheitas e dedicou a parte final de sua vida aos estudos (EVES, 2004). Devido a sua influência econômica e intelectual, era convidado por outras civilizações para fornecer contribuições científicas e compreensões a respeito do Universo.

Segundo Santos (2012), existem dúvidas quanto à origem e obras de Tales de Mileto. Mas em relatos tradicionais, o primeiro a anunciar suas descobertas foi Heródoto, em obra escrita por volta de 440 a.C., depois da morte de Tales. Para Boyer (1996), o conhecimento que se tem sobre Tales é muito pouco, mas as hipóteses sobre sua existência e descobertas são plausíveis, assim como as provocações e convites por conta da sua inteligência. Tales de Mileto, no entanto, teria sido um dos grandes matemáticos gregos e suas descobertas evidenciaram uma Matemática mais formal, moderna. Reforça essa ideia Nobre (2004, p. 534), quando afirma que "a não existência de documentos comprobatórios relativos a fatos relevantes na História da Ciência levou os historiadores a juntarem informações para se reconstruir a história de forma aproximada àquilo que de fato possa ter acontecido".

Vimos que Chaves e Rodrigues (2014) tecem considerações a respeito do teorema creditado a Tales. No entanto, muitos livros, tais como Boyer (1996) e Eves (2004), creditam a Tales de Mileto também os seguintes teoremas: (a) o diâmetro efetua a bissecção de um círculo; (b) os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais; (c) ângulos opostos pelo vértice são iguais; (d) se dois triângulos são tais que dois ângulos e um lado em cada um deles respectivamente iguais, então os triângulos são iguais; (e) um ângulo inscrito num semicírculo é um ângulo reto; e Pereira (2005) acrescenta (f) algumas retas paralelas determinam, sobre duas transversais, segmentos proporcionais.

Este último teorema, ainda segundo Pereira (2005), ficou conhecido como Teorema de Tales, e também como o Teorema Fundamental da Geometria Elementar, ou ainda o Teorema dos segmentos proporcionais. Neste momento podemos inferir que foram os gregos que estabeleceram um pensamento lógico às estruturas matemáticas empíricas existentes e trabalhadas pelas civilizações antigas, como os egípcios. Os Elementos de Euclides nos facultam a tecer tal inferência com a apresentação da axiomática.

Boyer (1996) afirma que o Teorema de Tales pode ter sido desenvolvido por Tales durante suas viagens pelo Egito e Babilônia, e a tradição traz uma espécie de demonstração para o teorema. Os relatos encontrados em materiais da História da Matemática descrevem as realizações de Tales em suas atividades mais práticas.

> Diógenes Laertius, seguido por Plínio e Plutarco, relata que ele mediu a altura das pirâmides do Egito observando os comprimentos das sombras no momento que a sombra de um bastão vertical é igual à sua altura. Heródoto, o historiador, conta a estória da predição do eclipse solar; o filósofo Aristóteles relata que Tales fez uma fortuna monopolizando as prensas de azeite num ano em que a colheita de azeitonas prometia ser abundante. (BOYER, 1996, p. 32).

De acordo com Huisman (2001), Eves (2004), Roque (2012b) e Chaves e Rodrigues (2014), o Teorema de Tales teria se fundamentado quando Tales de Mileto foi solicitado pelos escribas do faraó no Egito Antigo a calcular a altura de uma pirâmide ainda quando vivia na região. O episódio que não se sabe ao certo se é verdadeiro ou falso (LINTZ, 1999), marcou a construção da Matemática pela relevância em se observar a interação entre a Matemática e a natureza, pois Tales teria medido a altura da pirâmide por meio de sua sombra. Não sabemos de fato como ocorreu a medição da altura da pirâmide, pois não existem evidências escritas que comprovem a autoria de Tales de Mileto, e devido às várias interpretações sofreu alterações dificultando a separação da história daquilo que é lenda (PEREIRA, 2005).

O problema da altura da pirâmide era de natureza essencialmente prática. A Grécia e o Egito possuíam engenharia e arquitetura suntuosas que envolviam proporcionalidade e paralelismo de retas. Talvez, por meio de conhecimentos empíricos, Tales teria conseguido solucionar o problema da altura da pirâmide sem escalá-la por meio dos conhecimentos já imbricados em meio às civilizações (PEREIRA, 2005).

> Há duas versões de como Tales calculou a altura de uma pirâmide egípcia por meio da sombra. O relato mais antigo, dado por Hierônimos, um discípulo de Aristóteles, diz que Tales anotou o comprimento da sombra no momento em que esta era igual à altura da pirâmide que a projetava. A

> versão posterior, dada por Plutarco, diz que ele fincou verticalmente uma vara e fez o uso da semelhança de triângulos. (EVES, 2004, p. 115).

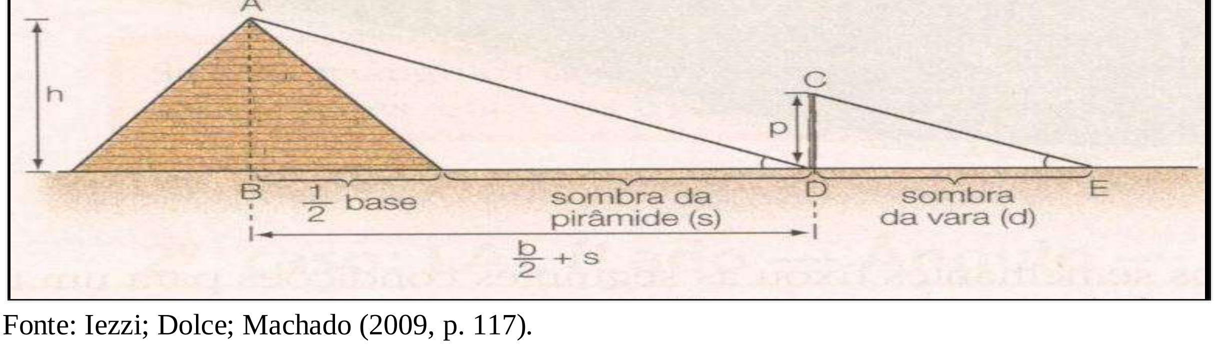
Ao que parece, Tales teria medido a altura de objetos pequenos, de forma que pudesse alcançar sua altura e observado a posição do Sol medindo o comprimento da sombra dos objetos e deduzido que no momento que o comprimento da sombra equivalesse à altura do objeto, o mesmo seria válido para a pirâmide. Santos (2012, p. 51) evidencia este pensamento, afirmando que "Tales teria escrito a razão entre as medidas do comprimento do objeto e da sombra projetada e, imediatamente, registrado o comprimento da sombra projetada pela pirâmide e relacionado com a altura desconhecida da pirâmide". Tales conhecendo a ideia de proporcionalidade, poderia desenvolver corretamente os cálculos necessários.

Figura 1: Representação da medição da altura da Pirâmide por Tales segundo Hierônimos

Fonte: Mendes 2009, p. 26.

Na versão de Plutarco, Tales ainda teria somado ao comprimento encontrado da sombra que representava a altura da pirâmide a distância da base da pirâmide ao seu centro para que encontrasse a altura exata, pois, segundo Garbi (2009, p. 9), a pirâmide de Quéops possui "base quadrada e 230 metros de lado".

Figura 2: Representação da medição da altura da Pirâmide por Tales segundo Plutarco



Fonte: Iezzi; Dolce; Machado (2009, p. 117).

A existência de saberes prévios sobre o Universo garantia uma explicação matemática à solução do problema da altura da pirâmide. A Pirâmide Quéops foi construída de maneira que uma das faces fosse voltada para o sul, fazendo com que a sombra fosse perpendicular no momento que o Sol estivesse no ponto mais alto da pirâmide, ao meio dia (SANTOS, 2010).

De acordo com Santos (2012), a origem do Teorema de Tales se deu devido à forma apresentada, em conjunto com os fatores naturais e a empiria do conhecimento das civilizações. Não se sabe se de fato Tales de Mileto existiu, mas atribuiu-se a ele este episódio da história da matemática que pautou e dividiu muitos estudiosos do VI século a. C., uma vez que o paralelismo de retas e a proporcionalidade foram evidenciados neste problema.

1.1.1 Duas demonstrações para o Teorema de Tales

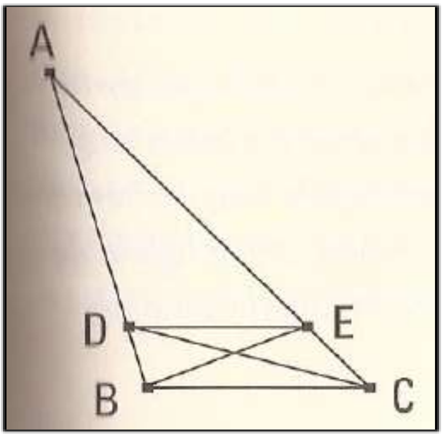
De acordo com Pereira (2005), a primeira demonstração do Teorema de Tales “surgiu três séculos depois da existência de Thales, localizada na proposição 2 do Livro VI de ‘Os Elementos’” (EUCLIDES, 2009). Trazemos essa demonstração na dissertação como forma de compreender a estrutura do teorema. Seguimos a apresentação utilizando o livro Elementos, de Euclides, em obra traduzida por Irineu Bicudo (EUCLIDES, 2009).

Proposição:

> Caso alguma reta seja traçada paralela a um dos lados de um triângulo, corta os lados do triângulo em proporção; e, caso os lados do triângulo sejam cortados em proporção, a reta, sendo ligada dos pontos de secção, será paralela ao lado restante do triângulo. (EUCLIDES, 2009, p. 233).

Esquematização da proposição.

Figura 3: Esquematização do teorema segundo Os Elementos, de Euclides



Fonte: Euclides (2009, p. 233), tradução de Irineu Bicudo.

Passamos a apresentação da demonstração segundo a mesma obra, tomando como base a figura anterior.

> Fique, pois, traçada a DE paralela a um dos lados, o BC, do triângulo ABC; digo que, como a BD está para a DA, assim a CE para EA. Fiquem pois, ligadas as EB, CD. Portanto, o triângulo BDE é igual ao triângulo CDE; pois estão sobre a mesma base DE e nas mesmas paralelas DE, BC; mas o triângulo ADE é algum outro. E as iguais têm para a mesma razão; portanto; como o triângulo BDE está para o [triângulo] ADE, assim o triângulo CDE para o triângulo ADE. Mas, por outro lado, como o triângulo BDE para o ADE, assim BD para DA; pois, estando sob a mesma altura, a perpendicular traçada do E até o AB, estão entre si como as bases. Pelas mesmas coisas, então, como o triângulo CDE para o ADE, assim a CE para a EA; portanto, também como a BD para a DA, assim a CE para a EA. Mas, então, fiquem cortados os dois lados AB, AC do triângulo ABC, em proporção, como a BD para a DA, assim a CE para a EA, e fique ligada a DE; digo que a DE é paralela à BC. Tendo, pois, sido construídas as mesmas coisas, como a BD está para a DA, assim a CE para EA, mas por um lado, como a BD para a DA, assim o triângulo BDE para o triângulo ADE, e, por outro lado, como a CE para a EA, assim o triângulo BDE para o triângulo ADE, assim o triângulo CDE; e estão sobre a mesma base DE. Mas, os triângulos iguais e que estão sobre a mesma base, também estão nas mesmas paralelas. Portanto, a DE é paralela à BC. Portanto, caso alguma reta seja traçada paralela a um dos lados de um triângulo, corta os lados do triângulo em proporção; e caso os lados do triângulo sejam cortados em proporção, a reta, sendo ligada dos pontos de secção, será paralela ao lado restante do triângulo; o que era preciso provar. (EUCLIDES, 2009, p. 233-234).

Essa demonstração presente em Euclides (2009) nos remete ao uso dos segmentos proporcionais, que é trabalhado nesta pesquisa. De acordo com Bongiovanni (2007),

> A questão da proporcionalidade era de grande importância para os gregos, principalmente na arquitetura e agrimensura. Por isso, conjectura-se que a primeira sistematização da geometria pode ter sido em torno da questão da proporcionalidade de segmentos determinados por um feixe de retas paralelas e outro de retas transversais. Essa questão durante muitos séculos foi denominada de teorema dos segmentos proporcionais. No final do século XIX, na França, alguns autores denominaram esse resultado de teorema de Tales, denominação que persiste até hoje. (BONGIOVANNI, 2007, p. 99).

Nos livros didáticos de Matemática que analisamos, adotados no Ensino Fundamental e Médio, é comum o trabalho do Teorema de Tales por meio dos segmentos proporcionais e da semelhança de triângulos (SANTOS, 2012). A mesma obra faz duas considerações sobre o que é esquematizado por Euclides (2009).

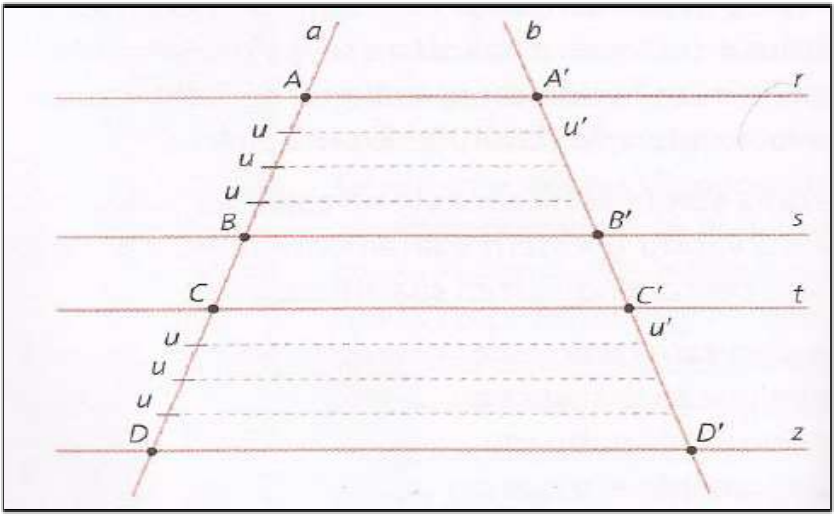
> Consideração 1: Em um triângulo qualquer de vértices A, B e C e um segmento DE paralelo a uma das bases, por exemplo a base BC, esta vale a proporção $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$. Consideração 2: Toda reta paralela a um dos lados do triângulo que não passa por um dos vértices (A, B ou C) divide os outros dois lados em segmentos proporcionais, por exemplo: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{AC}$; $\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{EB}$; $\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC}$; $\frac{BD}{DC} = \frac{BE}{EA}$; $\frac{CD}{DA} = \frac{CE}{EB}$; $\frac{CD}{DB} = \frac{CE}{EA}$. (SANTOS, 2012, p. 58).

Para Haruna (2000) e Pereira (2005), as primeiras evidências sobre a demonstração do Teorema de Tales nos livros escolares aconteceu na Itália, Alemanha e França, enfatizando a demonstração baseada em segmentos proporcionais e também em semelhança de triângulos. No Brasil, por volta do final do século XX, foi que o termo Teorema de Tales e suas demonstrações começaram a surgir nos livros escolares (PEREIRA, 2005).

De acordo com Bongiovanni (2007), os livros didáticos apresentam em geral a demonstração para o Teorema de Tales de forma incompleta, apenas para as medidas comensuráveis. E a exemplo desta informação trazemos a demonstração para o Teorema de Tales presente no livro didático Dante (2013). Mas enfatizamos que antes de demonstrá-lo, a obra introduz a História da Matemática em parte do capítulo do livro que trata do teorema: “a proporcionalidade, principalmente na forma do teorema de Tales ou de semelhança de triângulos, foi um dos conhecimentos geométricos mais úteis ao longo dos tempos” (DANTE, 1013, p. 235). E demonstra o teorema.

Considerando um feixe de paralelas e duas transversais.

Figura 4: Feixe de retas paralelas e retas transversais



Fonte: Dante, (2013, p. 236).

A obra passa à demonstração:

> Vamos supor que exista um segmento *u* de modo que AB = m*u* e CD = n*u* (m, n ϵ IN), ou seja, que AB e CD são números racionais. Estabelecendo a razão $\frac{AB}{CD}$, obtemos: $\frac{AB}{CD} = \frac{mu}{nu} = \frac{m}{n}$ *. Pelos pontos que dividem AB e CD em m e n partes congruentes ao segmento de medida u, traçamos retas paralelas ao feixe. Desse modo, os segmentos A’B’ e C’D’ ficam divididos em m e n partes iguais a u’, respectivamente. Temos $\frac{A'B'}{C'D'} = \frac{mu'}{nu'} = \frac{m}{n}$ **. Das relações * e **, concluímos que: $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$. Podemos também enunciar o teorema de Tales assim: Um feixe de retas paralelas determina, em duas transversais quaisquer, segmentos proporcionais. (DANTE, 2013, p. 236).

Por trás do Teorema de Tales existe um trabalho com os segmentos proporcionais, que possui uma relevância para o processo de desenvolvimento da Matemática na História. Os livros didáticos trazem a demonstração do teorema por um método apenas, utilizando os comensuráveis (dois segmentos AB e CD são comensuráveis, se existem um segmento *u* e dois inteiros m e n tais que AB = *m.u* e CD = *n.u*) como os pitagóricos trabalhavam deixando de lado os segmentos incomensuráveis (PEREIRA, 2005).

Utilizamos esta subseção para citar que o Teorema de Tales, desenvolvido ou não por este personagem, faz parte da construção da Matemática, que sempre teve como ponto de partida a resolução de problemas práticos (EVES, 2004). Como mencionamos, a origem do Teorema de Tales, em relatos tradicionais, foi o problema do cálculo da altura de uma pirâmide em suas andanças pelo Egito. Tales teria observado o movimento da sombra, causada pelo Sol, de um bastão de madeira fincado verticalmente no solo e estabeleceu uma comparação à sombra da pirâmide. No momento em que a sombra do bastão, que era um objeto de altura alcançável, diferentemente da pirâmide, fosse igual ao seu comprimento real, para Tales, o mesmo aconteceria com a altura da pirâmide. Tales, desta maneira, estabelecia uma proporção entre duas razões comensuráveis.

Colocamos que esta ideia foi crucial para o desenvolvimento de nossas tarefas, em que por meio de "relatos tradicionais" (ROQUE, 2012b), foram elaboradas partindo de um episódio de história da matemática (PEREIRA; SANTIAGO; MORAIS, 2015), a medição da altura da pirâmide, visando a produção de significado de acordo com o MCS (LINS, 1993).

1.2 A história da matemática no ensino de Matemática

A trajetória que explica o desenvolvimento histórico-epistemológico da Matemática diante das faces cotidiana, escolar e científica é constituída pelo espaço em que a sociedade se constrói (MENDES, 2009). A discussão sobre o uso de história da matemática na sala de aula como um recurso que auxilia os procedimentos metodológicos tem instigado educadores e pesquisadores em ensino de matemática e proporcionado o surgimento de novas estratégias de ensino que valorizam a tomada de decisão dos alunos e a sua formação enquanto ser pensante.

Entendemos que o ensino de matemática é dificultado por ser a Matemática considerada uma disciplina formal, abstrata e desvinculada de caráter prático no ensino tradicional (MICHALOVICZ, 2009). Amparados pela citação antecedente, pensamos que a adoção de novas estratégias de ensino, novos recursos e métodos para aprendizagem têm se tornado um desafio constante em meio à complexidade do ato de ensinar.

De acordo com Lara (2013, p. 52), a Matemática ensinada em sala de aula se constitui no "resultado de práticas desenvolvidas historicamente pela humanidade que originaram técnicas, estratégias e instrumentos como ação de lidar com situações de um determinado contexto e para garantir sua sobrevivência". D'Ambrosio (1999) afirma que a História da Matemática se confunde com a História da Humanidade e o desenvolvimento da ciência e que as compreensões de como alguns conceitos se formaram e a organização das ideias das civilizações pode servir como um método para se ensinar Matemática. Na mesma direção, Chaves (2004) e Chaves e Rodrigues (2014) defendem a História da Matemática como uma possível ruptura ao que denominam de Ensino Tradicional de Matemática (ETM), aquele em que a aula é tão somente expositivista e composta por uma pregação enunciativa em que o professor é o ser falante que se ocupa da exposição do conteúdo programático e o aluno o ser ouvinte que se ocupa da aceitação das "verdades" apresentadas.

Usar a Matemática, seus princípios e procedimentos como ferramentas a serviço de temas geradores, processos investigativos, retomada à História (da humanidade, da Arte, da Matemática, das civilizações), processo de leitura e interpretação de obras de arte, é um convite a desapegarmo-nos do ETM – sobretudo um convite à liberdade. Trabalhar a Matemática em sala de aula dessa forma é cultivar a liberdade de se expressar e não a deixar morrer. Para tal, precisamos estimular a criatividade e, diante disso, o professor de Matemática assume o compromisso de, além de tratar das estruturas matemáticas, passar a trabalhar com seus princípios para permitir que seja construído o acesso à liberdade de criar, intuir, experimentar, investigar. Os papéis das fórmulas, regras, definições, corolários e teoremas deixam de ser os principais entes do processo de ensinar e são reduzidos quando comparados a propostas que possibilitem a construção do conhecimento, da criatividade.

Com esta ideia, citamos que

> [...] nos meios acadêmicos relacionados à área de Educação Matemática muito se tem discutido sobre as tendências híbridas da pesquisa em História da Matemática, constituída nas últimas cinco décadas do século XX e início do século XXI. (MENDES, 2013, p. 67).

No Brasil, as preocupações com a introdução de elementos históricos na Matemática escolar brasileira apareceram pela primeira vez na legislação da década de 1930, mais especificamente na Reforma Francisco Campos, consolidada em 1932 (ROQUE, 2012a). No entanto, informações históricas estiveram presentes antes dessa época em livros didáticos mais antigos, por meio de observações e comentários sobre temas ou personagens da História da Matemática e também em livros paradidáticos de, por exemplo, Cecil Thiré, Melo e Souza e Euclides Roxo; com isso surgiu uma crescente preocupação em preservar concepções historicamente produzidas (MIGUEL; MIORIM, 2011).

A inserção da História da Matemática na sala de aula, às vezes, não passa de pequenas apresentações nos livros ou biografias de matemáticos famosos, que podem ser aproveitadas e apresentadas aos alunos através de propostas ao ensino da Matemática, propiciando uma compreensão mais ampla dos conceitos e dos métodos de conteúdos da disciplina (BRASIL, 2000). Ou vir a facultar a compreensão de processos de construções matemáticas, como exposto em Chaves e Rodrigues (2014). E reforçamos que se a história da matemática for tratada como um assunto específico, será insuficiente para contribuir com o processo de ensino e aprendizagem, deve estar em consonância com o conteúdo de Matemática e deve ser entendida como um processo em construção.

Percebemos que a presença da História da Matemática nos livros e materiais didáticos voltados para o Ensino Fundamental e Ensino Médio tem crescido desde 1980 (MIGUEL; MIORIM, 2011). O material de cunho histórico trazido nos livros didáticos é muitas vezes o único acesso dos alunos ao contexto histórico da Matemática. A aliança das aulas com novas propostas metodológicas que se utilizem do recurso tem proporcionado o aumento das pesquisas e estudos sobre esta tendência do ensino de Matemática.

Mendes (2013) considera que o uso da história como recurso pedagógico pode promover um ensino e aprendizagem que busca dar ressignificação ao conhecimento matemático produzido ao longo dos tempos, acreditando que a história da matemática é capaz de durante a ação docente causar maior motivação e aprendizagem.

Uma visão mais profunda da História, bem como da história, permite ao professor evoluir em seu trabalho educativo, pois dá a ele a possibilidade de ver melhor o futuro, ou seja, de enxergar antes o que pode acontecer, as dúvidas que podem surgir. Além disso, permite que ele descubra as dificuldades do passado, comprovando os caminhos da invenção, com a percepção das ambiguidades e confusões iniciais (GROENWALD; SILVA; MORA, 2004).

O enfoque dado à história da matemática pelo professor leva os alunos ao processo de construção de conceitos, estruturas e fórmulas, aos precursores dos conhecimentos presentes nos livros didáticos. Não basta, por exemplo, aprender que $a^2 = b^2 + c^2$ (o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos) é a fórmula que expressa o Teorema de Pitágoras. É necessário adentrar na história, nas necessidades que levaram o homem à construção deste conhecimento, quem foi Pitágoras, seus antecessores e sucessores, em quais contextos histórico e geográfico se deu a construção do conceito. É nesse sentido que Chaves e Rodrigues (2014) defendem o uso, em sala de aula, da História da Matemática, da Matemática, seus princípios e procedimentos, como ferramentas a serviço de leituras e de fatos que levem à construção de processos que sejam investigativos, tornando a Matemática não como algo pronto e acabado, mas em movimento, em evolução e transformação.

A exploração de um conteúdo por meio da história da matemática pode acontecer de diversas formas, seja por meio de atividades, tarefas, reprodução de instrumentos, vídeos, peças teatrais, apresentação em seminários, cartazes. Sobre este pensamento, Valdés (2002) afirma que se estabelecermos um laço entre o aluno, a época e o personagem relacionado com os conceitos estudados, e se o aluno conhecer as motivações e dúvidas que tiveram os sábios da época, então, assim, ele poderá compreender como foi descoberto e justificado um problema histórico matemático.

A história da matemática é considerada

> [...] um tema importante na formação do aluno, ela dá ao estudante a noção desta ciência em construção, com erros e acertos e sem verdades universais. Esta visão da Matemática, faz com que a disciplina seja vista pelo aprendiz, como um saber que tem significado, que foi, e é, construído pelo homem para responder suas dúvidas na leitura do mundo, permitindo ao aluno apropriar-se deste saber, o que lhe propiciará uma melhor leitura do contexto mais global. (GROENWALD; SILVA; MORA, 2004, p. 48).

Pode contribuir para o *fazer* matemática em sala de aula, permitindo que se entenda a Matemática como um processo de criação humana, evidenciando preocupações e necessidades de diferentes culturas em diferentes momentos históricos (BRASIL, 2000, grifo nosso). E atuar como um instrumento que desmistifica, contextualiza, humaniza, motiva e ajuda a formalizar os conceitos matemáticos (D’AMBROSIO, 1996).

A mesma obra ainda ressalta que o uso de história da matemática na sala de aula serve:

> 1 - para situar a matemática como manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução; 2- para mostrar que a matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de matemática desenvolvidas pela humanidade; 3- para destacar que essa matemática teve sua origem nas culturas da antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos com um estilo próprio. (D’AMBROSIO, 1996, p. 10).

Miguel e Miorim (2011) categorizaram os argumentos que reforçam o uso da história da matemática em epistemológicos e éticos, levando em consideração a aprendizagem na disciplina. Dentre os argumentos de natureza epistemológica, o trabalho com a história da matemática é:

> [...] fonte de seleção e constituição de sequências adequadas de tópicos de ensino; fonte de seleção de métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da Matemática escolar; fonte de seleção de objetivos adequados para o ensino-aprendizagem da Matemática [...]; fonte de seleção e tópicos, problemas ou episódios considerados motivadores da aprendizagem [...]; fonte de busca de compreensão e de significados [...]; fonte de identificação de obstáculos epistemológicos de origem epistemológica para se enfrentar certas dificuldades que se manifestam entre os estudantes [...]; fonte de identificação de mecanismos operatórios cognitivos [...]. (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 61-62).

Dentre os argumentos de natureza ética:

> [...] fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido de uma tomada de consciência da unidade da Matemática; fonte para compreensão da natureza e das características distintivas e específicas do pensamento matemático em relação a outros tipos de conhecimento; fonte que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação do seu ensino; fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas; fonte que possibilita uma conscientização epistemológica; fonte que possibilita [...] conquista da autonomia intelectual; fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualificação como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação [...]; fonte que possibilita uma apreciação da beleza da Matemática e da estética inerente a seus métodos de produção e validação do conhecimento; fonte que possibilita a promoção da inclusão social, via resgate da identidade cultural de grupos sociais discriminados no (ou excluídos do) contexto escolar. (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 62).

Entendemos neste ponto que a utilização da história da matemática em sala de aula é a incorporação de uma fundamentação epistemológica de caráter ético, pois é capaz de proporcionar aos alunos uma imersão em problemas, fazendo o aluno descobrir os porquês de fatos, de fórmulas e de conceitos, respeitando o desenvolvimento e as contribuições da ciência. Para Lins (1993, p. 77), "epistemologia é uma atividade humana que estuda as seguintes questões: i) o que é conhecimento?; ii) como é que conhecimento é produzido?; e, iii) como é que conhecemos o que conhecemos?". Neste sentido, ainda na mesma obra, a epistemologia na História da Matemática "busca entender como as ideias contidas em uma cultura matemática estão organicamente articuladas". Por si só o aluno pode compreender as necessidades básicas para o surgimento de conteúdos da disciplina.

A História da Matemática é permeada por informações históricas sem provas concretas, como é o caso do Teorema de Tales; informações históricas distorcidas, feitas pelo confronto das informações e aceitas como verdadeiras até a sua contradição; informações históricas ocultas, em que a veracidade é sempre questionada (NOBRE, 2004), mas é fato que em consonância com as práticas de sala de aula se transformam em pontos de diálogo, pesquisas, objeto de estudo para a promoção do processo ensino e aprendizagem, partindo de informações históricas reais ou fantasiosas.

Para Mendes (2001), existem dois caminhos à abordagem da história da matemática em sala de aula: o primeiro deles é a pesquisa, em que o docente e os estudantes fazem uma busca pelas informações históricas de algum conteúdo matemático em específico; o segundo caminho é explorar as informações históricas contidas no material didático elaborando problemas para que os alunos possam solucionar por meio de atividades de ensino em que as informações históricas estejam presentes no corpo de enunciados, na forma de representações esquemáticas, reproduções de instrumentos. Estes caminhos podem ser feitos de diferentes maneiras:

> [...] conhecendo-se a ‘origem’ de determinado assunto como os sistemas de numeração ou o Cálculo, conhecendo-se as ideias que levaram à escolha de certos nomes para alguns elementos da matemática, por exemplo: o "cálculo", a função "seno"; outra maneira de atrair a atenção é citando os nomes de grandes matemáticos, salientando sua contribuição para o conhecimento humano. (VIANNA, 1998, p. 07).

Miguel e Miorim (2011) defendem nos argumentos reforçadores epistemológicos o uso de episódios ou problemas motivadores para sala de aula. Para a obra em curso a Matemática é uma disciplina dedutivamente orientada, pois seu desenvolvimento histórico explica que a dedução vem depois de certa maturidade e ainda possui várias questões e problemas intrigantes que podem ser levados para sala de aula para motivar os alunos. Neste sentido nos ancoramos em Pereira, Santiago e Morais (2015), quando traçam o perfil de episódios históricos de matemática. As informações históricas reais ou anedotárias impulsionam a atenção das pessoas para a Matemática. A abordagem de conteúdos pelo viés histórico pode ser realizada de formas incentivadoras e que instiguem os alunos à compreensão e à produção de significado.

1.2.1 O uso de episódios históricos no ensino de matemática

Brolezzi (1991) defende que a história da matemática em sala de aula atua e é utilizada segundo três fatores: encadeamento lógico, significação da linguagem simbólica e visão da totalidade. Sugere ainda que o professor adote um livro sobre a História da Matemática, possibilitando ao aluno entender sobre quais contextos, conceitos, fórmulas e regras foram desenvolvidos, os porquês e como aconteceu o desenvolvimento de problemas matemáticos e o que levou aos acontecimentos em torno deles.

O uso da história da matemática sobre diferentes perspectivas é discutido em várias obras. Baroni, Teixeira e Nobre (2012, p. 181), por exemplo, sinalizam que a inserção da "História da Matemática na Educação fortalece a sua relação com a Educação Matemática abrindo perspectivas de pesquisas em várias frentes".

Entendemos que a história da matemática destaca o valor da disciplina em sala de aula e mostra aos alunos a sua amplitude, fazendo-os perceberem que a Matemática vai além dos cálculos. O seu uso pode servir a diversas situações. Segundo Baroni, Teixeira e Nobre (2012), pode mobilizar os alunos, ser utilizada em todos os níveis educacionais, estimular o uso de bibliotecas, contribuir no processo de humanização da Matemática e aliar diferentes formas de serem incorporadas no ensino.

Neste trabalho, desenvolvemos tarefas didáticas capazes de subsidiar a prática docente fazendo uso dos recursos que a história da matemática oferece. Segundo D'Ambrosio (1999, p. 97), "as práticas educativas se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições, e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto é impossível discutir educação sem recorrer a esses registros e a interpretações dos mesmos". A história da matemática é um instrumento que vem ganhando destaque no meio acadêmico e intelectual (BARONI; NOBRE, 1999).

Destacamos, no entanto, que para a incorporação substancial da história da matemática em sala de aula, podemos utilizar diversos métodos e estratégias. De acordo com Mendes (2009), por meio de um ensino mais dinâmico sustentado em novas metodologias, tais como brincadeiras, atividades práticas e experimentais, textos, é que a aprendizagem da matemática se torna mais eficaz. Optamos, no entanto, incorporar em tarefas didáticas o uso de episódios históricos como forma instigadora e incentivadora para resolução de problemas sustentados no MCS.

Adotamos um episódio histórico para o trabalho com a Matemática que aborda o surgimento do Teorema de Tales enquanto relato tradicional. Um episódio, de acordo com

Pereira, Santiago e Morais (2015), pode ser construído de diversas maneiras: “um texto curto, num vídeo produzido, em uma peça, em forma de uma paródia ou música, ou mesmo em uma história em quadrinhos”. Pensamos que a utilização destes tipos de episódios facilita as práticas interdisciplinares, uma vez que o desenvolvimento da Matemática está imbricado e acompanha o desenvolvimento da sociedade.

Ainda segundo a obra supracitada, um episódio ocorrido na História da Matemática é “um fato que conta uma descoberta matemática em uma extensão menor, podendo ser uma história ou estória, verdade ou ficção, que mostre um momento em que a sociedade teve ideias que deram forma a nossa cultura e ao seu desenvolvimento” (PEREIRA; SANTIAGO; MORAIS, 2015, p. 93). Utilizamos um texto curto evidenciando o problema originário do Teorema de Tales para vincular a Matemática com acontecimentos reais ou não, que foram importantes no decorrer da história, motivando e tornando a Matemática mais viva e atraente não se limitando a regras e cálculos (PEREIRA; SANTIAGO; MORAIS, 2015).

O uso de episódios históricos de matemática como recurso didático passa por alguns procedimentos que vão desde a escolha do conteúdo, o levantamento de informações, a idealização do meio que será apresentado aos alunos e a forma que os alunos trabalharão o recurso. A construção de um episódio voltado para a história da matemática requer leitura e dedicação para quem está propondo esse recurso. “Primeiramente, devemos escolher o conteúdo do qual o episódio irá tratar e a partir dele fazer um levantamento sobre sua história sob um ponto de vista social/cultural, de aplicação ou mesmo puramente matemático” (PEREIRA; SANTIAGO; MORAIS, 2015, p. 95-96).

A construção de episódios históricos de matemática inseridos em tarefas didáticas deve permitir ao aluno: i) associação com o cotidiano: os alunos devem entender que o surgimento de conceitos proveio de problemas básicos e que eles podem encontrar problemas semelhantes no dia a dia; ii) reconhecimento do período histórico e geográfico: onde eles fazem associação com os acontecimentos históricos da época e a região geográfica em que se deu o surgimento de algum conceito; iii) compreensão das informações: em que são capazes de entender o conteúdo que trata o episódio e as necessidades que levaram a criação dos conceitos; iv) produção de significado: promoção do conhecimento mediante suas justificações na resolução de tarefas didáticas.

Nesta perspectiva, assumimos o entendimento de que o aluno pode construir conceitos matemáticos e produzir significado nos moldes do MCS por meio da resolução de tarefas didáticas que utilizam episódios históricos da matemática. O uso dos episódios históricos nas aulas de matemática deve ainda propor atividades que envolvam os alunos. Evidenciamos como atividades as tarefas didáticas, assumindo o sentido expresso por Loth (2011), que caracteriza tarefas didáticas no pressuposto do Modelo dos Campos Semânticos.

1.3 O Modelo dos Campos Semânticos como referencial epistemológico

"Os artigos em Educação Matemática estão recheados de frases envolvendo 'conhecimento do aluno', 'conhecimento matemático' e significado" (LINS, 1993, p. 77), mas nenhum deles traz uma discussão a respeito de que conhecimento está sendo tratado, o que é conhecimento e como ele é formado. Lins (1993) afirma que todo pesquisador deve evidenciar sua posição epistemológica em seus trabalhos. Nesta perspectiva, conduzimos a uma explicação daquilo que vem a ser o MCS, o qual adotamos como posição epistemológica.

O MCS foi desenvolvido por Romulo Campos Lins em 1992, em sua tese de doutorado intitulada "*A framework for understanding what algebric thinking is*" (Um quadro de referência para entender o que é pensamento algébrico). Após o ano de 1994, muitos pesquisadores passaram a utilizar o MCS como fundamentação teórica em pesquisas em Educação Matemática (SAD, 2000).

Romulo Campos Lins, ao desenvolver o MCS, procurava "dar conta de caracterizar o que os alunos estavam pensando quando 'erravam', mas sem recorrer a esta ideia de erro" (LINS, 2012b, p. 11), levando os alunos a questionarem suas respostas, produzindo significados. "Um significado pode ser transmitido de uma pessoa a outra através do uso de algum elemento intermediário: linguagens, desenhos, gestos, disposição de objetos" (LINS, 1997, p. 39). Lins, no entanto, queria propor um tratamento para aquilo que era considerado *errado* da mesma forma que as coisas consideradas *certas*, recorrendo ao conceito de conhecimento.

Lins (2012a) coloca que era intrigante a falha intelectual de alguns alunos na resolução de um problema que para ele era tão simples e ainda menciona a possibilidade de que a Matemática praticada na escola talvez existisse somente na escola, estabelecendo que uma solução fosse fazer com que os alunos vissem a Matemática na vida real trazendo a vida para dentro da sala de aula, aproximando a Matemática da vida das pessoas.

Conforme Cézar (2014, p. 33, grifos do autor) "o erro e a incerteza são elementos que surgem quando produzimos *significados*. Questionar essas *verdades* nos permite essa produção, e essa *produção de significados* nos conduz a construção do *conhecimento*". A forma como construímos conhecimento se relaciona com a forma pela qual compreendemos uma enunciação. Não existe conhecimento sem produção de significado, nem existe produção de significado sem construção de conhecimento. Na sala de aula o processo em que se dá a produção do aluno é o que deve ser levado em conta. Os alunos pensam por serem seres humanos, a credibilidade naquilo que eles se manifestam deve ser importante e levada em consideração no processo de ensino e aprendizagem pelo professor.

O MCS desenvolvido por Lins (1992) sugere uma teoria a ser posta em movimento. Em suas palavras, uma "teorização", um modelo. Segundo Lins (1999, p. 85), um campo semântico em seu modelo "é algo que se constitui na própria atividade de produção de significados, não tendo, portanto, intenção de dizer o que deve ser, sendo ao invés o que está sendo". Para ele, o aspecto central de toda a aprendizagem, em termos de cognição humana, é a produção de significados.

Para Lins (1999), os elementos principais do modelo são o significado, o conhecimento, os interlocutores, os núcleos/estipulações locais, os objetos, as noções de atividade, espaço comunicativo, texto e legitimidade. Em seus trabalhos sobre o MCS, Lins tentava responder o que é conhecimento e o que é significado. Conhecimento, para Lins (1993, p. 88), "é entendido como uma crença – algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza, portanto, como uma afirmação – junto com o que o sujeito considera ser uma justificação para sua crença-afirmação". Um conhecimento é algo do domínio da enunciação só existe em sua enunciação, é aquilo que alguém diz sobre algo, e dar legitimidade a uma enunciação é um dos papéis da justificação que é parte do que constitui um conhecimento (LINS, 1999, HENRIQUES; SILVA, 2012).

"O significado de um objeto é aquilo que se efetivamente diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade. Objeto é aquilo para que se produz o significado" (LINS, 2012b, p. 28). A consequência do que aponta a obra supracitada é que produzir significados é dizer que foram produzidas ações enunciativas a respeito de um objeto no interior de uma atividade (PAULA, 2012a).

Lins (2012b, p. 13) afirma que "uma pessoa acredita em algo que diz se age de maneira coerente com o que diz". Sobre a constituição de objetos, Sad (2000) afirma que:

> [...] o *conhecimento* tem por elementos constitutivos uma crença-afirmação junto com uma justificação para a crença-afirmação. O que nos faz estar diante de um *sujeito do conhecimento*, ou seja, de uma existência interdependente e intrínseca do conhecimento a partir do sujeito, e também, do sujeito do conhecimento (produtor assujeitado). Começamos então a evidenciar *conhecimento* como algo dinâmico, do domínio da fala, da enunciação e que, uma vez admitido, nos permite afirmar alguns pontos importantes em termos epistemológicos. (SAD, 2000, s.p).

Na sala de aula o conhecimento que um aluno adquire durante uma aula não é fácil de ser interpretado, mas é fato que este conhecimento adquirido está atrelado a outros fatores, dentre eles, a forma como o conteúdo é ministrado ao aluno e também aos significados que ele pode produzir sobre um determinado conteúdo de Matemática. Qualquer professor deve reconhecer que o aluno deve participar ativamente do processo ensino e aprendizagem e também que deve estar de acordo que é preciso conhecer o conhecimento dos alunos, não basta apenas examinar o que ele crê que é verdade, tem que entender a justificação para aquilo que o aluno acredita (LINS, 1994).

Corrobora com esta ideia o que é escrito em um produto educacional:

> A apresentação do conteúdo não é uma garantia de que o aluno, que quer aprender, irá conseguir entender o que você está expondo. O que estamos querendo salientar é que o processo comunicativo nunca ocorre de forma plena e o que você diz, nem sempre é o que o aluno entende. (PAULA, 2012b, p. 12).

A produção de conhecimento é realizada na direção de um interlocutor, e quando esse conhecimento é compartilhado é constituído um espaço comunicativo (LINS, 1999). Dois alunos podem ler o mesmo texto e produzir significados diferentes ou mesmo conhecimentos diferentes. Para Lins (2012b, p. 28, grifo do autor), “significado de um objeto é aquilo que <u>efetivamente</u> se diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade”. É importante considerarmos que a noção de atividade tomada pelo MCS é aquela desenvolvida por Leontiev, que é responsável pelo desenvolvimento da teoria psicológica da atividade.

> Para Leontiev, atividade é um processo psicologicamente caracterizado pelo objeto e pelo motivo. É, portanto, o conjunto de ações e operações que satisfazem alguma necessidade especial do homem quando ele realiza alguma relação com o mundo, em um determinado contexto. Um exemplo: a caçada (=objeto) para conseguir o alimento (=motivo) é uma atividade. (SANTOS, 2007, p. 44-45).

O objeto, por sua vez, é aquilo para que se produz significado.

> O sujeito acredita naquilo que está afirmando, o que implica que ele acredita estar autorizado a ter aquela crença. Mas não é suficiente que a pessoa acredite e afirme; é preciso também que ela justifique suas crenças-afirmações para que a produção do conhecimento ocorra. Porém, o papel da justificação não é explicação à crença-afirmação, mas tornar sua enunciação legítima, o que faz com que as justificações tenham um papel central no estabelecimento do conhecimento do sujeito. (SILVA, 2003, p. 19).

Para Lins (1999, 2012b), a justificação é o que dá direito ao sujeito a produzir uma enunciação dirigida a um interlocutor, que se constitui em um ser cognitivo que por sua vez, dá legitimidade à sua enunciação. Desta maneira, na justificação do sujeito é que as diferenças ocorrem a partir das enunciações. Ribeiro, Costa e Paula (2014, p. 3) apontam que é a partir daí que "podem surgir algumas implicações, como o fato de que uma crença-afirmação pode apresentar justificações distintas e, assim se constituem como conhecimentos diferentes". E ainda exemplificam:

> Quando afirmamos que $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ (crença-afirmação). Uma justificação apresentada poderia ser 'para somar frações com denominador diferente achamos o mínimo múltiplo comum entre os denominadores, esse resultado passa a ser o novo denominador e utilizamos a receita: divide pelo denominador e multiplicamos pelo numerador, depois somamos os numeradores.' Outra justificação apresentada poderia ser 'para somar as frações encontro sua frações equivalentes de mesmo denominador, e depois somamos o numerador.' Observe que nesse exemplo, apresentamos duas justificações para uma mesma crença-afirmação, ou seja, uma mesma crença-afirmação, mas conhecimentos distintos. Essa situação ocorre em nossas salas de aula frequentemente, os alunos operam de forma parecida, mas com justificações distintas. (RIBEIRO; COSTA; PAULA, 2014, p. 3).

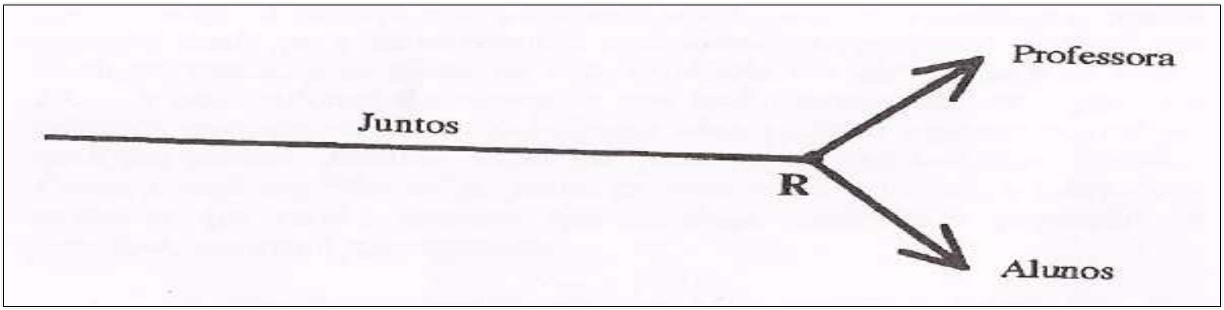
São apresentadas justificativas diferentes, dizemos que foram produzidos significados diferentes. Assim, as operações ocorreram em núcleos diferentes. E ressaltamos que o professor deve compreender e analisar a justificativa do aluno para aquele conhecimento que ele empregou no interior de uma atividade; antes de qualquer coisa, deve entender de onde veio aquele conhecimento, mesmo julgando a justificação do aluno como errada (RIBEIRO; COSTA; PAULA, 2014). Para o MCS não existe erro se o aluno tem uma justificativa para uma resposta, então ele é capaz de produzir significado, que pode não ser da mesma forma que o professor, mas para o aluno existe alguma coerência.

Na prática em sala de aula o aluno é passível de produção de significado, sua experiência e interação social alimentam a informação de mundo facilitando essa produção, pois ele vivencia sua vida real. Como pressupõe Lins (1997), a escola é o lugar de tematizações, de formulações, e seu papel é o de introduzir nos alunos em sistema de significados os conceitos científicos como parte da organização da atividade humana. "A noção de significado no MCS não é ambiciosa, ela é pragmática e pretende ser prática o bastante para tornar as leituras suficientemente finas" (LINS, 2012b, p. 28).

Sobre a produção de significados, Silva (2003, p. 21) considera que "o ponto central é que produzimos significados para que pertençamos a uma prática social ou, em escala maior, a uma cultura, tanto quanto produzimos enunciações pelo mesmo motivo". O interesse do MCS, para Santos (2007, p. 40), "i) não é olhar para estados e produtos e sim para os processos; ii) é entender o que as pessoas dizem e por que dizem o que estão dizendo, em vez de olhá-las pelo erro". O que importa não é mostrar que o sujeito está certo ou errado com relação a um questionamento (problema), e sim aceitar que ele produziu algum tipo de significado.

Podemos exemplificar uma produção de significado de alunos da educação infantil. Uma professora propõe para os alunos a adição "2 + 2", enquanto ela opera pensando em uma expressão aritmética e nos princípios lógicos da adição, os alunos pensam que possuem duas trufas de chocolate e ganham mais duas. Neste sentido, Lins (1993) destaca uma metáfora geométrica que aqui enfatizamos utilizando suas palavras e esquematizações.

Figura 5: Primeira representação geométrica sobre o percurso do conhecimento

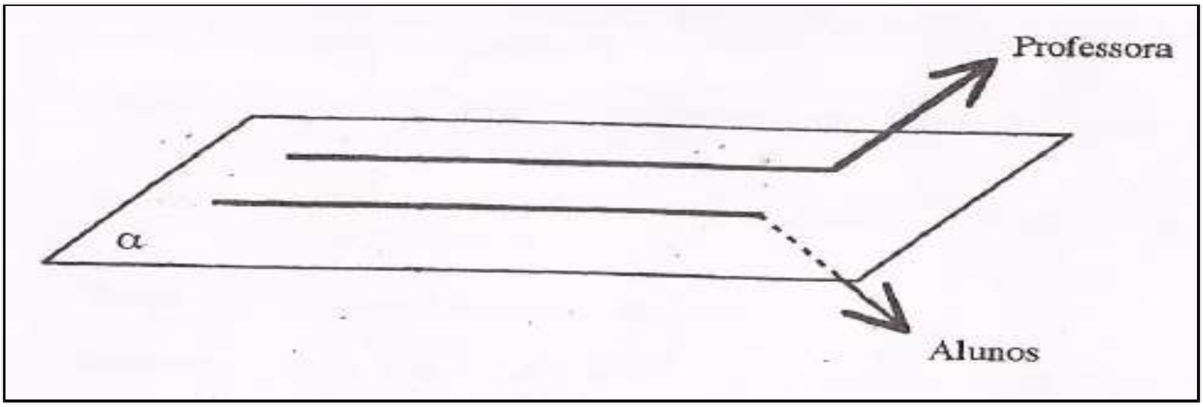


Fonte: Lins (1993, p. 81).

Para Lins (1993), a professora e os alunos caminham em uma mesma direção até o ponto "R", onde ocorre uma ruptura e os alunos seguem uma direção diferente. Percebemos que não há problema na resolução dos alunos, pois eles possuem o domínio de todas as técnicas para resolver o problema (LINS, 1993), porém operam em um campo semântico igual ao da professora, mas acabam tomando outra direção.

Lins (1993) nos chama a atenção para o fato de que a figura antecedente não era o que imaginávamos, em que até a bifurcação "R" havia uma só trilha. Para o autor, a posição de onde se deve olhar deve ser no nível de um plano "α".

Figura 6: Segunda representação geométrica sobre o percurso do conhecimento



Fonte: Lins (1993, p. 83).

Ainda de acordo com Lins (1993), os alunos e a professora seguem caminhos diferentes para uma mesma situação. Acreditam naquilo que são capazes de justificar. A professora opera com sua aritmética e os alunos operam por meio de sua vivência de mundo, uma matemática da rua adquirida que tem sua própria significação. Neste sentido os alunos produzem significado para o objeto que constroem. “Um mesmo discurso é parte de conhecimentos diferentes” (LINS, 1993, p. 83). O mesmo autor, na mesma obra, ainda aponta que um conhecimento é um par ordenado em que uma das coordenadas é a crença-afirmação e a outra é a justificação, e que um conjunto de pares ordenados (conhecimentos) é um campo semântico.

Um campo semântico de acordo com a ontopsicologia de Meneghetti (1993, p. 9) “é o deslocamento de intencionalidade psicoenergética de um indivíduo (mandante) para outro (executor)”. Cada aluno é capaz de produzir significado diferente, por meios diferentes, numa mesma enunciação, pois possuem suas próprias crenças-afirmações e justificações para uma mesma atividade.

A noção sobre campo semântico proposta pelo MCS é diferente da proposta pelos linguistas, os possíveis vieses do MCS e a Educação Matemática têm proporcionado um cenário promissor para a pesquisa em ensino e aprendizagem de Matemática. O conceito de campo semântico foi proposto pela primeira vez por N. Trier, em 1934: “o campo semântico de uma palavra comporta o conjunto das palavras que a ele estão ligadas pelo sentido” (DORON; PAROT, 1998, p. 125).

Para Lins (1992), um campo semântico é visto como a atividade de produzir significado em relação a um núcleo, aquilo que não requer justificações. É esta perspectiva que é a adotada neste trabalho. Enveredamos pelo recurso metodológico história da matemática em busca da produção de significado de alunos ao solucionarem atividades que intencionamos em chamar de tarefas didáticas. Operamos a produção de significados dos alunos segundo as noções-categorias descritas por Silva (2003).

2 METODOLOGIA

Neste segundo capítulo descrevemos logo na primeira subseção as características da pesquisa, apresentamos os sujeitos pesquisados e a estruturação temporal em que o trabalho se desenvolveu. Na segunda subseção, explicitamos as noções-categorias de acordo com o aporte teórico epistemológico do MCS que serviu de base para a confecção das tarefas e análise dos registros escritos dos sujeitos. E por fim, na terceira subseção, trazemos as tarefas produzidas por meio do uso de episódios de história da matemática objetivando a produção de significado matemático pelos alunos.

2.1 Características da pesquisa

Os pressupostos teóricos que adotamos em nossa pesquisa nos trazem a ideia expressa por Lins (1999, p. 86), de que “o aspecto central de toda aprendizagem humana [...] é a produção de significados”. Remetemos a uma busca por objetos para os quais os sujeitos produzem significado, analisando suas falas, gestos e registros escritos no interior de uma atividade (SILVA, 2003). Assim, para encontrar uma forma de introduzir conhecimentos de Geometria Plana utilizando o recurso didático história da matemática, elaboramos tarefas didáticas para alunos munidos de culturas próprias, com conhecimento carregado de casa para a escola.

Neste sentido, caracterizamos nossa pesquisa como qualitativa, pois

> 1) Na investigação qualitativa a fonte direta dos dados é o ambiente natural, [...]. 2) A investigação qualitativa é descritiva, os dados recolhidos são a forma de palavras, imagens, com pouca ou nenhuma preocupação com os dados numéricos. 3) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que [...] pelos resultados [...]. 4) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva. 5) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47-50).

O quinto item da citação acima destaca nosso objetivo, que com uma pesquisa de campo pretende analisar a produção de significado de alunos do Ensino Médio por meio da aplicação de tarefas didáticas que se utilizem de episódios históricos de matemática. A investigação qualitativa quando aplicada na discussão dos objetivos torna a diversidade destes ainda maiores, e mais, “tentam compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmo significados” (BOGDAN; BIKLEM, 1994).

A característica fundamental de uma abordagem qualitativa é a flexibilidade que permite que as respostas dos sujeitos se baseiem em suas próprias perspectivas e não em intervenções moldadas e elaboradas, levando sempre em consideração que muito pouco se sabe sobre os sujeitos e ambientes que se tornarão o objeto de estudo (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Ainda a mesma obra coloca que a investigação qualitativa pode ser utilizada para melhorar a eficácia da atuação do professor, tornando-o mais reflexivo.

Sobre os objetivos propostos em uma pesquisa, Araújo e Borba (2013, p. 47) apontam a importância de se estar consciente diante de um planejamento de pesquisa: “devemos estar abertos para encontrar o inesperado; o plano deve ser frouxo o suficiente para não ‘sufocarmos’ a realidade”, e assim, afirmamos que em um processo gradativo nossas inquietações se aliam e caminham junto com a revisão da literatura.

Caracterizamos nossa pesquisa também como pesquisa de campo, que se concentrou na aplicação de tarefas didáticas com o uso de episódios históricos de Matemática para alunos de uma turma do Ensino Médio. De acordo com Andrade (2007, p. 127), “uma pesquisa de campo exige um planejamento geral e um plano específico para a coleta de dados, bem como um relatório escrito das várias etapas da pesquisa, incluindo os resultados obtidos”. A pesquisa se dividiu necessariamente em dois momentos: a construção da sequência de tarefas didáticas e a sua aplicação. Conforme Loth (2011), a pesquisa de campo pode colaborar para a indicação das potencialidades das tarefas e também para se alcançar uma maior aplicabilidade.

O planejamento das tarefas ocorreu objetivando a produção de significado dos alunos de acordo com o que é proposto no MCS, permitindo que os alunos incentivados pela História da Matemática se envolvessem na resolução das tarefas. Entendemos que uma tarefa que lance mão de um recurso metodológico, neste caso, a história da matemática, com a utilização de episódios de história da matemática, deve ser cuidadosamente planejada tendo em vista o objetivo maior, a produção de significado dos alunos, e mais que isso, que não se vise o erro em sua produção, mas o processo que leva os alunos a tal pensamento. Precedemos a aplicação das tarefas com a leitura de um texto que evidencia o episódio de história da matemática em que Tales de Mileto teria medido a altura de uma pirâmide no Egito Antigo. Este foi o arranque inicial da sequência de tarefas didáticas.

Queremos deixar claro que não nos opomos aos enunciados dos problemas dos livros didáticos, mas queremos transparecer com este trabalho que o professor pode manipular as situações-problemas de forma que os alunos possam pensar, escrever, gesticular e falar todos os passos em suas resoluções para uma possível leitura de suas produções pelo professor.

Entendemos que os enunciados possam vir dotados de algo mais, neste caso, a história da matemática, e que esta possa ser a substância que mova a produção de significado dos alunos, assim pensamos em tarefas, como referenciamos, no sentido expresso por Loth (2011), em que professores pudessem utilizar em suas salas de aulas como introdução do conteúdo de Geometria Plana e semelhança de triângulos.

Inicialmente as tarefas didáticas ganharam um caráter prévio, que logo após as suas confecções, aplicamos a uma dupla de alunos do 2º ano do Ensino Médio o que nos serviu de teste piloto à observação da viabilidade, adequação, modificação, exclusão e aperfeiçoamento dos textos das tarefas didáticas e de seus propósitos. Pimenta (2009) entende que é pertinente utilizar o teste piloto, porque pelo seu intermédio é possível identificar obstáculos que venham a inviabilizar uma pesquisa.

O teste piloto foi realizado em um só dia, no turno da tarde, em 04 de agosto de 2015, com o áudio gravado e duração de duas horas e quinze minutos, referente à resolução de duas tarefas, envolvendo um episódio da história da matemática, contendo a estruturação do conceito do Teorema de Tales. Solicitamos aos dois alunos envolvidos que realizassem as anotações de todos os procedimentos que fossem necessários para suas resoluções das tarefas.

Chamamos o material escrito pelos alunos na resolução das situações-problema, chamamos de fichas de registros das resoluções das tarefas. Entendemos que não seja necessário exibir dados do teste piloto por não haver mudanças consideráveis na estrutura das tarefas e nem abandono dos eixos teórico, metodológico e epistemológico. Mas ressaltamos que no teste piloto percebemos que para o trabalho com as tarefas didáticas baseadas em episódios históricos, devemos partir de algo que no MCS classificamos como texto, um texto propriamente dito, um texto midiático (imagem), um recurso didático, que evidencie o episódio histórico anedotário ou real para só depois passarmos ao trabalho com as tarefas. Nesse sentido, resolvemos partir de um texto episódico, que permitisse e incentivasse a produção de significado dos alunos.

Desde o princípio nossa ideia era produzir um material didático capaz de subsidiar a prática do processo de ensino e aprendizagem na sala de aula de Matemática. Neste trabalho, no entanto, enfatizamos que um professor no planejamento de uma tarefa que se utilize de episódios históricos deve ter como finalidade ensiná-la, e torná-la compreensível, permitindo que os alunos possam produzir significados para os conteúdos propostos. Ressaltamos que o processo de ensino e aprendizagem de que tratamos nesta pesquisa é o mesmo destacado por

Santos (2005, p. 19) “é composto de duas partes: ensinar que exprime uma atividade, e aprender, que envolve certo grau de realização de determinada tarefa com êxito”.

O trabalho com o MCS permite ao professor enxergar o processo tomado pelos alunos à produção de significado, seja pela fala, escrita e gestos, pois, como coloca Santos (2007, p. 46), o significado de algum “conteúdo de Matemática surge quando um aluno fala a respeito de tal conteúdo; o significado do conteúdo, nesse sentido, não é aquele que está registrado no enunciado de um livro-texto ou nas anotações de um professor”, mas aquilo que o aluno tem de domínio sobre sua enunciação e não sobre o enunciado. A mesma obra ainda destaca que

> De acordo com a definição de significado adotada pelo Modelo Teórico dos Campos Semânticos, dizer que um sujeito produziu significados é dizer que ele produziu ações enunciativas (o sujeito falou) a respeito de um objeto no interior de uma atividade. Sendo assim, se é o sujeito que diz algo, então é o sujeito que produz significado. Em outras palavras, quando eu falo a respeito de um objeto, produzo uma enunciação por meio da qual o significado do objeto é produzido. (SANTOS, 2007, p. 46).

A turma envolvida na pesquisa pertencia ao 2º ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Médio, do Instituto Federal do Maranhão, campus São Raimundo das Mangabeiras, composta de 23 alunos, sendo oito do sexo feminino e 15 do sexo masculino, com idades entre 16 e 22 anos. A escolha da turma se deu devido ao retorno do afastamento para as disciplinas do mestrado, sendo uma das turmas assumidas pelo professor pesquisador. Percebemos como medida viável tornar a aplicação da sequência de tarefas o mais real possível para alcançar sua validação, assim, defendemos que a proposta de tarefas didáticas deve ser inserida pelo professor regente da turma em meio ao estudo dos conteúdos da grade curricular da disciplina de Matemática.

Pensamos em desenvolver o produto educacional com todos os alunos de uma sala de aula. Porém, para essa pesquisa, trazemos os dados das fichas de registros das resoluções de apenas quatro alunos. Pois nestes registros evidenciamos informações que correspondiam à nossa perspectiva da produção de significado; algumas das fichas não foram respondidas pelos alunos; houve desistências que interferiram na concretização da aplicação das tarefas para os desistentes e ausências durante a aplicação. Mas queremos esclarecer que essa delimitação, para quatro alunos, não ocorre por não acontecer produção de significado pelos alunos, mas pelo caminho tomado pelos alunos para esta produção ter se direcionado para além da atividade da produção de significado (SILVA, 2003).

Figura 7 : Fachada da Escola lócus da pesquisa

Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

Realizamos o convite à turma durante o horário de aula de Matemática para uma reunião que ocorreu no dia 13 de agosto de 2015, pela manhã, e nesta apresentamos os propósitos da pesquisa e a entrega do termo de consentimento para assinatura dos responsáveis para os menores de 18 anos de idade, resolução do questionário de identificação e reconhecimento do aluno, resolução de um questionário que permitia saber sobre o contato e conhecimento que os alunos tinham sobre a história da matemática.

Figura 8: Alunos respondendo questionário da pesquisa

Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

O termo de consentimento garantiu a gravação de vídeo, áudio e imagens, e a preservação dos nomes dos sujeitos. O diretor do Campus expediu a autorização do uso de imagens e espaços para realização da pesquisa. Não realizamos a gravação de vídeo por não possuir espaço apropriado para este tipo de gravação.

Ressaltamos que dos 23 alunos envolvidos na pesquisa, houveram dezesseis faltas não justificadas durante os encontros/aulas e quatro desistências. A opção de escolher quatro registros como já foi informada acima, também ocorreu pela concretização das tarefas e também pelo caminho tomado pelos alunos demonstrarem uma capacidade de leitura de suas produções de acordo com o MCS, uma vez que contemplamos os sujeitos que escreveram em seus registros escritos e os que falaram durante as intervenções orientadas. A adoção do MCS foi importante, pois permitiu ouvir os alunos e observar a sala de aula no que diz respeito à produção de significado.

Os quatro alunos cujas fichas de registros escritos passamos à análise foram nomeados por seus pseudônimos em ordem alfabética como Ana Cláudia, Arthur, Bernardo e Mônica, e suas idades são 16 e 17 anos. Estes pseudônimos foram escolhidos por acaso e nenhum destes nomes confere com algum aluno do ano de 2015 cursando o segundo ano nesta escola. Enfatizamos que as imagens adquiridas durante a realização das tarefas foram autorizadas pelos participantes em termo de consentimento.

Realizamos cinco encontros no mesmo horário das aulas de Matemática da turma, tornando a proposta o mais real possível. As aulas no Campus São Raimundo das Mangabeiras têm duração de 50 minutos. A carga horária da disciplina de Matemática no 2º ano do Ensino Médio Integrado é de 120 horas anuais, o que corresponde a três aulas/encontros semanais sendo duas aulas geminadas (aulas duplas) mais uma aula.

Os encontros/aulas foram realizados entre os dias 26 de agosto e 17 de setembro de 2015, variando pela manhã e pela tarde, pois os cursos na modalidade Integrado ao Médio necessitam de uma carga horária maior, ocorrendo também em contra turnos. O tempo de aula pode influenciar o andamento de uma proposta de ensino de Matemática, uma vez que trabalhamos com salas de aulas reais.

> [...] muitas das boas intenções podem fracassar se o tempo não for considerado como uma autêntica variável nas mãos dos professores, para utilizá-la conforme as necessidades educacionais que se apresentem em cada momento. (ZABALA, 1998, p. 134).

Os encontros foram assim distribuídos: no primeiro foi utilizada uma aula geminada (duas aulas) de 100 minutos, decidimos após o teste piloto produzir um texto que introduzisse a história do Teorema de Tales. Junto com os alunos fizemos a leitura e comentários sobre o texto. Neste primeiro encontro gravamos o áudio e transcrevemos as falas dos alunos. No trabalho trazemos as falas dos quatro alunos, pedimos que apenas comentassem suas observações e não que complementassem as falas dos outros alunos. A história da matemática em seu formato episódico começou a ser inserida na aula por meio de um texto escrito.

Para muitos alunos, a Matemática é vista como uma ciência pronta e acabada, sem história e sem ligações com outras ciências e até mesmo com aspectos da cultura humana (MENDES, 2009). Estabelecendo enunciados em forma de textos ou tarefas acreditamos fazer ligações da Matemática com outras áreas do saber e também facilitar o entendimento do aluno sobre o processo histórico em que se deu a construção da Matemática.

Nos segundo e terceiro encontros, realizados nos dias 02 e 09 de setembro, com 50 e 100 minutos respectivamente, os alunos realizavam as resoluções da primeira parte da sequência de tarefas. Ressaltamos que as tarefas foram respondidas individualmente pelos alunos e era permitido o diálogo entre eles, orientamos a não realizarem a cópias das respostas dos demais alunos. Foram entregues aos alunos as folhas de tarefas impressas que chamamos fichas de registros escritos, quando respondidas, e canetas, lápis e borrachas ficaram dispostos sobre a mesa. Separamos a sequência de tarefas em partes por não se adequar a apenas uma aula normal de Matemática do Ensino Médio regular. A Tarefa I foi solucionada no segundo encontro e as Tarefas II e III no terceiro encontro.

A nossa presença na sala de aplicação atendia nossa finalidade de aproximação do aluno e também estabeleceríamos intervenções orientadas fornecendo elementos para uma possível produção de significados (SILVA, 2003). Convém ressaltar que a experiência de participar do contexto da pesquisa enquanto regente da turma soa estranho, uma vez que nossa prática é colocada em foco, mas ao mesmo tempo em que se debate o exercício de nossa docência, enfatizamos que o sentimento de liberdade e missão cumprida se efetiva nos rabiscos dos alunos, nas resoluções apuradas ou não, nos gestos e nas falas, e na nossa reflexão sobre o futuro de nossas experiências enquanto professores.

No quarto encontro, dia 16 de setembro de 2015, houve pedido de liberação de alunos em alguns momentos de outras aulas de acordo com documento de autorização no apêndice. Iniciamos com a leitura da Tarefa IV, e a tomada de decisão dos alunos, após as nossas orientações. Todos os alunos possuíam suas fichas de registros. Em grupos realizariam a mesma tarefa em três horários do dia, visto que era uma atividade que necessitava da atuação da posição do Sol, recomendamos os horários de 09 da manhã, 12 horas (meio-dia) e 15 horas. Para a execução desta tarefa os alunos manipularam instrumentos cedidos por nós, trenas, réguas e pranchetas, todo este material foi fornecido para os alunos e os mesmos se deslocaram para outros espaços físicos da escola onde houvesse incidência do Sol. As tarefas são melhores explicadas na subseção 2.2, em metodologia.

O quinto encontro, dia 17 de setembro de 2015, foi realizado no laboratório de Matemática e Física e consistia na continuação da tarefa anterior e produção de um relato do que foi trabalhado em campo. Utilizamos duas aulas (100 minutos) para execução dos cálculos e registros dos alunos. Em todos os encontros orientamos aos alunos que registrassem em suas fichas tudo aquilo que entendessem como relevante para suas resoluções ou não, que dialogassem entre si e quando necessário solicitasse nossa intervenção orientada.

Ressaltamos ainda que embora a pesquisa tenha acontecido durante as aulas normais, não utilizamos a exposição teórica do conteúdo, e não interviemos com novos questionamentos, a intervenção utilizada foi a orientada, de acordo com o proposto por Silva (2003). A proposta de reconhecer o potencial das tarefas didáticas a serem aplicadas em salas de aulas reais não tinha como objetivo os acertos ou os erros dos alunos, mas todo o processo, do início ao fim, seria analisado de acordo com o MCS, nos atentando para a produção de significados de acordo com as noções-categorias.

2.2 Noções-categorias

Nesta subseção passamos a apresentar algumas das noções-categorias do MCS (SILVA, 2003) que embasaram a formulação das tarefas e o critério de análise de dados em que se torna possível uma leitura da produção de significado matemático dos alunos sujeitos da pesquisa.

Procuramos saber para onde guiar nosso olhar, o que registrar e o que esperar dos registros dos alunos. As noções-categorias do MCS auxiliam essa procura se tornando um caminho para elaboração das tarefas e para a análise dos dados. Dias (2015, p. 36) corrobora com este pensamento quando afirma que “uma das mais importantes informações para o pesquisador em campo é a de saber para onde olhar e que elementos considerar para analisar a produção de significados dos estudantes quando estes estão resolvendo uma tarefa”. E uma das respostas para esta procura vem a ser as noções-categorias,

> i) A constituição de objetos – coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos – que nos permite observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados produzidos para esses objetos; ii) A formação de um núcleo: as estipulações locais, as operações e sua lógica; iii) A produção de conhecimento; iv) Os interlocutores; v) As legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade. (SILVA, 2003, p. 66).

Essa mesma obra afirma que essas noções são envolvidas quando uma pessoa inicia o processo de produção de significado para um resíduo de enunciação, que segundo Silva (2003) são sons, gestos, registros escritos, falas, desenhos. Ainda conforme essa obra, não existe uma sequência lógica das noções-categorias para estabelecermos uma ordem de leitura do significado produzido pelos alunos.

Retornamos a mencionar que o significado é, no interior de uma atividade, aquilo que o leitor pode dizer e efetivamente diz sobre um objeto e produzir significados é dizer que o leitor produziu ações enunciativas, que podem ser falas, gestos, desenhos, no interior de uma atividade (LINS, 2012b; DIAS, 2015).

Os objetos, de acordo com o que apresentamos anteriormente, são as coisas as quais sabemos dizer algo, e de fato dizemos. O que falamos, gesticulamos, desenhamos sobre estes objetos é a nossa produção de significado. De acordo com Lins (2012b, p. 28, grifo do autor), "nós pensamos *com* e *sobre* objetos. São os objetos que estruturam nossa cognição [...] o significado de um objeto no interior de uma atividade, não é tudo que *poderia* ser dito a respeito da coisa da qual se fala".

Os objetos são elementos que estruturam o pensamento, não se trata de um conjunto de coisas que se pode dizer sobre algo, e sim aquilo que efetivamente se diz (LINS, 1996). Esses objetos, ou seja, aquilo que os alunos sujeitos da pesquisa falaram e registraram se constituíram em nossos dados de análise, sua produção de significado.

Em relação ao núcleo, Lins (2012b, p. 26) conceitua que "é constituído por estipulações locais, que são, localmente, verdades absolutas, que não requerem, localmente, justificação". Em outras palavras, um núcleo é constituído por um conjunto de afirmações aceitas sem justificação, que são chamadas de estipulações locais ou de crenças-afirmações. De acordo com Lins e Gimenez (1997, p. 144), "a crença-afirmação corresponde ao que é novo, ao passo que a justificação corresponde ao que é dado [...] o que importa é que é em relação aos objetos que se vai ser produzido significados, seja para que texto for". No entanto, o núcleo não é algo estável, mas é algo em modificação no interior de uma atividade que desaparece ao final dela, em outra atividade um novo núcleo é constituído, este é o processo (SILVA, 2003).

Dentre as noções-categorias citamos também a lógica de operações que é tudo aquilo que pode ser feito com os objetos que estão se constituindo pela produção de significado (LINS; GIMENEZ, 1997). Na lógica de operações podemos entender como os alunos pensam registrando como eles operam um objeto no interior de um núcleo. Em nossa análise trazemos esse referencial de modo implícito, pois o que pretendemos é descrever a produção de significado dos alunos, a instauração de núcleos e suas justificações.

Os estudos iniciais de Romulo Campos Lins sobre o MCS o levaram a conceituar conhecimento em seu sentido epistemológico. Para Lins (2012b), conhecimento consiste em uma crença-afirmação junto com uma justificação para o que foi afirmado. Não nos alongamos neste trecho, pois já conceituamos conhecimento no primeiro Capítulo de acordo com o modelo epistemológico dos Campos Semânticos.

A noção-categoria interlocutores, que Lins (2012b) afirma ser uma direção na qual se fala e se constitui de um ser cognitivo, não nos apoiou até mesmo porque, conforme Silva (2003), para que ocorra produção de significado nem sempre as noções citadas por ele devem acontecer por completo e nem na mesma ordem.

> As noções-categorias do MCS nos oferece a possibilidade de assumirmos uma mudança de postura perante nossos alunos e sujeitos de pesquisa. Passamos a interagir, intervir e reconsiderar o sentido do que seja ensinar e aprender. Para os que adotam o MCS, ensinar diz respeito a sugerir modos de produção de significados e aprender diz respeito a internalizar modos de produção de significados. (DIAS 2015, p. 38).

Lins (2008) esclarece que uma pessoa, no caso, um aluno, já sabe fazer algo, mas não sabia que o poderia fazer em outra situação ou atividade. A mesma obra ainda coloca que a aprendizagem ocorre quando professor e aluno compreendem que suas legitimidades numa atividade são diferentes e ambos as aceitam.

A nossa sequência de tarefas didáticas elaboradas parte dos pressupostos do MCS e evidencia a possibilidade da produção de significado. Intuímos que o MCS nos permitiu estabelecer uma visão sobre outra perspectiva do que vem a ser ensinar e aprender matemática. Na subseção seguinte trazemos a produção das tarefas e os seus objetivos.

2.3 As tarefas didáticas

Em busca de uma nova maneira de proporcionar a aprendizagem de Matemática e explorando uma aliança entre a história da matemática e o MCS é que decidimos concordar com Lins e Gimenez (1997), quando escrevem que:

> O problema que temos hoje está mal colocado. O problema da Educação Matemática não pode ser apenas o de descobrir maneiras melhores de ensinar matemática escolar, mas também não basta decidirmos que a matemática escolar atual deva ser substituída por isso ou aquilo, não se trata de 'novos conteúdos'. Qualquer que seja a matemática que se institucionalize como escolar, o mesmo processo de fossilização acontecerá. O que precisamos é de

> uma perspectiva diferente, é preciso reconceitualizar o papel da escola. (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 20).

Em nossas tarefas utilizamos a história da matemática de maneira episódica explorando outros conhecimentos que os alunos já possuem, e associando a estruturação do conceito do Teorema de Tales. Apresentamos nesta subseção as nossas tarefas didáticas que compõem a sequência a qual propomos como produto educacional. O diferencial de nossas tarefas é a inserção do recurso derivado da história da matemática, o uso de episódios de história da matemática.

Quando o professor adota a produção de significado no que é proposto no MCS para fazer parte de sua metodologia em sala de aula, deixa de avaliar o aluno pelo erro, valorizando o processo que ele desenvolve para chegar ou não à solução de um problema dado. A Educação Matemática vem buscando e propondo instrumentos metodológicos cada vez mais novos que podem ser utilizados pelos professores em suas aulas (BARONI; NOBRE, 1999). Buscando essas novas metodologias, Santos, Muniz e Gaspar (2015, p. 15) afirmam que “a história da matemática é um desses instrumentos que extrapola o campo da motivação e abarca elementos que interligam o conteúdo e o fazer pedagógico”.

O que nos motivou para a adoção dessas tarefas foi o fato de querermos levar para a sala de aula problemas que possam fazer os alunos produzirem significado. As tarefas que produzimos tem como conteúdo principal o Teorema de Tales, através da semelhança de triângulos e no corpo das tarefas trazemos o recurso didático história da matemática. Em outras palavras, buscamos elaborar tarefas que promovam a produção de significado e que nos permita a leitura desta produção de acordo com as noções-categorias do MCS.

A produção das tarefas didáticas que adotamos segue o contexto expresso por Loth (2011), que adequamos para inserção da história da matemática em seu formato episódico. Assim podemos citar, que de acordo com Loth (2011) as tarefas:

I – São produzidas para uso em salas de aulas reais;

II – As tarefas devem exigir dos alunos a leitura e interpretação de textos;

III – As tarefas possuem contexto, possibilitando ao aluno oportunidades de discussão e debates em sala de aula.

IV – As tarefas não devem visar o erro, mas sim o processo que o aluno toma, sua tomada de decisão sobre o caminho que deve seguir.

Acrescentamos ao que é colocado por Loth (2011) a inserção de um recurso didático às tarefas, a história da matemática, proporcionando a leitura de fatos históricos em seus enunciados. Não nos opomos às características que possuem as tarefas sinalizadas por Loth (2011), apenas incrementamos. Da mesma forma, outros recursos didáticos podem ser incorporados em tarefas que intencionem a produção de significado.

A mesma autora ainda aponta que uma boa tarefa deve:

> (a) observar os diversos significados sendo produzidos pelos alunos e incentivar que esses significados se tornem objeto de atenção dos alunos; (b) deixar claro que os significados produzidos por eles e/ou os significados oficiais da matemática são alguns entre os vários significados que podem ser produzidos a partir daquela tarefa; (c) tratar do que é matemático, junto com os significados não matemáticos que possivelmente estejam presentes naquele espaço comunicativo. (LOTH, 2011, p. 19).

A inserção de fatos do passado em tarefas didáticas se consolida como uma nova ferramenta para o trabalho com a história da matemática, mesmo sendo o início de uma aliança entre esta tendência do ensino de Matemática e o MCS. Desta forma, "o aluno pode reconhecer a Matemática como uma criação humana que surgiu a partir da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano" (CHAQUIAM, 2015, p. 13).

Buscamos em nossa proposta de produto educacional apresentar tarefas familiares e não-usuais (SILVA, 2003). Familiar, "no sentido de permitir que as pessoas falem a partir daquele texto e, não-usual, no sentido de que a pessoa tenha que desprender um certo esforço cognitivo na direção de resolvê-lo" (SILVA, 2003, p. 53). Ressaltamos que não esperamos que os alunos reconheçam a familiaridade e a não-usualidade de uma tarefa. Queremos sair de uma perspectiva de questão certa ou questão errada da forma que encontramos em alguns livros didáticos com enunciados que se resumem a apenas "*resolva*" ou "*calcule os problemas seguintes*" ou então "*encontre o valor de x*" utilizando o Teorema de Tales, para uma perspectiva que dê condições aos alunos de pensarem, de inquirir e produzirem suas próprias justificações.

A característica que Silva (2003) atribui sobre ser não-usual permite perceber até onde o aluno pode ir falando. E o papel do professor é conhecer as legitimidades dos alunos, naquela atividade, e saber em que direção o aluno está falando (LINS, 2008). Estabelecemos neste ponto mais uma vez nosso interesse em adotar o MCS como método epistemológico e reforçamos a utilidade de sua presença em salas de aula.

A proposta de produtos educacionais que apresentam o uso do Teorema de Tales já foi estudada em outros trabalhos, porém nossas tarefas são inéditas e reforçamos a ideia de que tomamos como base o MCS para sua produção e as noções-categorias de Silva (2003) para validar as tarefas didáticas. De acordo com Lins (1993), a História da Matemática deve ser entendida como um estudo da organicidade do conhecimento de uma cultura e desta forma é que o estudo do conhecimento de um aluno deve ser conduzido. O MCS nos propõe este caminho, uma base para o estabelecimento de nosso estudo.

Pereira, Santiago e Morais (2015) sugerem que a escolha das tarefas e dos temas que serão abordados em seu teor histórico-matemático deve ser feita por aqueles temas em que os alunos apresentem dificuldades em sala de aula, favorecendo a ultrapassagem de obstáculos epistemológico-históricos. A mesma obra ainda destaca que outro ponto importante é o título e a forma como os episódios são apresentados aos alunos. Os títulos do episódio que desenvolvemos foram criados pensando em um estabelecimento de um convite à leitura dos alunos. As tarefas em nossa percepção também devem possuir título e que o mesmo instigue a resolução dos problemas propostos.

Sabemos que existe uma série de atividades, tarefas e situações-problemas que colaboram com o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Proporcionar aos alunos uma variedade de tarefas é fundamental à aquisição de habilidades, destrezas e capacidade de raciocínio (LOPES; GIMENEZ, 2009).

Construímos nosso episódio sobre o Teorema de Tales em formato de texto tornando, segundo nosso entendimento e nossas observações, a Matemática mais viva e interessante para os alunos. O problema que enfatizamos no episódio diz respeito ao cálculo da altura de uma Pirâmide no Egito Antigo feito por Tales de Mileto. Tentamos tornar o texto interessante o bastante para que os alunos compreendessem como foi estruturado o teorema.

Passamos agora a apresentar o texto episódico e as tarefas propostas para o produto educacional baseado no uso de episódio de história da matemática nos moldes do MCS. Ressaltamos que evidenciamos subtópicos para o texto e para cada tarefa.

2.3.1 O texto

Tales de Mileto no desafio da Pirâmide

Figura 9 : Localização geográfica do Egito e Grécia Antigos

Fonte: Google images.

O homem na Antiguidade aprendeu a se mobilizar para o conhecimento com o uso da razão. Começou a indagar o *como* e o *porquê* das coisas. Começou a formular questões.

Por que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais?

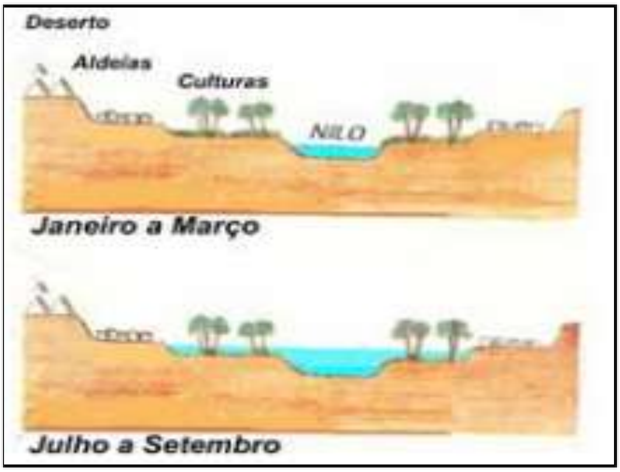
Por que o diâmetro de um círculo divide esse círculo ao meio?

Questões que nas experiências práticas das civilizações eram triviais. Os processos empíricos eram suficientes para responder como, mas não eram o bastante para explicar os porquês. A partir daí, figura a importância de diversos estudiosos que tentavam entender o Universo e a natureza, como foi Tales de Mileto.

Tales nasceu em Mileto, na Turquia, por volta de 624 a. C., e faleceu por volta de 548 a. C. Foi filósofo, matemático, engenheiro, homem de negócios e astrônomo. Estava inserido em dois cenários de diferentes civilizações que guardam riquezas e mistérios culturais e intelectuais: o Egito e a Grécia. A região em que nasceu e cresceu estava localizada em um importante trecho comercial, segundo a história tradicional Tales, por meio de observações astronômicas, previu uma rica colheita de azeitonas, daí investiu em prensas de azeite, tornando-se rico empreendedor. A partir daí, talvez sua fama instaurada possibilitou seu reconhecimento e viagens a trabalho entre as regiões do Mar Mediterrâneo.

A Matemática egípcia era intuitiva e empírica baseada em experimentações práticas e por necessidades cotidianas da civilização para medição de terras, durante as cheias do Rio Nilo, por exemplo. Os egípcios aprimoraram técnicas de medições de terras, talvez daí tenha surgido o termo "*Geometria*", que para os egípcios significava medição da terra. E com a atuação dos gregos a Geometria acabou ganhando um tratamento dedutivo e abstrato, tornando-se ainda mais prática e necessitando de demonstrações.

Figura 10: Esquematização das cheias do Rio Nilo



Fonte: Doberstein (2010, p. 27).

No cenário grego, Tales se destacou pela sua elevada inteligência e foi considerado um dos sete sábios da Grécia Antiga. Na Grécia, era sábio aquele que conseguisse fornecer explicações sobre o Universo, e Tales conseguiu, interpretou eventos da natureza, previu eclipses e épocas de chuvas, por fim, transformou a Matemática em uma ciência mais formal e rigorosa. É dele, por exemplo, o teorema que diz que *"um feixe de retas paralelas determinam sobre duas transversais segmentos proporcionais"*, que se tornou um dos teoremas fundamentais da Geometria Elementar, o Teorema de Tales.

Tales, segundo a história, tornou-se rico por empreender em prensas de olivas, produzindo e vendendo azeite, fazendo a previsão de períodos de secas e chuvas para os agricultores das regiões por que passava. Foi ele quem iniciou a Geometria Demonstrativa, aquela que é validada por demonstrações puramente matemáticas.

E é dele os teoremas:

- *Qualquer diâmetro divide um círculo em duas partes iguais.*
- *Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.*
- *Dois ângulos opostos por um mesmo vértice são iguais.*

Durante sua passagem pelo Egito Antigo, Tales teria sido abordado pelos escribas de um faraó para que realizasse a medida da altura de Quéops, uma das pirâmides do Egito, construída por volta de 2650 a. C. Estima-se que foram utilizados cerca de 100 mil trabalhadores, por cerca de 30 anos, e o que sabemos é que foi uma construção bem arquitetada por estar de pé até hoje.

Tales não recusou o desafio, não podia escalar a pirâmide, mas realizou a medição utilizando a sombra da pirâmide, originando um dos teoremas mais emblemáticos da Matemática.

Figura 11 : Pirâmides de Gizé

Fonte: Doberstein (2010, p. 92).

No desafio dos escribas do faraó, Tales, de posse de um bastão, encontrou por semelhança de triângulos a altura da pirâmide. Percebeu que no momento em que a projeção da sombra de um bastão de madeira adquiriu tamanho igual ao seu comprimento, por semelhança, a altura da pirâmide também seria igual ao comprimento de sua sombra. Assim, considerou que os segmentos comprimento da sombra do bastão e comprimento da sombra da pirâmide eram proporcionais.

Figura 12 : Representação da medição da altura da pirâmide por Tales de Mileto

Fonte: Mendes (2009, p. 26).

Uma representação para o cálculo da altura da pirâmide seria,

$$\frac{altura\ do\ bastão}{comprimento\ da\ sombra\ do\ bastão} = \frac{altura\ do\ pirâmide}{comprimento\ da\ sombra\ da\ pirâmide}$$

Figura 13: Busto de Tales de Mileto

Fonte: Souza (2010, p. 8).

"A coisa mais extensa do mundo é o Universo, a mais rápida é o pensamento, a mais sábia é o tempo e a mais cara e agradável é realizar a vontade de Deus".

Tales de Mileto

Neste texto buscamos introduzir o conteúdo a ser trabalhado em sala de maneira plausível e que todos participassem da leitura do texto. É importante a disposição circular das carteiras para facilitar a interação entre os alunos. Gravamos em áudio toda a leitura dos alunos e seus comentários. Segundo Brolezzi (2015, p. 27), "falar sobre história da matemática é, no fundo, conversar sobre matemática e a natureza particular desse conhecimento socialmente construído".

Como resultados e que já foi enfatizado anteriormente, transcrevemos todas as falas, porém trazemos como resultado da pesquisa as falas dos quatro alunos que consideramos compor nosso objeto de análise, são eles: Ana Cláudia, Arthur, Bernardo e Mônica, que em toda a análise são apresentados em ordem alfabética. Com esta interação entre os alunos, evidenciamos o episódio da Matemática, que mesmo lendário, é capaz de proporcionar curiosidade pelo conteúdo trabalhado. O ápice da leitura era encontrar o método utilizado por Tales de Mileto como forma de se estudar a semelhança de triângulos através de problemas práticos. Neste primeiro encontro, os alunos não fizeram registros escritos, apenas registramos suas falas durante a leitura do texto episódico.

Intitulamos o texto de Tales de Mileto no desafio da pirâmide, como se fosse apenas um dos episódios que o personagem tenha participado. O poder que o título exerce diz respeito ao estabelecimento de um convite à leitura, que mais uma vez ressaltamos, a apresentação de episódio de história da matemática pode vir exposto de várias formas, mas que possuam o objetivo de informar, situar, instigar e incentivar a produção de significado dos alunos. Entendemos que o texto permite a inserção de conhecimentos geográficos, históricos, da arte, da religião, filosóficos e matemáticos envoltos no episódio, possibilitando mais ainda a instrução da pesquisa e busca por novas informações.

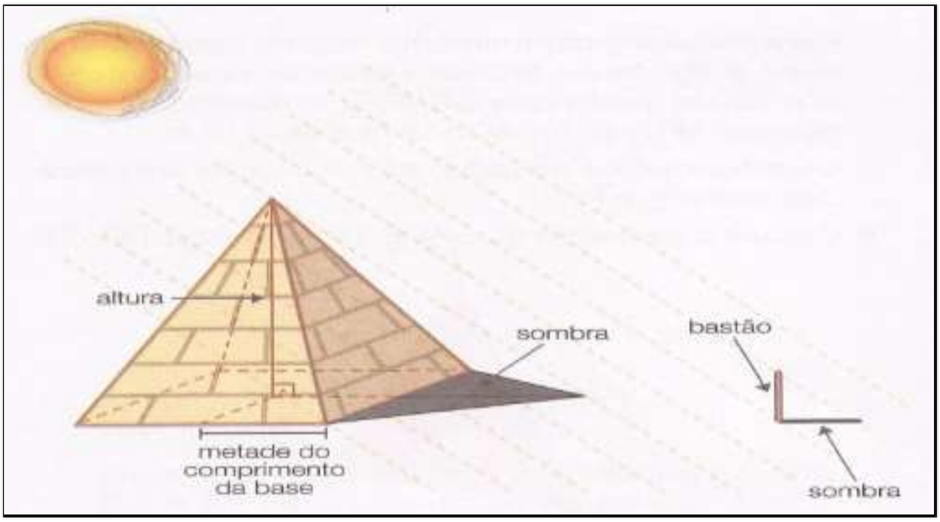
2.3.2 A tarefa I

Tales e o problema da altura da pirâmide

Leia o texto que segue:

Tales de Mileto (624 a. C – 547 a. C.) é considerado um dos mais célebres gênios da Matemática da Antiguidade. A história deste grande matemático e filósofo relata que ele, ao se deparar com um problema de medição da altura de uma pirâmide, fincou um bastão verticalmente no chão e esperou o momento do dia em que a sombra do bastão fosse igual ao seu tamanho real, para isto, realizava constantes medidas até o momento oportuno e ideal, quando enfim a altura do bastão correspondia à altura de sua sombra. Nesse instante, Tales mediu o comprimento da sombra da pirâmide e a este valor adicionou a metade do comprimento da sua base, pois a soma dessas medidas, segundo Tales, correspondia à altura da pirâmide.

Figura 14 : Representação da medição da altura da pirâmide por sua sombra



Fonte: Souza (2010, p. 266).

Questionamos:

a) Se Tales, utilizando este método, encontrou a medida da altura da pirâmide, então, a medição da altura da pirâmide aconteceu em determinado momento do dia? Qual? Justifique.

b) Como esse método, utilizado por Tales, permite que se descubra a altura da pirâmide? Comente com suas palavras.

c) Se este método fosse utilizado em outro momento do dia, por exemplo, o momento em que a sombra do bastão fosse igual à metade da altura dele, o resultado poderia ser encontrado? De que forma? Justifique.

Nas tarefas os alunos foram instruídos a registrarem todos os seus pensamentos nas fichas de registros. Objetivamos nesta tarefa entender o que os alunos abstraíram sobre o método utilizado por Tales de Mileto. A tarefa envolve uma interação com o conhecimento de rua, oriundo de sua vivência fora da escola. Não exige cálculos. Pensamos que essa tarefa possibilita produção de significado, pois o aluno pode observar e defender o que julga correto sobre o episódio de história da matemática tratado no texto. Neste ponto, na produção dessa tarefa, focamos em trazer uma noção da Matemática da rua, pois,

> [...] as razões mais frequentes de se levar a matemática da rua para a escola são as dificuldades que os alunos apresentam nessa disciplina escolar. Ou seja, para tentar amenizar ou superar as dificuldades que os alunos encontram na matemática escolar, relacionadas à falta de significado dos conceitos matemáticos abordados na escola, alguns autores sugerem o estabelecimento de ligações entre os conhecimentos matemáticos escolares e os conhecimentos matemáticos de que os alunos se apropriam fora da escola, em situações cotidianas. (VILELA, 2009, p. 82).

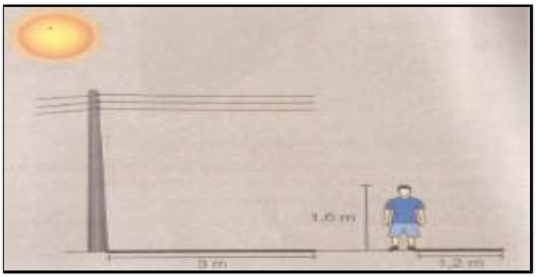
O texto introdutório da tarefa situa o aluno em um momento histórico das civilizações, abre o leque para o conhecimento. O MCS permite um envolvimento do aluno com sua produção, o processo é considerado. Queremos transparecer que uma boa tarefa é capaz de estabelecer uma aproximação entre o aluno e o professor.

2.3.3 A tarefa II

Medição da altura do poste

Partindo do conhecimento que obteve sobre o problema da altura da pirâmide, determine a altura do poste na figura abaixo. Não deixe de registrar todos os seus dados nas fichas.

Figura 15 : Problema da Tarefa II



Fonte: Souza (2010, p. 266).

Utilizamos na tarefa II um problema comum nos livros didáticos. Este é o primeiro procedimento com cálculos que os alunos realizariam. O texto inicial e a primeira tarefa foram devolvidos para os alunos com a finalidade de estabelecer vínculos entre o conhecimento depreendido na tarefa e texto anteriores. Nossa ideia era de que os alunos visualizassem dois triângulos retângulos semelhantes e efetuassem os cálculos, e também descrevessem sobre a possível posição do Sol. As interferências orientadas que realizamos apenas sinalizavam com situações cotidianas, em que questionávamos aos alunos sobre a tarefa e seus registros.

2.3.4 A tarefa III

Explorando

a) Imagine que sua sombra projetada no chão em determinado momento do dia seja de 60 cm. E que a sombra de uma árvore, também projetada no chão seja de dois metros. Determine de acordo com o que foi estudado, a altura desta árvore. Registre seus dados por meio de escritos e desenhos nas fichas.

b) Você conhece alguma maneira de medir alturas inalcançáveis? Escreva sobre ela(s).

A Tarefa III foi realizada no mesmo dia da Tarefa II, pois sinalizavam produções similares. Os alunos tinham que medir suas próprias alturas e elaborar um esquema desta situação expressando seus cálculos. Foram cedidas trenas de três metros para realização das medições. Podemos colocar que as atividades em que os alunos se movimentam, interagem com os outros e com o meio incentivam a aprendizagem. Na segunda alternativa da Tarefa III os alunos, a partir de suas experiências vividas e não vividas, comentam sobre métodos conhecidos e desconhecidos para medir alturas inalcançáveis. Esta tarefa em nossa percepção articula o que é conhecido com o desconhecido, e também estabelece um convite para professor e aluno aprenderem juntos.

2.3.5 A tarefa IV

Na última tarefa da sequência, e seguindo uma logística de grau de dificuldade, decidimos realizar em três momentos (horários) diferentes do dia, que caracterizamos como um encontro maior, tomando como suporte o contra turno dos alunos que estariam na escola nos três horários sugeridos ou criados por eles. Foram cedidos materiais, como trena de 20 e 30 metros, réguas, pranchetas, lápis, borracha e fichas de registros.

Vamos medir alturas de objetos inalcançáveis?

Vamos medir a altura de objetos fora da sala, a partir da sombra, utilizando o método de Tales de Mileto? Levando somente, papel, calculadora, lápis, borracha, trena ou fita métrica como recursos disponíveis. Realize as medições com os mesmos objetos em três momentos diferentes do dia. Não vale escalar. Registrem todos os passos e esquematizem os problemas que criarem.

Sugestões de objetos: Caixa d'água, postes, árvores, mastro da bandeira.

Sugestões de horários: 09:00, 12:00 e 15:00.

O objetivo desta tarefa além da produção de significado era permitir o uso dos espaços da Escola assimilando o comprimento das sombras de objetos ao conhecimento e ideia de proporcionalidade de acordo com o método de Tales de Mileto na aquisição de seu teorema. Os alunos dividiram-se em grupos para coleta das medidas em campo. Para resolução da primeira parte desta tarefa, solicitamos aos professores do dia a autorização para saída dos alunos da sala de aula para coleta nos horários estipulados.

Figura 16 : Medição do comprimento da sombra de aluno

Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

No quinto encontro os alunos de posse de seus registros realizaram as comparações das medições e registrando suas conclusões, este momento ocorreu no Laboratório de Matemática e Física do Campus, nos moldes de uma socialização de suas conclusões. A quarta tarefa foi a última da sequência proposta para este trabalho. Enfatizamos que a sequência é constituída de problemas comumente encontrados em livros didáticos, mas a nossa intenção, como já mencionado anteriormente, não é de se opor aos problemas apresentados em livros didáticos, mas acrescentar aos problemas o direito dos alunos de argumentarem, justificarem, enfim, legitimarem o que produziram.

A partir de agora, passamos a apresentar a nossa análise de resultados. As fichas de registros, as falas, e gestos dos alunos constituíram-se em nossos objetos de análise. As resoluções dos alunos e a produção de significados que identificamos, apresentamos a partir de agora, com a nossa leitura, de acordo com a noções-categorias do MCS.

3 ANÁLISE DOS DADOS

Dividimos este capítulo em três subseções, que pensamos responder a todas as nossas inquietações e oferecer um material educacional baseado em tarefas didáticas que utilizam episódios de história da matemática para que professores utilizem em suas aulas de Matemática olhando o conhecimento na perspectiva do MCS.

Na primeira subseção apresentamos as respostas do questionário que buscava averiguar a compreensão dos alunos sobre a História da Matemática. Na segunda subseção trazemos a aplicação das tarefas aos alunos envolvidos. E na terceira subseção estabelecemos uma leitura sobre a produção de significados nos registros escritos e nas gravações de áudio dos alunos de acordo com as noções-categorias do MCS.

3.1 Uma breve mostra do conhecimento dos alunos acerca da história da matemática

O uso de questionários em pesquisas sobre ensino é, segundo Gil (1999), uma técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas. Utilizamos o questionário com a finalidade de investigar a compreensão dos alunos sobre a utilização da história da matemática em atividades de sala de aula por seus professores. Realizamos quatro questionamentos e digitamos as respostas dos alunos. As perguntas eram duas em forma subjetiva e uma objetiva que se assinalada necessitava de escrita. Reescrevemos em itálico as respostas dos alunos retirando os erros de português, mas sem alterar o sentido expressos por eles.

Ressaltamos que, neste ponto, elencamos a possibilidade de que os alunos reconhecessem a História da Matemática, de conteúdos, de tópicos matemáticos por meio de fatos e personalidades que apresentados em livros didáticos ou mesmo as situações que foram citadas pelos professores nas aulas de Matemática.

A primeira pergunta do questionário.

Para você, como ocorreu o surgimento da Matemática?

Ana Cláudia: *Foi na antiguidade (pré-história), onde o povo daquele tempo para saber a quantidade de algo, rabiscaram as cavernas, utilizavam cordas para representar números.*

Arthur: *Quando o homem teve dificuldades, curiosidades para saber resultados de suas próprias coisas ou negócios entre os homens, comércios, marcar terreno...*

Bernardo: *Com a curiosidade de se descobrir como surgia coisas que teriam uma simetria correta sem ser estudada; calculada.*

Mônica: *Os homens primitivos acharam melhor rabiscar as cavernas e aprenderam a calcular o número de animais capturados, assim foi o desenvolvimento da Matemática.*

Verificamos que os alunos, diante do questionamento, associaram a História da Matemática à História da Humanidade, e é fato que o desenvolvimento das civilizações e a evolução da ciência em grande parte tem contribuições da exploração dos conhecimentos matemáticos (BOYER, 1996). Para os alunos, as necessidades de resolução de problemas práticos pelas pessoas desencadearam o desenvolvimento da Matemática, conforme pode ser percebido em Silva e Vasconcelos (2015), que defendem que a necessidade de localização, de calcular alturas, de encontrar distâncias são atividades que acompanham a História da Humanidade.

A segunda pergunta do questionário.

Você já estudou algum conteúdo matemático utilizando a história da matemática?

Ana Cláudia: *Não, nunca estudei algum conteúdo usando a história da matemática.*

Arthur: *Sim. Números romanos.*

Bernardo: *Não.*

Mônica: *Não.*

Apenas um dos alunos reconheceu História da Matemática expressa em seus estudos. Neste questionamento, deixamos evidente que o período dizia respeito a todas as séries por que passaram. Arthur citou os numerais romanos, e reconhecemos que na Educação Infantil os professores inserem o conteúdo citado traçando as características de povos e civilizações, métodos de contagem e representação numérica. A utilização da História da Matemática em sala de aula pode ser vista como um elemento importante na atribuição de significados aos conceitos matemáticos e o professor pode contextualizar os objetos de estudos que farão parte do conteúdo programáticos do ensino (BRASIL, 2006).

O terceiro questionamento.

Qual desses matemáticos você já ouviu falar? Escreva sobre ele(s).

Apresentamos como alternativas: Tales de Mileto, Pitágoras, René Descartes, Euclides, Arquimedes, Bháskara e Outros (com espaço para mencionar).

Todos os alunos marcaram mais de um personagem. As respostas de Ana Cláudia foram Tales de Mileto e Pitágoras; de Arthur foram Tales de Mileto e Pitágoras; Bernardo assinalou Pitágoras e René Descartes; e Mônica, Pitágoras e Euclides. Porém ao escreverem o que sabiam sobre eles, apenas Ana Cláudia o faz, os outros alunos deixaram em branco.

Ana Cláudia: *Tanto para Pitágoras e para Tales tem teoremas com seus nomes. O Teorema de Pitágoras e o Teorema de Tales.*

Ana Cláudia relaciona os personagens à existência dos teoremas. É cabível colocarmos que o aluno faz uma ligação entre o teorema e o nome recebido, como se fosse do personagem da História que tenha originado o teorema. Mas, neste sentido, destacamos que o uso da história da matemática, enquanto metodologia de sala de aula, não pode se restringir a fatos e personalidades sem um contexto, sem as respostas dos porquês, e nem trabalhado isoladamente, sem contexto com o conteúdo ensinado.

O que queremos enfatizar é que quando se estuda um conteúdo de Matemática, no caso, citamos o Teorema de Tales, uma forma de motivar o aluno seria comentar, expor, criar elementos que sejam capazes de mostrar como este teorema surgiu, quais fatores levaram até ele, em qual contexto histórico, geográfico e científico ocorreu sua construção. Em nossa concepção, se estas bases fossem colocadas no processo ensino e aprendizagem dos alunos, eles seriam capazes de discutir sobre acontecimentos históricos, intuir sobre processos e técnicas, produzir significado.

Preocupamo-nos com as respostas dos alunos no questionário, pois vislumbramos a história da matemática como estratégia que busca incentivar os alunos, por meio da ação da leitura de um episódio e resolução de tarefas, uma vez que a falta de motivação nas aulas de Matemática muitas vezes contribui para o insucesso das aulas e dos resultados (SOUSA; VICTER; LOPES, 2013).

Observamos que o uso do questionário foi importante para apreender que os alunos reconheceram a existência ou passagem da História da Matemática em suas vidas e que ela pode contribuir para seu aprendizado, e que os fragmentos de História da Matemática, com os quais os alunos têm contato em livros, em textos, em outros recursos, podem ser utilizados para um maior aprofundamento nessa questão, levando o aluno a pensar sobre a Matemática como uma ferramenta em construção e sua influência sobre o desenvolvimento da sociedade.

3.2 A aplicação da sequência de tarefas didáticas

A opção por esta subseção se deu por conta da necessidade de não mencionar as tarefas novamente na subseção de análise dos resultados. Convencionamos que as tarefas didáticas são alicerçadas no que escreve Loth (2011), e acrescentadas a conveniência e adaptabilidade de um recurso didático metodológico em suas construções. O MCS foi utilizado na produção das tarefas para que garantisse a produção de significados dos alunos sujeitos da pesquisa e que também permitisse nossa leitura de acordo com as noções-categorias citadas em Silva (2003). Nossas tarefas nos permitiram poder identificar nos registros escritos dos alunos a maneira de eles operarem e a lógica de suas operações, possibilitando ainda perceber as dificuldades de aprendizagem dos alunos, nos aproximando deles, e como Paula (2012a) coloca, indo até os alunos e saber de onde falam.

Em um sentido semântico;

> O significado de uma noção elementar de Matemática pode ser esclarecido com base numa estrutura interna de Matemática que necessariamente não é acessível ao aluno naquele momento. Mas a história daquela noção, que muitas vezes remonta épocas em que a Matemática ainda não havia adquirido toda sua estrutura interna, pode revelar seu significado sem exigir maior nível lógico que o de acompanhar uma contextualização histórica, a qual tem sempre ligação com a utilidade humana comum. (BROLEZZI, 1991, p. 56).

Utilizamos as aulas reais de Matemática para aproximar o máximo possível da realidade vivenciada pelos professores da disciplina. Como já mencionamos, essas tarefas podem subsidiar a prática docente de professores e foram referenciadas teoricamente tendo como objetivo a produção de significado matemático de alunos do 2º ano do Ensino Médio. A validação da sequência de tarefas foi dada por uma pesquisa de campo, que consistiu na aplicação e análise da produção de significado de alunos.

3.3 Estabelecendo uma leitura da produção de significado dos alunos

Apresentamos nesta subseção os registros escritos dos alunos, as falas transcritas e as imagens das medições realizadas para a Tarefa IV. Efetuamos na leitura do texto de episódio de história da matemática a gravação em áudio das falas dos alunos e dos pesquisadores. Na execução das tarefas utilizamos a gravação em áudio somente durante as intervenções orientadas, possibilitando aos alunos a apresentação de suas justificações sobre as resoluções. Não evidenciamos os erros de português dos alunos e destacamos suas falas em itálico.

Ressaltamos mais uma vez que este momento da pesquisa foi realizado com todos os alunos, e dispomos para análise somente as falas dos alunos que permaneceram em todos os encontros/aulas e que para nós produziram significado matemático.

3.3.1 A leitura do episódio de história da matemática na sala de aula pelos alunos

No primeiro encontro, após a reunião, realizamos a leitura do texto do episódio histórico da matemática com os alunos, optamos pela leitura gradativa do texto, o que possibilitava a maior participação dos alunos. A disposição em círculo fechado das carteiras também possibilitava uma interação entre eles. O texto se tornou um meio de trazer à tona o episódio de história da matemática sobre o Teorema de Tales, que pela história tradicional teria se originado a partir do cálculo da altura de uma Pirâmide no Egito Antigo. Nesta subseção estabelecemos "uma" leitura, porque em outra situação, em outra sala de aula, o significado produzido poderia ser diferente, evidenciando outras falas que poderiam ser percebidas sobre outros olhares. O MCS permite ao professor perceber o que o aluno está sendo naquele momento, permite ao professor ir até o lugar em que o aluno está falando, e não visa à percepção da existência do erro, mas trabalha com a perspectiva de produções de significado distintas.

No início da leitura orientamos que a cada parágrafo haveria uma pausa para possíveis socializações do que os alunos tinham assimilado e comentários sobre o assunto. Indicamos por "*[...]*" as falas de outros alunos que não são os considerados para a pesquisa. A aluna Ana Cláudia inicia a leitura e logo em seguida surgem as primeiras falas.

Mônica: *Divide ao meio porque é a metade.*

[...]

Bernardo: *É isso, e na metade do círculo tem os raios.*

Pesquisadores: *Vocês já pararam para pensar como tudo isso surgiu, como surgiu a G-E-O-M-E-T-R-I-A* (fala com uma entonação diferente)*?*

[...]

Ana Cláudia: *Mas quem é Tales? O que é uma teorema?*

[...]

Pesquisadores: *Vamos descobrir quem foi Tales no seguimento da leitura. Teorema é uma afirmação dita por alguém que pode ser provada. Um teorema.* (Corrigindo a aluna).

[...]

Ana Cláudia: *Provada não quer dizer que seja só verdade né professor?*

Pesquisadores: *Exatamente. Mas deve ter suas justificações. E como podemos justificar algo? Vocês sabem?*

[...]

Mônica: *Eu não oh.* (batia uma mão na outra indicando que não fazia ideia alguma).

Arthur: *Então* (pausa) *faz muito tempo que inventaram a matemática. Se for desse jeito.*

[...]

Outro aluno começa a leitura do segundo parágrafo e logo é interrompido por Arthur.

Arthur: *O que é empírico, professor?*

Pesquisadores: *Algo que se apoia em experiências vividas, não tem um fundamento preciso, realizado por meio de tentativas de acertos e erros. Geralmente um conhecimento mais antigo, tipos os de nossos pais e avós.*

A leitura prossegue.

[...]

Após o encerramento da leitura, os alunos começam a indagar.

[...]

Mônica: *Quer dizer que a matemática parecia uma coisa viva?*

[...]

Bernardo: *Em muito tempo atrás nas aulas de história a gente vê que os nossos ancestrais precisavam comprar, vender, dividir as terras, comprar e a matemática entrava no Egito.*

Mônica: *Não só no Egito, em outros países que se desenvolvia agricultura.*

[...]

Arthur: *Ahm. Eram muitas coisas.*

Ana Cláudia: *Oh, e o que mais? Indo de um lugar pra o outro de barco.*

Mônica: *Navegação.*

[...]

Bernardo: *Eles faziam matemática. Ou usavam? Eita,* [risos], *sei lá.*

[...]

Pesquisadores: *Bom, vamos lá. Tales utilizou seu conhecimento matemático e a natureza para chegar a um teorema. Vamos ver como ele fez isso!*

Outro aluno segue com as leituras do segundo e terceiro parágrafos.

Pesquisadores: *A Matemática foi desenvolvida por diversos povos, por meio de suas necessidades mais básicas, se alimentar, produzir, vender. Os egípcios, por exemplo, eram intuitivos, entendiam que certos acontecimentos, descobertas, eram claras e evidentes, eram de certa forma mais práticos. Já os gregos eram dedutivos, abstratos, eles não conseguiam demostrar na prática. Houve um contato entre as duas culturas e uma junção e aperfeiçoamento dos conhecimentos matemáticos. Logo estas civilizações eram próximas, e eles queriam explorar, então saiam em busca de saber o que havia de conhecimento nas outras civilizações.*

A leitura segue com outro aluno.

[...]

Ana Cláudia: *Mas quem eram os outros sábios gregos. Aqui tem história mesmo, Egito, Grécia, as aulas de história. Tô vendo a professora de História aqui.*

Mônica: *Oh, se é História da Matemática. Tem que ter história mesmo.*

[...]

Bernardo: *E os sábios?*

Pesquisador: *Tales de Mileto, Periandro de Corinto, Pítaco de Mitilene, Sólon de Atenas, Quílon de Esparta, Cleóbulo de Lindos, Bias de Pirene. Eles eram sábios porque segundo os gregos quem era capaz de entender o Universo, clima, constelações, espaço, era considerado sábio. E Tales tem história de que conseguiu prever um eclipse, lógico, não se sabe se é verdade, mas é interessante saber.*

[...]

Arthur: *É história mesmo, tem história mesmo, tem.*

Neste momento o pesquisador vai ao quadro e desenha um feixe de retas paralelas, ao mesmo tempo um aluno faz a leitura do quinto e sexto parágrafos.

Os pesquisadores explicam na lousa sobre o feixe de retas paralelas, e a leitura do sétimo parágrafo é retomada por Bernardo. Não exibimos a explicação sobre o feixe de retas paralelas desenhado no quadro por não considerarmos como sendo o foco da pesquisa.

[...]

Bernardo: *Eles passaram 30 anos fazendo essa pirâmide. Meu Deus,* (pausa) *é muito tempo.*

Pesquisador: *Mas lembrem-se que são histórias episódicas, não se tem a certeza de que realmente aconteceu. Estima-se que tenha sido este o tempo, imagine só no meio do deserto não tinha nada, e tantas pedras deveriam ser trazidas de bem longe para a construção das pirâmides do Egito.*

[...]

Mônica: *Isso tá parecendo aula de história.*

[...]

Ana Cláudia: *Mas aí o Tales utilizou a sombra das pirâmides para medir a altura dela. É doido.*

[...]

Mônica: *Vocês leram, ele era um sábio. Ele era inteligente. Pelo desenho ele fez triângulos, não foi professor?*

Pesquisador: *Você pode esquematizar isso para a gente no quadro?*

Mônica de posse de um pincel e uma régua desenha no quadro um triângulo (pirâmide) e um traço (bastão) como descritos no texto. Desenhando dois triângulos retângulos. Provavelmente já vira alguma demonstração. Utilizamos o mesmo esquema desenhado por Mônica para explicar sobre a incidência do Sol em objetos e sua sombra. Expectávamos que os alunos sozinhos chegassem ao fim da leitura com o pensamento de proporcionalidade formado sem que explicássemos no quadro todos os passos. Da mesma forma, com nossas enunciações expectávamos efetivar um espaço comunicativo comum de forma que eles associassem esta ideia de objetos semelhantes à regra de três, e temíamos que apenas operassem com regra de três. Por isso, neste momento da pesquisa, tivemos a ideia de que durante as resoluções dos alunos nas tarefas iríamos seguir acompanhando sob a forma de intervenções orientadas com o auxílio de um gravador de áudio para que pudéssemos ouvir os alunos, embora já tenhamos esclarecido sobre seu uso na metodologia.

Dois alunos, dentre eles Arthur, se dividiram na leitura dos últimos parágrafos.

[...]

Bernardo: *Mas Professor, então tudo que tiver sombra pode ser medido assim?*

Pesquisadores: *Olha Bernardo de poder ser medido pode sim. Porém, tem toda uma sequência a ser obedecida. Deve-se ter certeza que os raios luminosos estão realmente paralelos, que o terreno é plano, dentre outros fatores. Os raios solares incididos no solo do Planeta são paralelos, por exemplo...*

[...]

Ana Cláudia: *Acho que tem que ver a inclinação do chão.*

[...]

Mônica: *Tudo vai mudar se for subida, por exemplo.*

[...]

Bernardo: *Mas a parede da pirâmide é inclinada também, oh qui* (apontando para o desenho).

Pesquisadores: *E como Tales encontrou a altura se a face lateral (apontando para o desenho) da pirâmide é inclinada?*

Mônica: *Professor acho que tem que somar.*

Pesquisadores: *Somar? O quê?*

Mônica: *Acho que a metade.*

Pesquisadores: *Por quê?*

Ana Cláudia: *Que metade menina?*

Mônica: *A altura dela vem até aqui* (apontando para o vértice da pirâmide no desenho). *Não é?*

[...]

Pesquisadores: *Alguém explica?*

Arthur: *Tem que pegar a metade porque a pirâmide tem sombra, mas é inclinada e o bastão tem sombra sem ser inclinado. A sombra bate na parede dela é?*

[...]

Bernardo: *E se não tiver Sol?*

Pesquisadores: *Se não tivesse a incidência dos raios solares dessa forma ficava complicado medir. Tinha que lançar mão de outros artifícios.*

Os alunos, depois de terminada a leitura do texto episódico questionaram como Tales poderia ter calculado a altura da pirâmide se as faces laterais são inclinadas. Percebemos que os alunos demonstraram certo grau de motivação diante da leitura em grupo. Segundo Silva e Vasconcelos (2015), os alunos quando se deparam com atividades que exigem a sua participação, no caso da leitura do texto, ficam mais atentos, e dependendo do tipo do texto a aprendizagem acontece. Pensamos que o uso do episódio de história da matemática influenciou a formação de pensamento dos alunos. Desejávamos que eles pensassem na inclinação das paredes da pirâmide como sendo um problema para a medição além de não se ter instrumentos de medição na época. Os alunos no nosso entendimento produziram significado para suas interpretações sobre o problema.

Das falas dos alunos observamos que se interessavam no desfecho da história, esperavam pelos cálculos e problemas com alturas. Pudemos perceber uma construção de conhecimento em suas arguições durante a leitura do texto. O aluno Bernardo levanta uma questão importante, quando pergunta se todas as sombras podem ser medidas da mesma forma que Tales de Mileto o fez, enquanto história tradicional.

Afirmamos que Mônica produz significado quando pensa e vê um problema surgindo se o terreno não for plano, que ela chama de terreno com subida. E apresenta com palavras e gestos a altura da pirâmide, e os alunos começam a perceber que algo estava errado para se encontrar a altura da pirâmide, pois a sombra dela diferia da sombra do bastão, por causa das faces inclinadas. Arthur traça sua justificação ainda no objeto altura da pirâmide explicando sobre a soma do comprimento da sombra da pirâmide no solo com a metade de sua base.

Os alunos encontraram nas leituras semelhança com a disciplina de história. De fato, era uma das nossas intenções, de que os alunos percebessem que a Matemática tem sentido e que não está sozinha, de que foi desenvolvida por homens motivados por problemas comuns. Como coloca Miguel e Miorim (2011), e aqui nos apossamos das palavras expressas na obra,

> [...] podemos entender ser possível buscar na história da Matemática apoio para se atingir, com os alunos, objetivos pedagógicos que os levem a

> perceber, por exemplo: (1) a matemática como uma criação humana; (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas; (4) as conexões existentes entre a matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.; (5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias; (6) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo; (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova. (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 53).

O fato de atuarmos na sala de aula possibilitou um maior engajamento dos alunos durante a leitura que em outras situações poderia gerar algum constrangimento aos alunos. E como já dissertamos, as tarefas desenvolvidas e o episódio criado devem ser feitos para sala de aulas reais com os reais professores dos alunos.

Ler o texto juntamente com os alunos e realizar as tarefas foi uma experiência exitosa, porque reconhecemos que não teríamos propriedade alguma para falarmos sobre as qualidades e eventuais enunciações dos alunos que poderiam ser geradas neste trabalho.

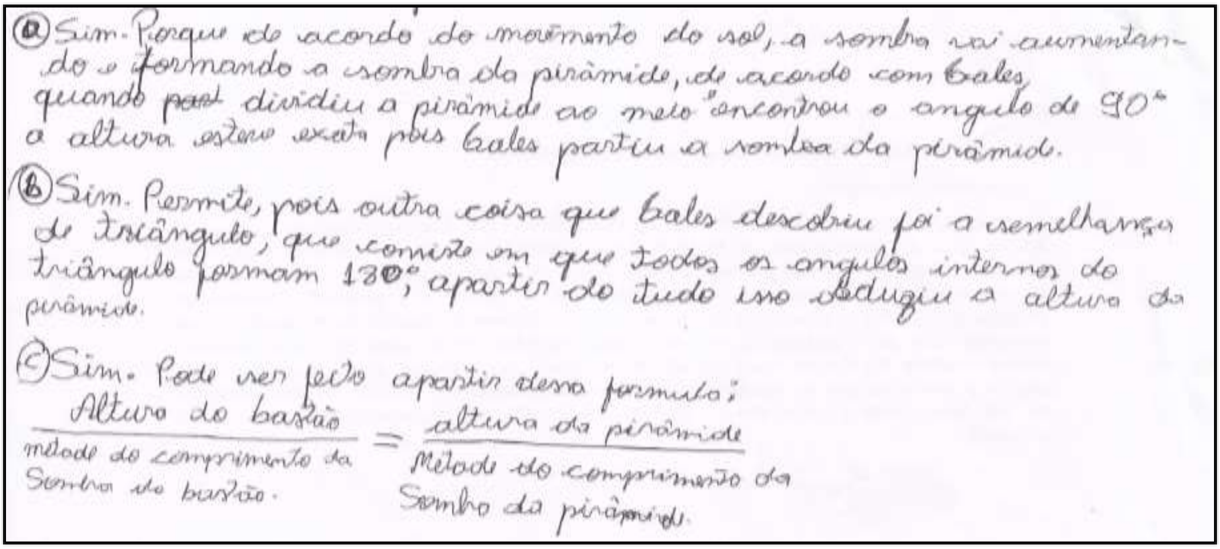
Passamos agora à apresentação dos registros escritos dos alunos pesquisados e não apresentamos informações sobre as tarefas, pois já o fizemos antes. Enfatizamos que realizamos interferências orientadas como são colocadas em Silva (2003), e na mesma obra esclarecido que estas interferências visam à produção de significado mediante questionamentos dos professores aos alunos, e para isto, utilizamos o auxílio do gravador de áudio próximo aos alunos enquanto falavam. Lins (1999) destaca que devemos saber de onde os alunos falam para irmos até lá conversar com eles, não somente no sentido físico, mas nos apropriando do conhecimento dos alunos e tentando entender o que eles dizem e como dizem o que estão dizendo.

3.3.2 Registros da Tarefa I

Exibimos as três respostas dadas à Tarefa I de cada aluno, as falas transcritas dos alunos na intervenção e nossos comentários. Ressaltamos que apenas orientamos os alunos a tentarem nos explicar suas respostas.

Os registros escritos de Ana Cláudia foram:

Figura 17 : Registros de Ana Cláudia para Tarefa I



ⓐ Sim. Porque de acordo do movimento do sol, a sombra vai aumentando e formando a sombra da pirâmide, de acordo com tales quando ~~pas~~ dividiu a pirâmide ao meio encontrou o angulo de 90° a altura estava exata pois tales partiu a sombra da pirâmide.

ⓑ Sim. Permite, pois outra coisa que tales descobriu foi a semelhança de triângulo, que consiste em que todos os angulos internos do triângulo formam 180°, apartir do tudo isso deduziu a altura da pirâmide.

ⓒ Sim. Pode ser feito apartir desta formula:

$$\frac{\text{Altura do bastão}}{\text{metade do comprimento da Sombra do bastão.}} = \frac{\text{altura da pirâmide}}{\text{Metade do comprimento da Sombra da pirâmide.}}$$

Fonte: Ficha de registros escritos de Ana Cláudia.

Em nossa intervenção orientada com a aluna Ana Cláudia.

Ana Cláudia: *O Sol se movimenta e meio dia ele tá aqui em cima* (apontando para o topo da pirâmide na imagem).

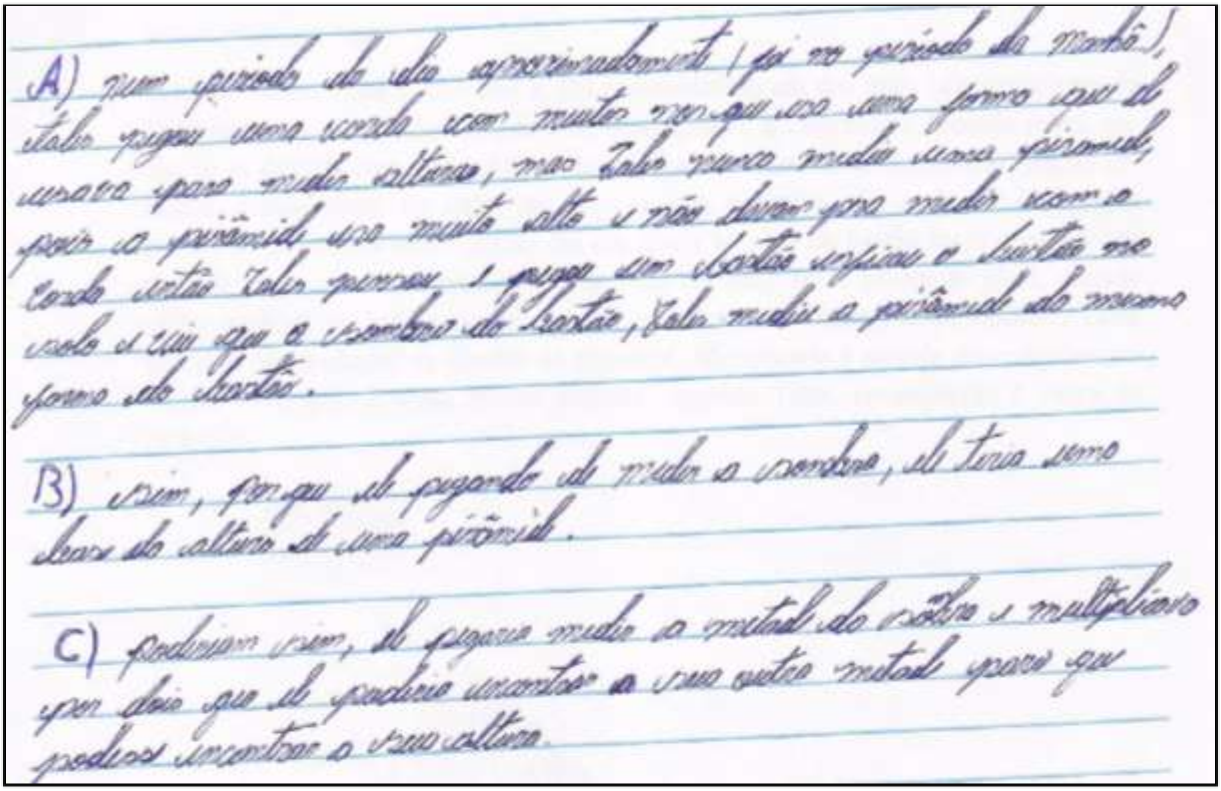
Pesquisadores: *E porque você acha que tem um ângulo de 90º?*

Ana Cláudia: *Oxe, ele forma um triângulo retângulo com a sombra.*

Ana Cláudia opera a partir da posição do Sol, afirmando que varia no decorrer do dia, e com isso a sombra da pirâmide e do bastão utilizado por Tales muda de tamanho. Identificamos que a aluna utiliza argumentos que já conhece por sua vivência de matemática da rua, que aqui depreendemos uma grande relevância na resolução das tarefas. Ana Cláudia elabora um novo esquema quando lhe é questionado sobre a possibilidade de se encontrar a altura da pirâmide quando a sombra do bastão equivaler à metade de seu tamanho original. A aluna trata as informações do texto como verdadeiras, e atribui que os triângulos esquematizados por Tales de Mileto são semelhantes por possuírem em sua soma 180º. Ana Cláudia queria nos passar a informação de que a soma dos ângulos internos do triângulo é 180º. Identificamos também como objeto para Ana Cláudia a altura da pirâmide e produz significado na direção da semelhança de triângulos.

Os registros escritos de Arthur, foram:

Figura 18 : Registros de Arthur para Tarefa I



Fonte: Ficha de registros escritos de Arthur.

Na intervenção orientada.

Pesquisador: *E aí Arthur que horas você acha que Tales de Mileto teria medido a altura da pirâmide?*

Arthur: *Acho que foi pela manhã. Aquele povo de lá não conhecia todos os números. E ele se baseou na altura do bastão enfiado na areia.*

A leitura da produção de significado que fazemos de Arthur é que ao descrever os métodos de medição com cordas, para nós, ele produz significado incentivado pela história da matemática. A direção em que Arthur emite seus argumentos não nos permitiu inicialmente perceber sua produção de significado em alguma direção. Mas logo conseguimos identificar que Arthur reproduz o pensamento de Tales, mas não opera tratando a problemática da altura da pirâmide por meio da semelhança entre dois triângulos, elabora uma comparação entre a altura do bastão de Tales e a pirâmide. Neste sentido, pensamos que Arthur, imbuído do conhecimento de episódio histórico, reflete sobre metade do comprimento da sombra, porém não conseguiu escrever e transmitir o que pensava.

Em cada uma das intervenções, gravando a voz dos alunos, percebíamos o quão importante saber o que nossos alunos estão dizendo e compreender suas enunciações sobre as atividades propostas.

Os registros escritos de Bernardo foram:

Figura 19: Registros de Bernardo para a Tarefa I

1- a- Sim durante o dia a Radiacão do Sol na Piramide se incide do mesmo forma na piramide e no bastão, então foi desse forma que Tales descobriu a altura da piramide através da Sombra de um bastão

b) Ele se baseou na Sombra da piramide traçando uma reta direto ao topo da piramide formando um triangulo com angulo de noventa graus em Seguida usou a Sombra da metade da base da piramide usando do mesmo forma o bastão para saber a altura total da piramide.

c) Seria feito do mesmo forma porque de acordo com a sombra do bastão, se a metade da altura do bastão seria a metade da altura da piramide ele aplicaria a mesmo forma utilizando a regra de tres Simples e ao Resultado.

Fonte: Ficha de registros escritos de Bernardo

Na intervenção, solicitamos que Bernardo explicasse suas resoluções.

Bernardo: *Ele deve ter feito isso umas três horas da tarde, pois o Sol tá mais baixo e a sombra fica esticada.*

Pesquisadores: *Como assim?*

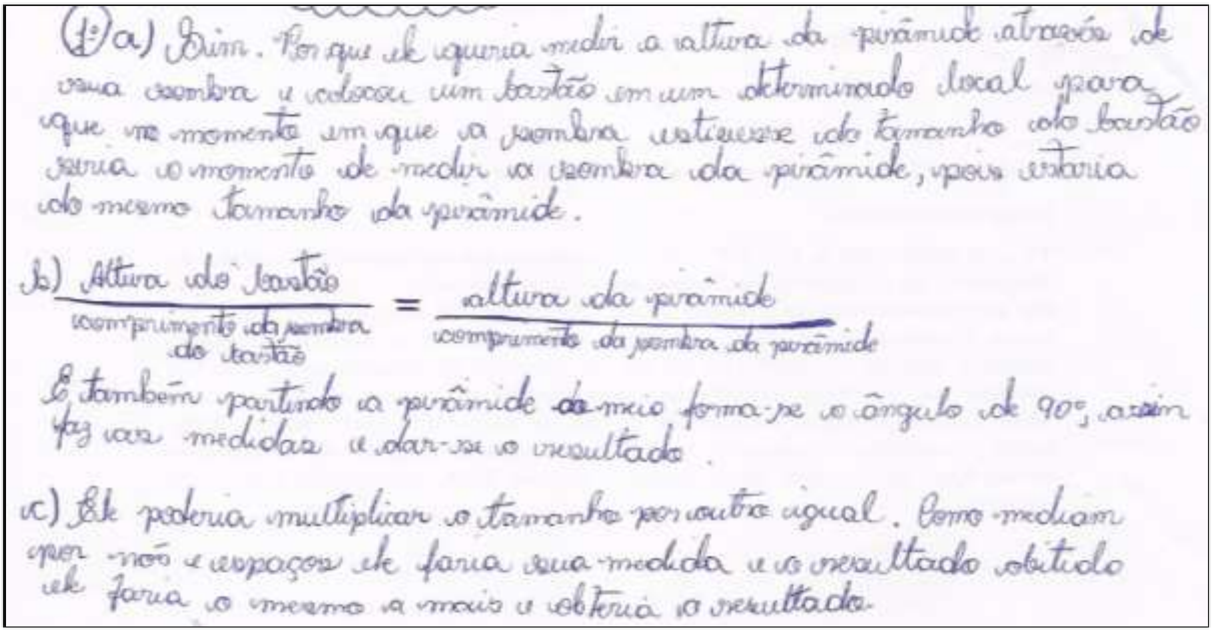
Bernardo: *Se ele tivesse medido meio dia e comparado, tem sentido, mas a sombra de meio dia é bem curta. O Sol fica em cima da gente. Umas três horas fica maior e pode ficar do mesmo tamanho do bastão (pausa). Se tá do mesmo tamanho do bastão de madeira de Tales então deve tá do mesmo jeito da pirâmide.*

Bernardo expõe um conhecimento sobre paralelismo de retas, deixando transparecer a ideia que possui sobre semelhança de triângulos, legitimando suas justificações escrevendo que Tales descobriu a altura da pirâmide através da comparação com a altura de um bastão de madeira. Ele ainda esclarece que se o comprimento da sombra do bastão equivalesse à metade de sua altura o mesmo aconteceria com a altura da pirâmide.

Entendemos que Bernardo produziu significado e caminhou na mesma direção que sua vivência fora da escola lhe permite. É importante destacar que o aluno transparece sua experiência, quando afirma que o Sol de meio dia forma uma sombra de comprimento pequeno, pois como ele coloca, "*o Sol fica em cima da gente*". Aqui inferimos que, embora o aluno não perceba a angulação da posição do Sol, ele estabelece uma visão baseada em suas experiências de vida e contato com o Sol. Identificamos mais: o aluno opera em um campo semântico diferente do professor, e aqui percebemos o MCS acontecendo, com a missão de ir até o lugar em que o aluno está, conversar com ele e levá-lo a novos lugares.

Os registros escritos de Mônica foram:

Figura 20: Registros de Mônica para a Tarefa I


1ª a) Sim. Porque ele queria medir a altura da pirâmide através de sua sombra e colocou um bastão em um determinado local para que no momento em que a sombra estivesse do tamanho do bastão seria o momento de medir a sombra da pirâmide, pois estaria do mesmo tamanho da pirâmide.

b) $\dfrac{\text{Altura do bastão}}{\text{comprimento da sombra do bastão}} = \dfrac{\text{altura da pirâmide}}{\text{comprimento da sombra da pirâmide}}$

E também partindo a pirâmide ~~da~~ meio forma-se o ângulo de 90º, assim faz as medidas e dar-se o resultado.

c) Ele poderia multiplicar o tamanho por outro igual. Como mediam por nós e espaços ele faria sua medida e o resultado obtido ele faria o mesmo a mais e obteria o resultado.

Fonte: Ficha de registros escritos de Mônica.

Na intervenção orientada.

Mônica: *O que eu fiz está aqui*. (levantando sua ficha de registro e mostrando para os pesquisadores).

Pesquisadores: *E o que você fez? Me explica?*

Mônica: *Professor. Porque ele queria medir a altura da pirâmide né? Aí se a sombra era igual o tamanho do bastão, então ele ia comparar com a altura do negócio. (pausa). Da pirâmide. Assim, ele encontra por que do topo pro chão dá pra ele desenhar triângulo de 90º.*

Mônica não estruturou um pensamento coerente com a tarefa, porém identificamos que ela tenha atuado em um campo semântico não matemático, em que tratou o texto sobre o episódio como texto comum, representando apenas uma comparação entre as alturas e também fazendo uma releitura do texto, já que os alunos foram orientados a estarem com o texto em mãos no trabalho com as tarefas. Para Mônica esta poderia ser uma estipulação local.

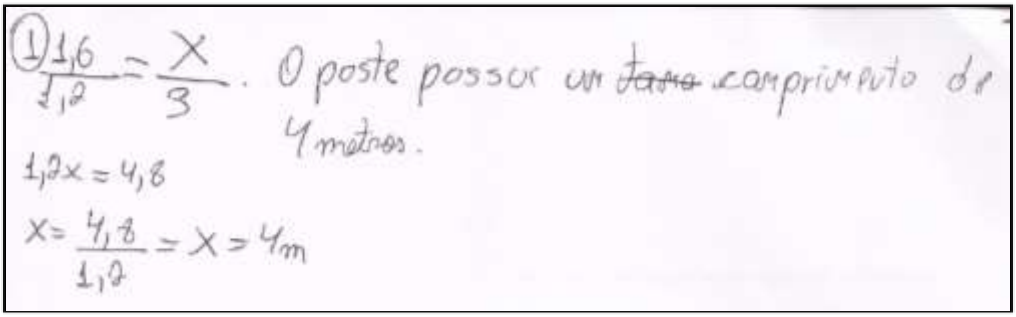
Afirmamos que os alunos, sujeitos da pesquisa, produziram significados para o objeto alturas inalcançáveis. Entendemos que os alunos estranharam o esquema apresentado e ressaltamos que o nosso texto do episódio da estruturação do Teorema de Tales utilizou termos que alguns dos alunos desconheciam.

Questionamo-nos sobre a aplicabilidade das questões das tarefas, enquanto MCS e noções-categorias. Para a primeira tarefa, acreditamos na potencialidade do episódio de história da matemática para iniciar a introdução e conteúdos matemáticos nas aulas.

3.3.3 Registros da Tarefa II

Os registros de Ana Cláudia para a tarefa II foram:

Figura 21: Registros de Ana Claudia para Tarefa II



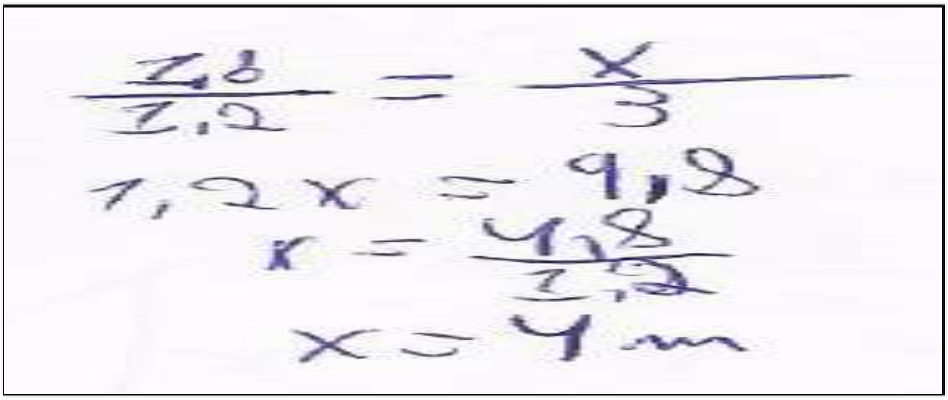
Fonte: Ficha de registros escritos de Ana Claudia.

Durante a intervenção orientada.

Ana Claudia: *O Sol tá aqui.* (Apontando para a imagem do Sol). *E tem os raios assim* (apontando direções paralelas na imagem). *Então Tales utilizou regra de três sem saber.*

Os registros de Arthur foram:

Figura 22: Registros de Arthur para a Tarefa II



Fonte: Ficha de registros escritos de Arthur.

Arthur não utiliza outras informações escritas, mas durante a interferência orientada ele deixa transparecer a maneira que operou para chegar aos resultados.

Arthur: *Ele só tem que multiplicar o 1,8 pelo 3 e dividir por 1,2. Dá 4 oh. 4 metro.* (pausa). *Agora surgiu uma dúvida professor. Se o poste tem quatro metros, e a sombra dele tem três, é um metro a mais que isso aqui.* (apontando para o poste). *A sombra do menino num devia ser de uma a mais?*

Pesquisadores: *Por que você diz isso?*

Arthur: *Por causa da altura do menino. Ele tem 1,60, baxim, e a sombra só tem 40 a mais, ou pera aí, a menos.*

Pesquisadores: *Tá isso significa alguma coisa. O quê?*

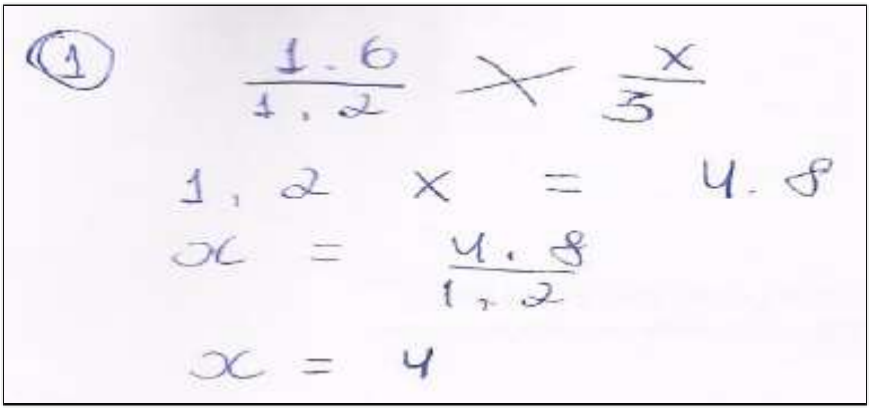
Arthur: *Aqui que tá comparando* (apontando com a caneta para o sinal de igualdade). *Tô vendo agora. Não pode ser o mesmo.*

É muito importante que numa sala de aula todos os alunos apresentem suas resoluções ao professor e que seja mantido o diálogo para que eles apresentem suas justificações e as legitimem na leitura deles. Optamos por intervenções breves para que os alunos pudessem esclarecer as medidas que tomaram, nos direcionando até suas carteiras.

Arthur opera com estipulações locais, partindo daquilo que ele acha mais fácil de utilizar, a regra de três. Mas em sua explicação ele assume que as medidas deveriam ser iguais, porém no mesmo instante reformula seu pensamento sobre a solução e conseguimos perceber o que havia por trás da regra de três em sua resolução. Também identificamos que o aluno aponta o sinal de igualdade como uma comparação entre dois valores, no caso medidas. Esse fato nos coloca numa posição que revela o desenvolvimento do aluno durante todo o período letivo, passamos a nos conhecer melhor, entendendo que o que parecia ser uma deficiência matemática do aluno, pode ser a forma mais conveniente dele operar equações.

Os registros de Bernardo para a tarefa II.

Figura 23: Registros de Bernardo para Tarefa II



Fonte: Ficha de registros escritos de Bernardo.

Bernardo também opera utilizando estipulações locais, e não apresenta uma justificativa para sua resolução.

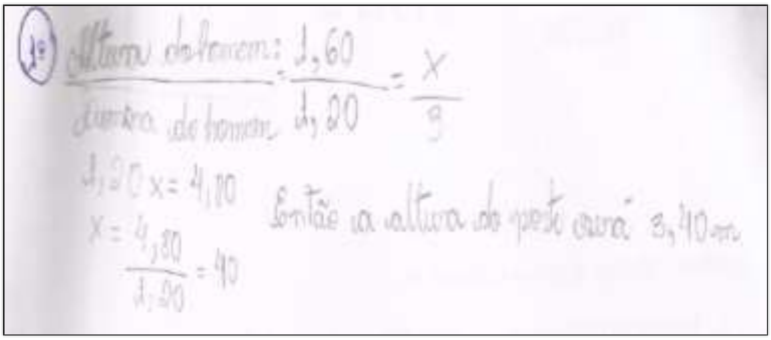
Na intervenção orientada

Bernardo: *É muito fácil. A gente tem dois triângulos iguais. Pan e pan.* (apontando para a imagem da tarefa). *Esse é igual a esse e esse é igual a esse.* (aponta para os lados do triângulo imaginado por ele).

Para Bernardo semelhança é o mesmo que igualdade. Deixamo-lo à vontade com sua percepção, sem querer traçar uma diferença sólida entre semelhança e igualdade. A formação de seu pensamento é forte o bastante para percebermos a convicção de sua resposta. Também ouvindo o sujeito conseguimos ver o que ele fez por trás da regra de três. Ele utilizou a proporcionalidade, desenhando mentalmente uma imagem que só ele visualizava, para a partir daí efetuar seus cálculos.

Registros de Mônica.

Figura 24: Registros de Mônica para Tarefa II



Fonte: Fonte de registros escritos de Mônica.

Mônica constitui o objeto nesta tarefa, altura do poste, com sua legitimação. Ela opera também com estipulações locais, fazendo uso de regra de três. Como escreve Lins (2012b), a ideia não é avaliar o erro, da mesma forma que o acerto, é tentar entender o que o aluno diz e porque diz o que está dizendo.

Durante a interferência orientada.

Mônica*: Se pelo jeito que Tales fez ele deu a altura da pirâmide. A altura do poste é de quatro metros.*

A aluna escreveu 40, porém lê 4 metros. Sua leitura está certa, a escrita errada, e fomos além disso.

Pesquisadores: *Porque no final das contas você disse que o poste mede 3 e* (Mônica interrompe).

Mônica: *Porque deve ter uns 40 centímetros aqui.* (apontando para os fios da imagem do poste).

A produção de significado de Mônica caminhou numa perspectiva que não esperávamos, e nos impressionou. Neste momento sentimos a real necessidade de mais uma vez dar voz e vez aos alunos. Conforme escrevem Ribeiro, Costa e Paula (2014), o espaço da sala de aula deve se constituir em um espaço em que ocorram tentativas de comunicação e não de transmissão de conteúdos.

Pesquisadores: *Mas por que você descontou esse valor? Quarenta centímetros?*

Mônica: *Porque daqui pra cima ele já está com os fios de energia.*

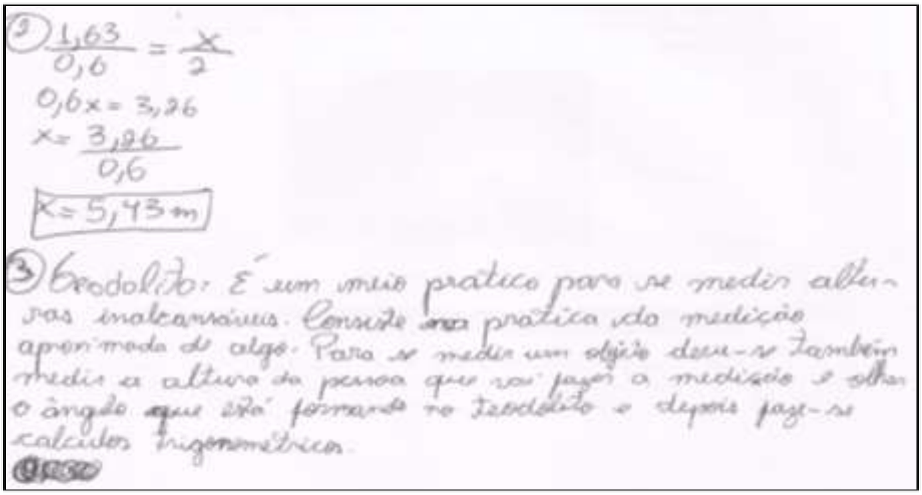
Mônica opera com uma matemática da rua sobre o objeto altura do poste justificando o que para ela seria um poste, que parte do solo até a fiação. Embora seus cálculos não cheguem ao resultado, é importante destacar a posição e proximidade do professor e do aluno e perceber que o aluno fala a partir do que vê e conhece sobre os postes. O MCS nos permite perceber que a aluna não está errada ao encontrar uma solução que não é a que matematicamente se espera, mas Mônica produz significado matemático fazendo suas justificações sobre a tarefa.

3.3.4 Registros da Tarefa III

Optamos por apresentar os registros e fazer um único comentário nesta tarefa pelo fato de todos os alunos executarem os procedimentos semelhantes.

Registros de Ana Cláudia foram:

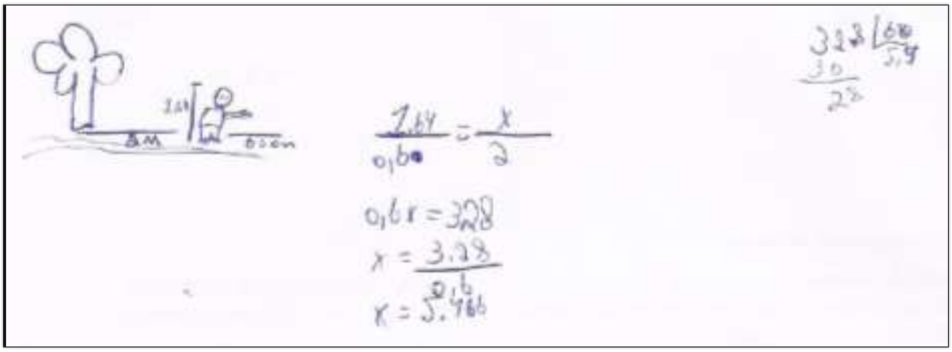
Figura 25: Registros de Ana Cláudia para Tarefa III



Fonte: Ficha de registros escritos de Ana Cláudia

Os registros de Arthur foram:

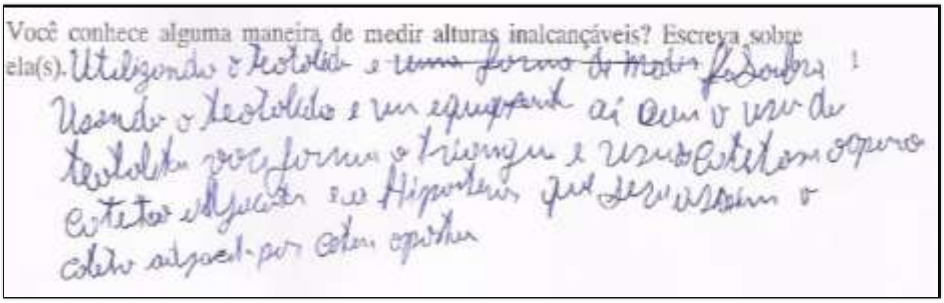
Figura 26: Registros de Arthur para a Tarefa III



Fonte: Ficha de Registros escritos de Arthur.

Continuação dos registros de Arthur para a Tarefa III.

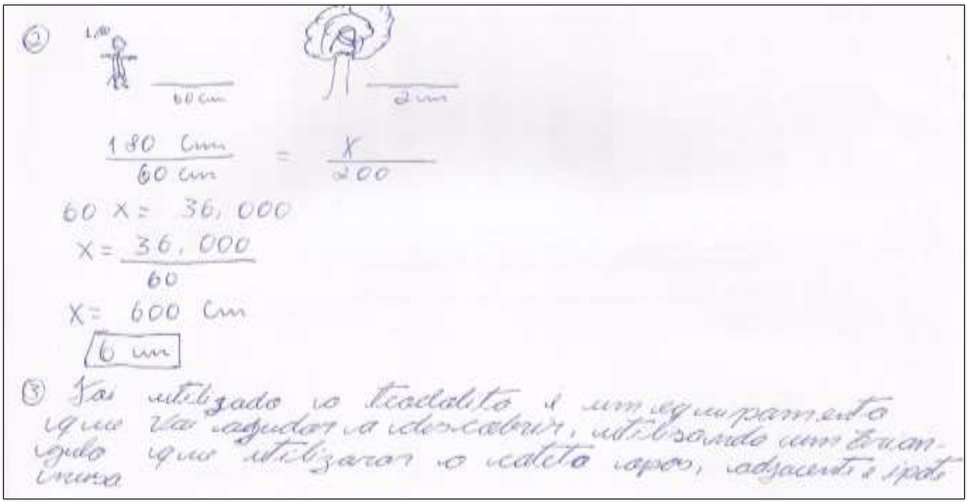
Figura 27: Continuação dos registros de Arthur para a Tarefa III



Fonte: Ficha de registros escritos de Arthur

Os registros de Bernardo foram:

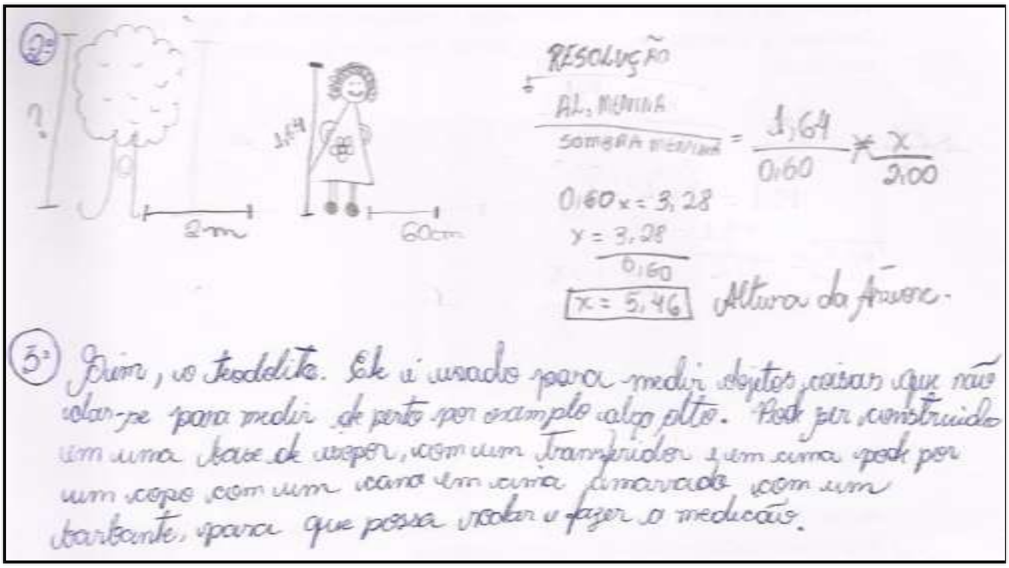
Figura 28: Registros de Bernardo para a Tarefa III



Fonte: Ficha de registros escritos de Bernardo.

Os registros de Mônica foram:

Figura 29 : Registros de Mônica para a Tarefa III



Fonte: Ficha de registros escritos de Mônica.

Nesta tarefa os alunos auxiliaram uns aos outros para que pudessem medir as suas alturas, que seria um dos valores utilizados na tarefa. Incialmente as Tarefas II e III eram uma só, achamos conveniente separar para conseguir um tempo de resolução maior. Solicitamos aos alunos que registrassem em forma de texto e também por esquematizações de desenhos evidenciando a proposta da tarefa.

Ana Cláudia optou apenas pelos registros escritos e ansiosa pelo término da tarefa não apresentou falas em nossa interferência orientada que nos auxiliasse na análise.

Arthur realizou desenhos e cálculos. Achamos interessante o pensamento formado dos alunos e a tomada de decisão de não desenharem o esquema das medidas das alturas por meio da esquematização de triângulos semelhantes.

Arthur: *Esses lados são quase iguais* (comparando os lados da altura da árvore e de sua altura). *Eu divido eles, por causa que tenho que encontrar "x" que a altura da árvore.*

Bernardo: *A altura da árvore eu vou dividir pelo meu tamanho. E comparar com os tamanhos das sombras.*

Bernardo faz seus cálculos utilizando centímetros, e isso é relevante porque é uma forma que utiliza por ser mais familiar para ele.

Pesquisador: *Mas, Bernardo, por que utiliza os valores em centímetros?*

Bernardo: *Sem vírgula melhor.*

Respeitar estas atitudes dos alunos é um compromisso com a Educação em geral. Os alunos sentem conforto quando têm liberdade de trabalhar da forma que se sentem mais confiantes.

Mônica estabelece representações com desenhos e com os cálculos. Na interferência ela nos explica:

Mônica: *Professor é bem simples. Pra encontrar a altura da árvore é só fazer uma regra de três.*

Pesquisadores: *E se eu estivesse interessado em saber o comprimento de sua sombra? Como faria.*

Mônica: (lápis na boca). *Acho que do mesmo jeito sai. (pausa). Só que meu x seria a minha sombra né?*

Mônica assim como os outros alunos opera em meio à regra de três por achar o método mais simples de operar as tarefas. Dizemos que operam no campo semântico da regra de três. A opção de ouvir os alunos foi digna de celeridade na pesquisa, pois somente os cálculos não seriam suficientes para examinar todos os passos do processo desenvolvido pelos alunos para solucionarem os problemas propostos.

No segundo questionamento desta tarefa indagamos aos alunos sobre a existência de métodos que podem auxiliar o cálculo de medidas inalcançáveis. Achamos que este questionamento para a turma não foi muito atrativo para a busca da produção de significado, por se tratar de uma turma de Ensino Médio Integrado ao Curso de Agropecuária, em eles têm acesso à disciplina de topografia que discute instrumentos e técnicas de medições de distâncias. Todos escreveram sobre o teodolito (instrumento utilizado para medição de terras em distanciamentos topográficos). Mas resolvemos não excluir este questionamento por conta da aplicabilidade a outras salas de aula.

3.3.5 Registros da Tarefa IV

Esta tarefa requeria o maior engajamento dos alunos, pois se dividiu em duas partes: a medição de objetos em campo e a efetivação de seus registros escritos. Como já explicitado, solicitamos a autorização da saída dos alunos em outros horários de aulas aos professores, porém, os alunos revezavam-se para não saírem todos ao mesmo tempo das aulas de outras disciplinas. Os dessa turma possuem três dias de contra turno na semana, em que assistem aulas nos dois turnos (manhã e tarde); essa parte da tarefa foi executada em um destes dias.

O engajamento dos alunos nesta tarefa exigia a saída para outros espaços da escola, o que se constitui em uma atividade que provoca e incentiva o aluno para a responsabilidade na construção de seu próprio conhecimento. A tomada de decisão, o trabalho em equipe, a cooperação e colaboração tem posição de destaque nestes momentos em que os alunos se deslocam e se movimentam para resolver as situações-problema nas aulas de Matemática.

Registramos por meio de fotografias o trabalho para as medições feitas pelos alunos. Na tarefa colocamos a caixa d’água, o mastro da bandeira, postes e árvores como sugestões de medições. A tarefa solicita aos alunos a medição dos mesmos objetos em três horários diferentes do dia. Expomos as imagens fotografadas dos alunos em campo com consentimentos de todos os sujeitos.

Figura 30 : Alunos na medição da sombra da Caixa D’água

Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

Orientamos aos alunos a realizarem as medições em grupos, porém todos deveriam fazer seus registros. Optamos por trabalho em grupos pelo fato de a manipulação dos objetos exigir trabalho manual e atenção.

Figura 31: Medição do comprimento da sombra da caixa d'água pelos alunos

Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

O período de setembro, realização desta tarefa, é época de seca na região Sul-maranhense. Foi um fator que colaborou para a experimentação da tarefa IV, não havendo a ocorrência de Sol entre nuvens.

Figura 32: Medição do comprimento da sombra de uma árvore

Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

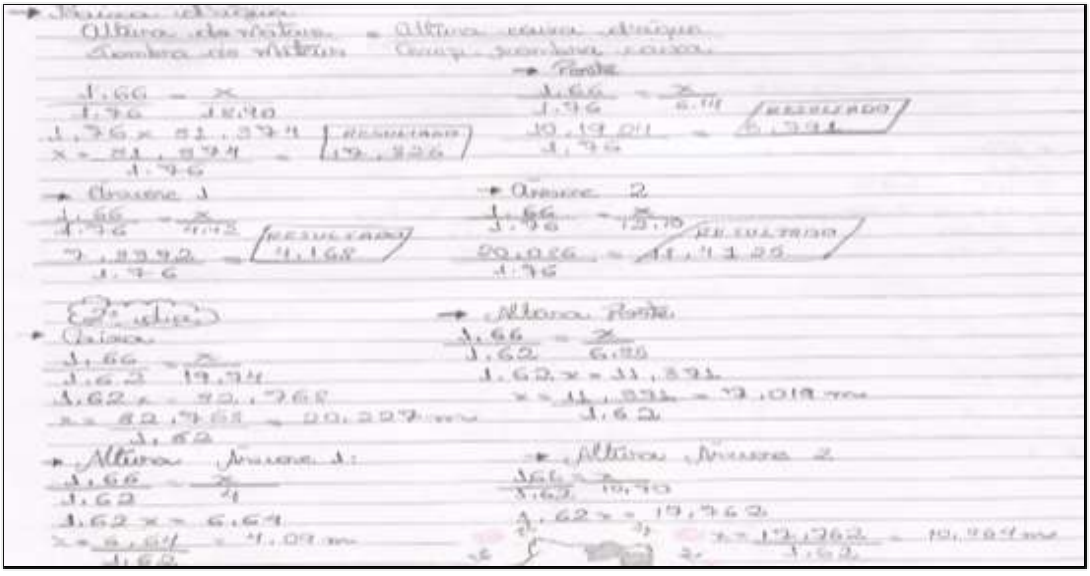
Figura 33: Medição do comprimento da sombra da caixa d'água

Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

Estas imagens representam o primeiro momento da execução da tarefa IV, que é a coleta em campo das medições dos objetos. No encontro/aula seguinte os alunos reuniram-se no laboratório de Matemática e Física para que pudessem proceder aos registros escritos. Fornecemos calculadoras, réguas, lápis, borrachas, canetas e as fichas de registros.

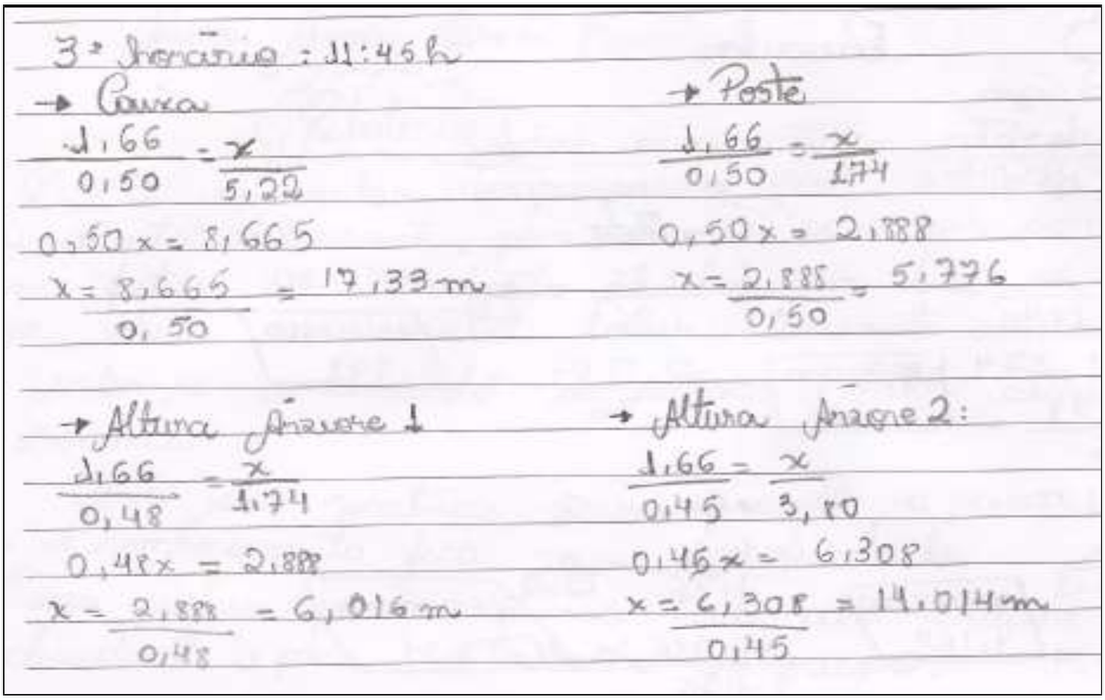
Registros de Ana Cláudia foram:

Figura 34: Registros escritos de Ana Cláudia para a Tarefa IV



Fonte: Ficha de registros escritos de Ana Cláudia.

Figura 35: Continuação dos registros escritos de Ana Claudia para a Tarefa IV



Fonte: Ficha de registros escritos de Ana Cláudia.

Ana Cláudia demonstra nos registros escritos domínio de conhecimentos matemáticos. Faz as comparações das proporcionalidades das alturas dos objetos utilizando a altura de um dos alunos da turma.

Na interferência orientada.

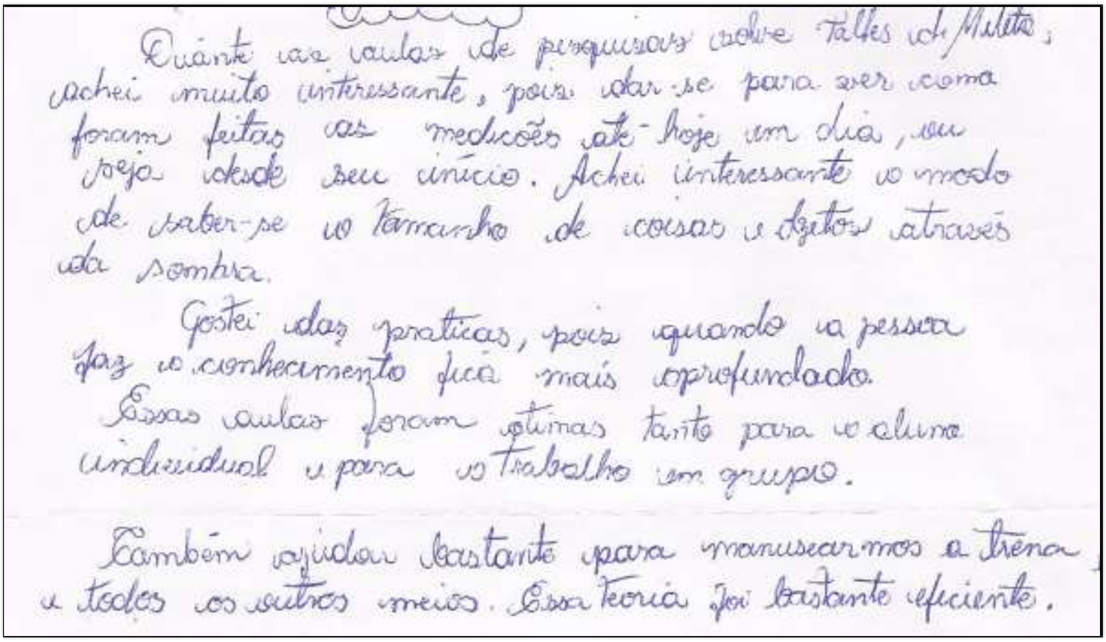
Ana Cláudia: *Assim. Eu fui lá e peguei em três horários diferentes as medidas das sombras e da altura de* (nome do aluno) *e da sombra dele. Aí nós fomos e calculamos a altura. O Terreno é inclinado. Esse método é muito antigo.*

Pesquisadores: *Mas o que encontrou de resultados?*

Ana Cláudia: *As medidas dão diferentes. Mas temos a impressão que foram valores aproximados no resultado.*

Ana Cláudia afirma que os valores são aproximados e quer apresentar seus resultados nos três horários do dia. O esquema tomado em sua apresentação nos registros denota organização. Operou em torno do uso da regra de três. Temíamos estas operações de todos os alunos. E de fato aconteceu. Ouvi-los na apresentação de seus resultados foi importante para estabelecermos nossa leitura sobre os procedimentos dos alunos. Ana Cláudia oferece o comentário sobre a atividade de ida a campo.

Figura 36: Continuação dos registros escritos de Ana Cláudia para a Tarefa IV



Quanto as aulas de pesquisas sobre Talles de Mileto, achei muito interessante, pois dar-se para ver como foram feitas as medições até hoje em dia, ou seja desde seu início. Achei interessante o modo de saber-se o tamanho de coisas e objetos através da sombra.

Gostei das praticas, pois quando a pessoa faz o conhecimento fica mais aprofundado.

Essas aulas foram ótimas tanto para o aluno individual e para o trabalho em grupo.

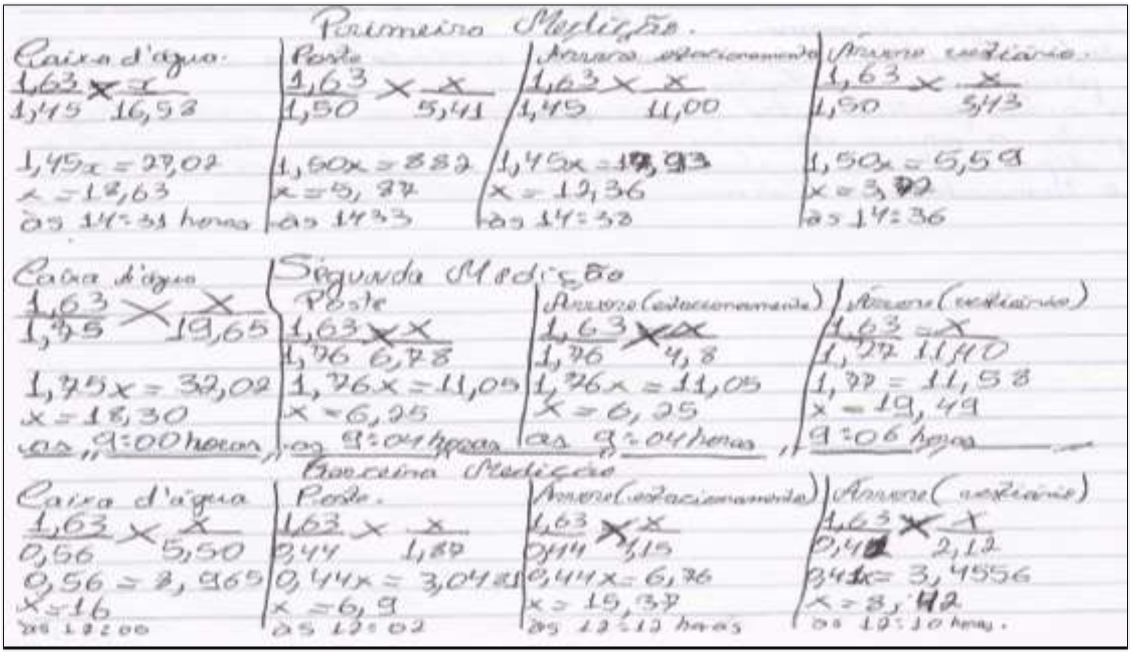
Também ajudou bastante para manusearmos a trena e todos os outros meios. Essa Teoria foi bastante eficiente.

Fonte: Ficha de registros escritos de Ana Cláudia.

Nosso interesse em saber os argumentos de Ana Cláudia sobre a sequência de tarefas nos ajudou a perceber que os alunos munidos de conhecimentos sobre a história de conceitos matemáticos, no caso desta pesquisa, o Teorema de Tales, notaram que a operação em forma de regra de três era um método mais prático e descobriram sem alguma explicação efetiva sobre o conteúdo.

Os registros de Arthur.

Figura 37: Registros escritos de Arthur para a Tarefa IV



Primeira Medição.

Caixa d'água	Poste	Árvore estacionamento	Árvore secretaria
$\frac{1,63}{1,45} = \frac{x}{16,53}$	$\frac{1,63}{1,50} = \frac{x}{5,41}$	$\frac{1,63}{1,45} = \frac{x}{11,00}$	$\frac{1,63}{1,50} = \frac{x}{5,43}$
1,45x = 27,02	1,50x = 8,82	1,45x = 17,93	1,50x = 5,59
x = 18,63	x = 5,87	x = 12,36	x = 3,72
às 14:31 horas	às 14:33	às 14:32	às 14:36

Segunda Medição

Caixa d'água	Poste	Árvore (estacionamento)	Árvore (secretaria)
$\frac{1,63}{1,75} = \frac{x}{19,65}$	$\frac{1,63}{1,76} = \frac{x}{6,78}$	$\frac{1,63}{1,76} = \frac{x}{4,8}$	$\frac{1,63}{1,77} = \frac{x}{11,40}$
1,75x = 32,02	1,76x = 11,05	1,76x = 11,05	1,77 = 11,58
x = 18,30	x = 6,25	x = 6,25	x = 19,49
as 9:00 horas	as 9:04 horas	as 9:04 horas	9:06 horas

Terceira Medição

Caixa d'água	Poste	Árvore (estacionamento)	Árvore (secretaria)
$\frac{1,63}{0,56} = \frac{x}{5,50}$	$\frac{1,63}{0,44} = \frac{x}{1,87}$	$\frac{1,63}{0,44} = \frac{x}{4,15}$	$\frac{1,63}{0,41} = \frac{x}{2,12}$
0,56 = 8,965	0,44x = 3,0481	0,44x = 6,76	0,41x = 3,4556
x = 16	x = 6,9	x = 15,37	x = 8,42
às 12:00	às 12:02	às 12:12 horas	às 12:10 horas.

Fonte: Ficha de registros escritos de Arthur.

Arthur também opera com a regra de três, mas percebe que os seus objetos na esquematização que ele elabora são as alturas dos objetos.

Na interferência.

Pesquisadores: *Você buscou as medições de quatro objetos, não é isso? Como escolheu?*

Arthur: *O senhor tinha dado sugestões na atividade. E também fui para onde tinha a terra mais plana.* (pausa). *Oh se ficar inclinado* (inclinando suas fichas de registros) *vai aumentar de tamanho aqui.*

As estipulações locais utilizadas por Arthur são os fatores que legitimam seus registros. Não fugimos de comentar que temíamos que ocorresse a influência da regra de três, porém se o aluno resolve partindo do pressuposto histórico de um contexto, para nós isso é produção de significado para a tarefa com uso de episódio de história da matemática, como aconteceu com este aluno.

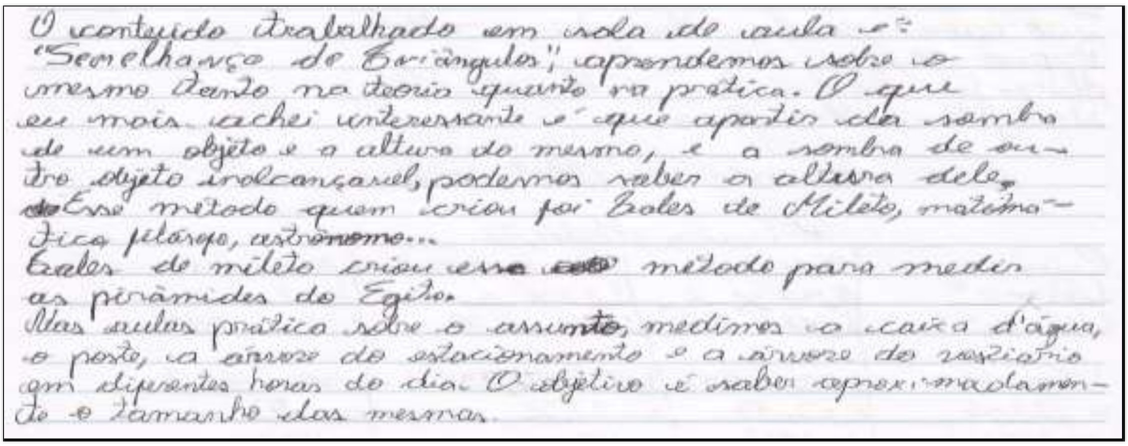
Silva (2003) afirma que o conhecimento acontece quando alguém, além de acreditar e afirmar, justifica aquilo que crê para que de fato o conhecimento seja produzido. A justificação não é a explicação, mas é algo que torna um enunciado verdadeiro.

Salientamos que a altura real da caixa d'água é de 18,78 metros. Essa informação repassamos para o Arthur.

Arthur: *Deu quase né professor. Oh* (nome de aluno) *quanto deu a tua caixa d'água? A minha deu quase a mesma coisa.*

A satisfação de Arthur nos remeteu a outro tipo de pensamento sobre as tarefas propostas. O envolvimento com o mundo que os cercam é extremamente necessário para que a aprendizagem seja guiada de maneira dinâmica possibilitando a aproximação entre professor e aluno.

Figura 38: Continuação dos registros escritos de Arthur para a Tarefa IV

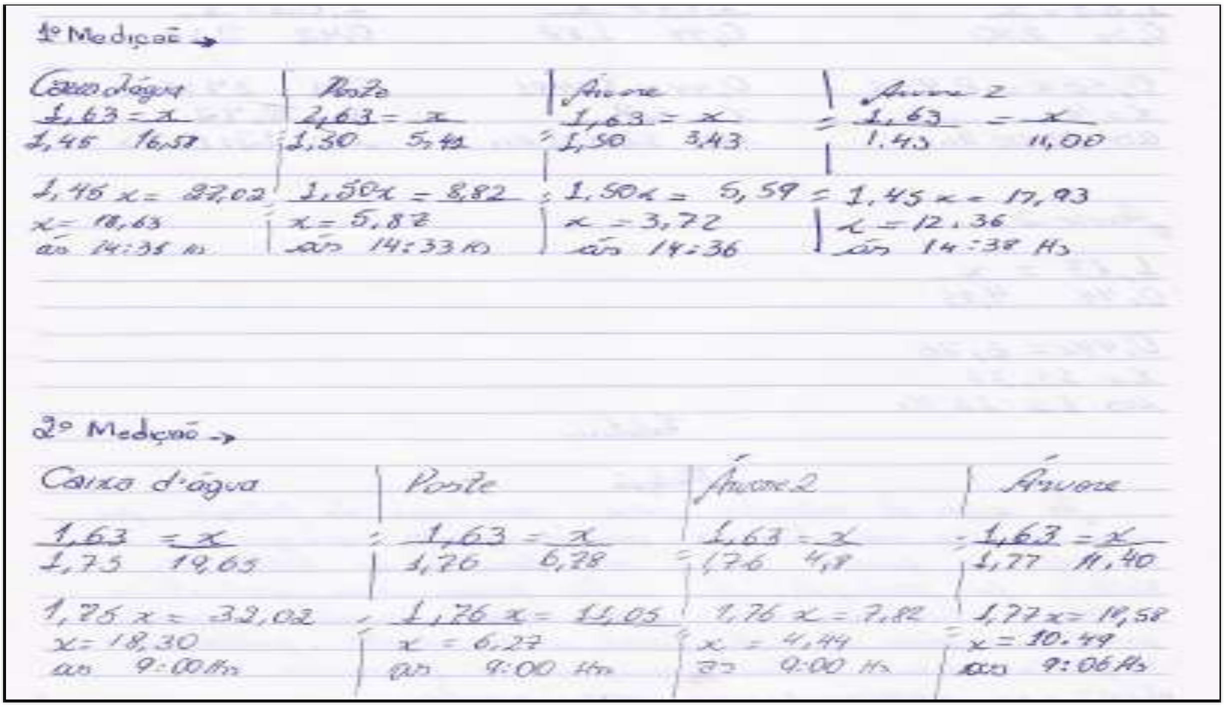

O conteúdo trabalhado em sala de aula é:
"Semelhança de triângulos", aprendemos sobre o
mesmo tanto na teoria quanto na prática. O que
eu mais achei interessante é que apartir da sombra
de um objeto e a altura do mesmo, e a sombra de ou-
tro objeto inalcançavel, podemos saber a altura dele.
Esse método quem criou foi Tales de Mileto, matemá-
tico filósofo, astrônomo...
Tales de mileto criou esse método para medir
as pirâmides do Egito.
Nas aulas prática sobre o assunto, medimos a caixa d'água,
o poste, a árvore do estacionamento e a árvore do refeitório
em diferentes horas do dia. O objetivo é saber aproximadamen-
te o tamanho das mesmas.

Fonte: Ficha de registros escritos de Arthur.

Arthur descreve os momentos da pesquisa. Fizemos o pedido para os alunos de que realizassem um relato das tarefas, cremos que este procedimento nos fornecesse respaldo para a validação das atividades.

Os registros de Bernardo foram:

Figura 39: Registros escritos de Bernardo para a Tarefa IV



1º Medição →

Caixa d'água
$\frac{1,63}{1,46} = \frac{x}{16,57}$
$1,46x = 27,02$
$x = 18,63$
às 14:35 hs

Poste
$\frac{1,63}{1,30} = \frac{x}{5,41}$
$1,50x = 8,82$
$x = 5,87$
às 14:33 hs

Árvore
$\frac{1,63}{1,50} = \frac{x}{3,43}$
$1,50x = 5,59$
$x = 3,72$
às 14:36

Árvore 2
$\frac{1,63}{1,45} = \frac{x}{11,00}$
$1,45x = 17,93$
$x = 12,36$
às 14:38 hs

2º Medição →

Caixa d'água
$\frac{1,63}{1,75} = \frac{x}{19,65}$
$1,75x = 32,02$
$x = 18,30$
às 9:00 hs

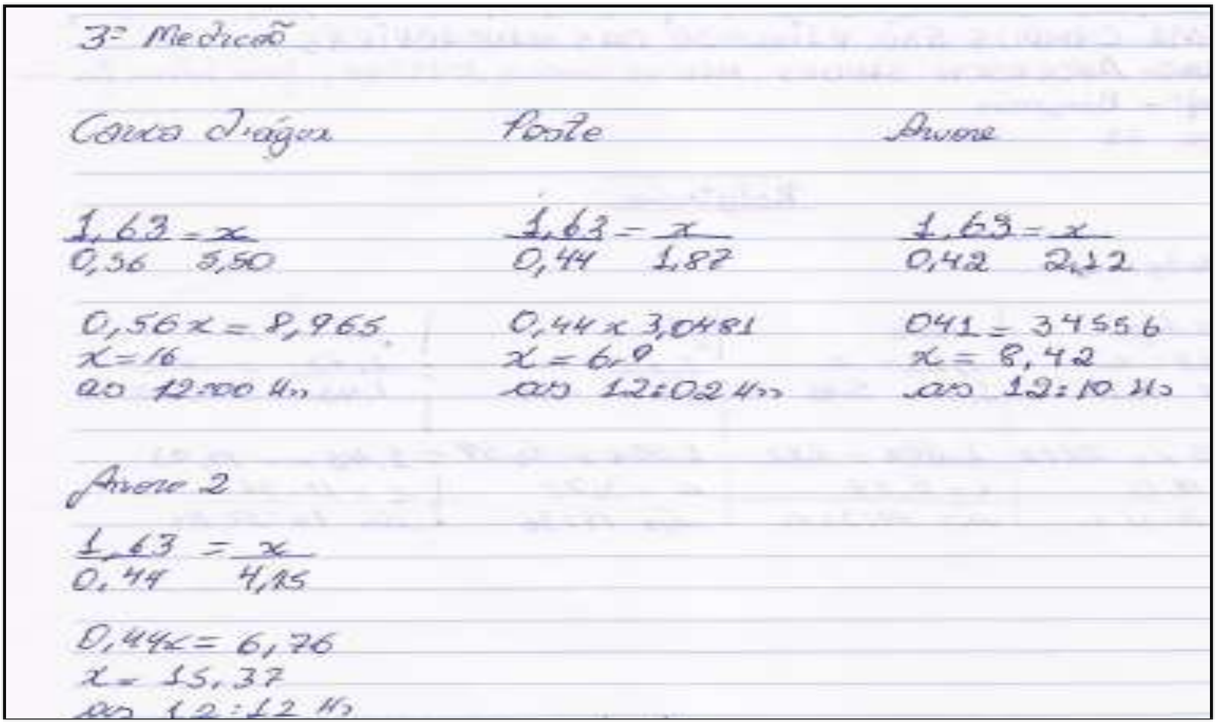
Poste
$\frac{1,63}{1,76} = \frac{x}{6,78}$
$1,76x = 11,05$
$x = 6,27$
às 9:00 hs

Árvore 2
$\frac{1,63}{1,76} = \frac{x}{4,8}$
$1,76x = 7,82$
$x = 4,44$
às 9:00 hs

Árvore
$\frac{1,63}{1,77} = \frac{x}{11,40}$
$1,77x = 19,58$
$x = 10,49$
às 9:06 hs

Fonte: Ficha de registros escritos de Bernardo.

Figura 40: Continuação dos registros escritos de Bernardo para a Tarefa IV



3º Medição

Caixa d'água
$\frac{1,63}{0,56} = \frac{x}{5,50}$
$0,56x = 8,965$
$x = 16$
às 12:00 hs

Poste
$\frac{1,63}{0,44} = \frac{x}{1,87}$
$0,44x\ 3,0481$
$x = 6,9$
às 12:02 hs

Árvore
$\frac{1,63}{0,42} = \frac{x}{2,12}$
$041 = 3,4556$
$x = 8,42$
às 12:10 hs

Árvore 2
$\frac{1,63}{0,44} = \frac{x}{4,15}$
$0,44x = 6,76$
$x = 15,37$
às 12:12 hs

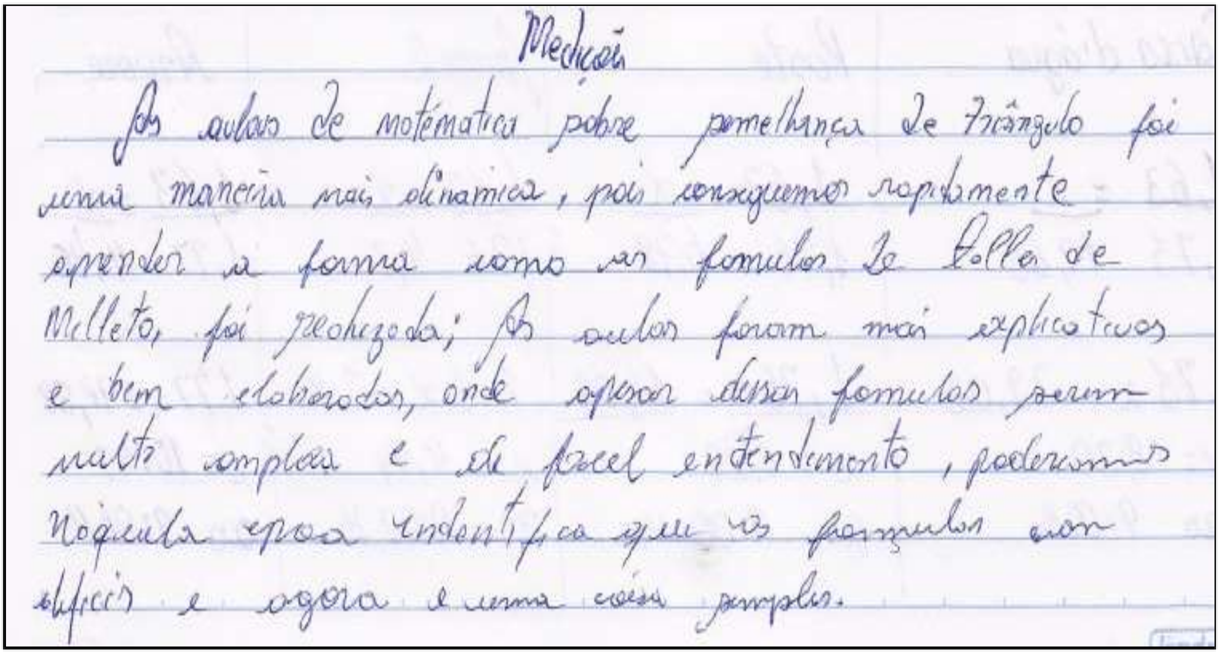
Fonte: Ficha de registros escritos de Bernardo.

Durante a intervenção.

Bernardo: *Os valores deram aproximados.* (pausa) *O Sol colabora com estas medições mesmo.* (pausa) *E ele fica mudando de posição. Meio dia professor a sombra fica bem pouquinha.* (pausa) *Tales de Mileto deve ter ficado esperando e toda hora medindo a sombra e o tamanho do bastão.*

Bernardo compara as suas medições com a medição realizada por Tales no episódio. Percebemos motivação e constantes pausas na fala de Bernardo. Os cálculos, embora em regra de três, somente eles seriam incapazes de nos fornecer alguma explicação sobre a produção de significado dos alunos. Passando a ouvir a maneira que os alunos construíram suas resoluções, "o estudante fala sobre a situação, elabora outras afirmações que demonstra estar operando cognitivamente em outro lugar, que não o que ele tenta passar na escrita" (RIBEIRO; COSTA; PAULA, 2014, s.p.), e assim passamos a observar os procedimentos adotados pelo aluno e damos conta daquilo que os alunos estavam pensando ao efetuar as resoluções (LINS, 2012b).

Figura 41: Continuação dos registros de Bernardo



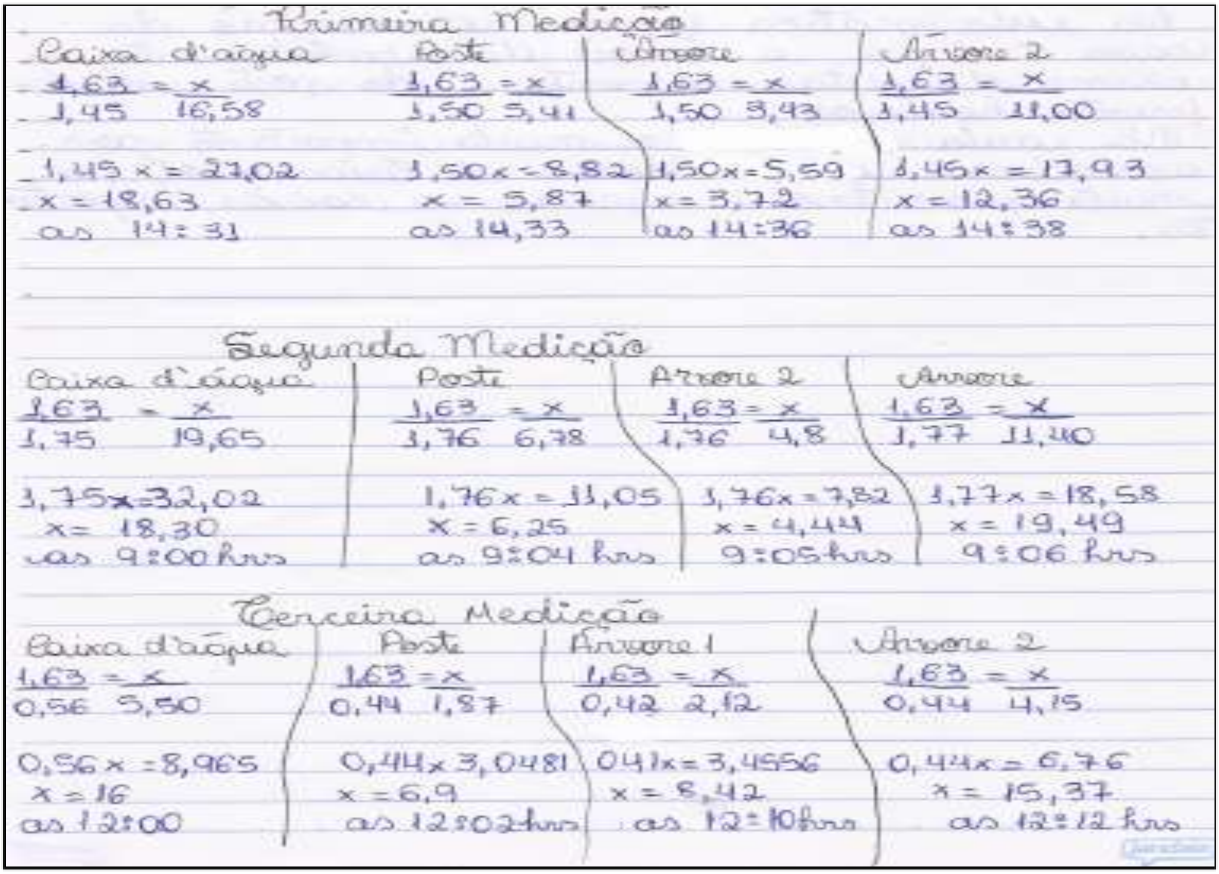
Medição

As aulas de motématica sobre semelhança de triângulo foi uma maneira mai dinamica, pois conseguemos rapidamente aprender a forma como as fomulas de Talles de Melleto, foi realizada; As aulas foram mai explicativas e bem elaborados, onde apesar dessas fomulos serem muito complexas e de facil entendimento, poderíamos naquela epoca indentifica que as formulas eram dificis e agora e uma coisa simples.

Fonte: Ficha de registros escritos de Bernardo.

Os registros de Mônica foram:

Figura 42: Registros escritos de Mônica para a Tarefa IV


Primeira Medição

Caixa d'água	Poste	Árvore	Árvore 2
$\frac{1,63}{1,45} = \frac{x}{16,58}$	$\frac{1,63}{1,50} = \frac{x}{5,41}$	$\frac{1,63}{1,50} = \frac{x}{3,43}$	$\frac{1,63}{1,45} = \frac{x}{11,00}$
1,45 x = 27,02	1,50x = 8,82	1,50x = 5,59	1,45x = 17,93
x = 18,63	x = 5,87	x = 3,72	x = 12,36
as 14:31	as 14,33	as 14:36	as 14:38

Segunda Medição

Caixa d'água	Poste	Árvore 2	Árvore
$\frac{1,63}{1,75} = \frac{x}{19,65}$	$\frac{1,63}{1,76} = \frac{x}{6,78}$	$\frac{1,63}{1,76} = \frac{x}{4,8}$	$\frac{1,63}{1,77} = \frac{x}{11,40}$
1,75x = 32,02	1,76x = 11,05	1,76x = 7,82	1,77x = 18,58
x = 18,30	x = 6,25	x = 4,44	x = 19,49
as 9:00 hrs	as 9:04 hrs	9:05 hrs	9:06 hrs

Terceira Medição

Caixa d'água	Poste	Árvore 1	Árvore 2
$\frac{1,63}{0,56} = \frac{x}{5,50}$	$\frac{1,63}{0,44} = \frac{x}{1,87}$	$\frac{1,63}{0,42} = \frac{x}{2,12}$	$\frac{1,63}{0,44} = \frac{x}{4,15}$
0,56 x = 8,965	0,44x 3,0481	041x = 3,4556	0,44x = 6,76
x = 16	x = 6,9	x = 8,42	x = 15,37
as 12:00	as 12:02 hrs	as 12:10 hrs	as 12:12 hrs

Fonte: Ficha de registros escritos de Mônica.

Nesta tarefa os alunos auxiliaram uns aos outros. Embora utilizassem os mesmos dados, orientamos que os alunos cada um fizessem seus cálculos.

> Quando o aluno escreve o que fez para responder a situação, eis que dá sua resposta que pode ser considerada ‘formal’, de acordo com o que estava ‘vendo’, nas aulas atuais de matemática. Quando explica com suas palavras, informalmente, para o seu professor, porém agora o vendo com outros olhos, (passando a ser outro interlocutor), ‘confessa’ e mostra como realmente estava operando. (PEREIRA; COSTA; PAULA, 2014, s.p.).

Na interferência orientada de Mônica.

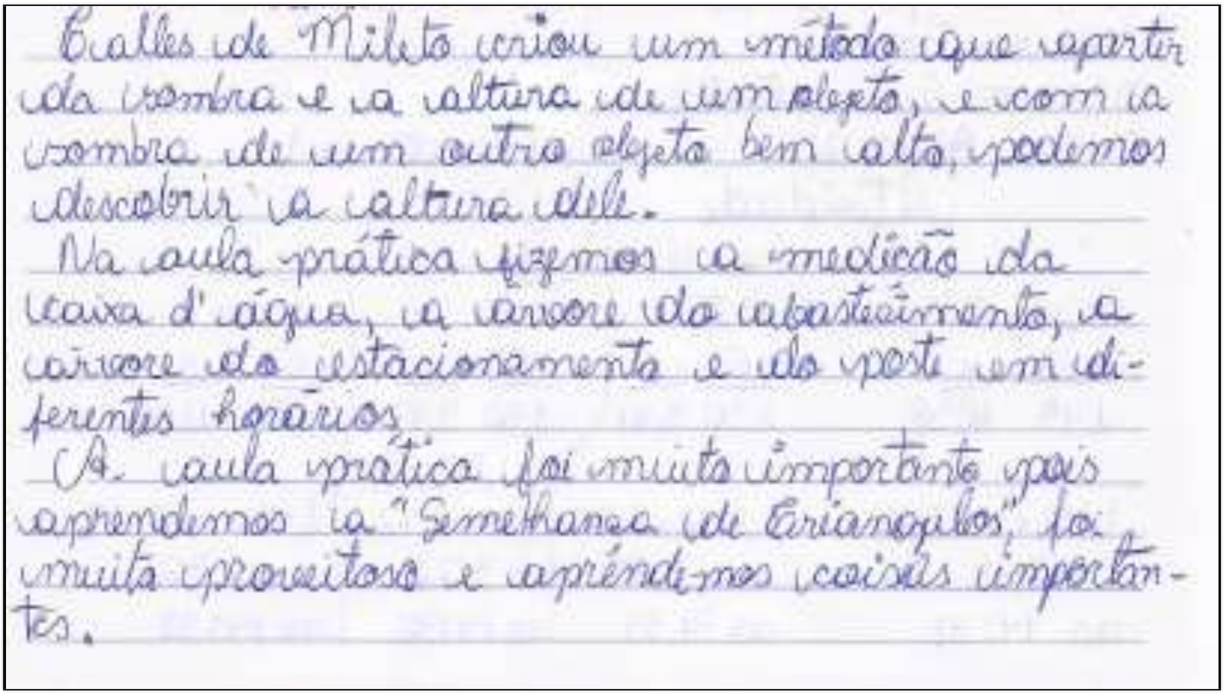
Mônica: *Professor o que o senhor quer que faça agora?*

Pesquisadores: *Bom, já foi os objetos. Agora queria ouvir sobre o que fez. E se está certo o que fez?*

Mônica: *Assim, fiz o trabalho com os meninos. A gente mediu a altura, comprimento no chão das coisas, da caixa, da árvore.* (pausa). *A posição do Sol, num tem. Muda de lado. (pausa). Teve uma hora que a gente media de um lado e depois tinha que medir do outro lado assim.*

Atribuímos a Mônica a operação dentro de estipulações locais, em que o conhecimento e a crença-afirmação se unem em um único ponto, formando um campo semântico para as justificações dos alunos.

Figura 43: Continuação dos registros escritos de Mônica para a Tarefa IV



Talles de Mileto criou um método que apartir da sombra e a altura de um objeto, e com a sombra de um outro objeto bem alto, podemos descobrir a altura dele.

Na aula prática fizemos a medição da caixa d'água, a arvore do abastecimento, a arvore do estacionamento e do poste em diferentes horarios.

A aula prática foi muito importante pois aprendemos a "Semelhança de Triangulos", foi muito proveitoso e aprendemos coisas importantes.

Fonte: Ficha de registros escritos de Mônica.

Mônica destaca a importância das aulas práticas para o ensino da disciplina de Matemática. Podemos intuir que uma aplicação dos conteúdos, ou uma ressignificação para a Matemática aprendida na Escola, transfere ao aluno a ideia de Matemática como processo. Mônica então percebe a ligação entre a Matemática trabalhada na Escola e aquela utilizada na rua, e mais, reconhece que se trata da mesma Matemática, porém com olhares diferentes.

4 O PRODUTO EDUCACIONAL

No mestrado profissional é obrigatória a produção de material educacional que subsidie, instrua ou capacite a prática docente em sala de aula, a formação docente, a pesquisa, a aprendizagem de alunos. Neste trabalho de dissertação elaboramos como produto educacional uma sequência de quatro tarefas didáticas confeccionadas com apoio das noções-categorias do MCS e que utiliza a história da matemática em seu caráter episódico como recurso didático em um texto que se torna o arranque da sequência.

Segundo Paula (2012b, p. 13), "hoje sabemos que, mesmo ao apresentarmos um conteúdo matemático de forma organizada e linear não temos a garantia de que a aprendizagem irá ocorrer". Lançar mão de novas tendências e estratégias para o ensino tem sido uma das soluções de promover a aprendizagem na sala de aula.

A história da matemática de maneira episódica é trazida nesta proposta didática em um texto e no corpo das tarefas. O MCS tem o propósito de instigar a produção de significado matemático pelos alunos, a própria elaboração das tarefas tinha a visão de proporcionar uma leitura sobre a produção dos alunos tendo como aporte as noções-categorias: os objetos, núcleos e estipulações locais, produção e conhecimento, legitimidades (SILVA, 2003). Intencionamos elaborar tarefas que pudessem ser aplicadas em nossa sala de aula, com a nossa realidade, mas também nas salas de aula de vários outros professores do Ensino Médio. Uma das nossas maiores preocupações era de elaborar tarefas que permitissem uma maior interação entre professores e alunos e entre alunos e alunos.

As tarefas foram descritas com seus objetivos no capítulo das metodologias e foram confeccionadas em material separado à dissertação em forma de caderno para serem disponibilizadas para professores; são apresentadas também nos apêndices deste texto. Transparecemos a importância de ouvir os alunos, entender o que querem dizer, em que direção dizem e baseados em quê dizem. Ou seja, encontrar o que há por trás das suas resoluções.

A produção de significado em nossas tarefas tem como pressuposto epistemológico o MCS pelas razões que já apresentamos anteriormente. Entendemos que os nossos resultados tenham validado as tarefas atingindo os nossos objetivos.

Loth (2011) pontua que um dos pontos importantes do ensino é que seja orientado por objetivos previamente definidos que implica não colocar o foco da aula apenas no objeto matemático. Isso permite diversas produções de significados em diferentes situações, numa mesma tarefa.

O produto educacional possui quatro tarefas didáticas e um texto. Foram necessários 350 minutos para sua execução, ou seja, sete aulas de 50 minutos cada uma. Não contabilizamos com o exercício dos alunos na coleta das medições. Os problemas mencionados possuem texto inédito, porém muitos trabalhos sinalizam essas tarefas sob a forma de atividades, mas nenhuma evidenciou a utilização do Teorema de Tales e a produção de significado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um dos nossos objetivos nesta pesquisa foi elaborar tarefas didáticas que se utilizassem da história da matemática e que fossem capazes de provocar a produção de significado dos alunos. Partimos de nossa vivência na prática docente em que às vezes deixamos de lado o contexto histórico dos conteúdos, refletimos sobre as formas que a história da matemática poderia fazer parte do conteúdo de Matemática e adotamos um eixo epistemológico para tratar o conhecimento e aprendizagem dos alunos. A experiência de nossa presença, enquanto professores da turma, permitiu a utilização das tarefas em salas de aula reais, uma vez que foram elaboradas no intuito de que fizessem parte da prática docente de outros professores. Desta maneira, a utilização de nossa carga horária, das atividades rotineiras da escola, do tempo real, proporcionou nossa intenção ser bem próxima do contexto diário de outros professores.

Inserimos a História da Matemática de maneira episódica, com uma vertente da tendência ainda em expansão, os episódios de história da matemática, que mesmo de maneira fantasiosa ou real, tem a capacidade de instigar os alunos a uma percepção da Matemática como um saber em construção e que a Matemática partiu de problemas básicos estruturados por personagens da História da Humanidade antes de chegarem aos livros didáticos da forma como a conhecemos.

Nossa questão primordial consistia em saber se a história da matemática poderia contribuir para a produção de significado na perspectiva do MCS e de que forma. A adoção deste aporte epistemológico tornou-se um desafio nesta pesquisa. Nenhum outro trabalho sinalizava este caminho utilizando a aliança entre a história da matemática e o MCS, que por sua vez nos permitia estabelecer uma leitura da produção dos alunos e desta forma nos dava uma visão ampla do nosso trabalho enquanto professor em sala de aula. Pensamos que a aliança entre a história da matemática e o MCS começou a se entrelaçar, e podermos afirmar que o sucesso das estratégias didáticas adotadas por professores só acontece quando existe empenho para criação de produtos que visem à aprendizagem dos alunos.

Observamos que as práticas de muitos professores de Matemática não se enquadram em tendências e recursos que podem propiciar uma vantagem positiva no processo de ensino e aprendizagem e acreditamos ainda que o nosso produto educacional venha a subsidiar essa prática de professores, introduzindo o conteúdo de Geometria Plana não somente no 2º ano do Ensino Médio, mas também em outras turmas e séries, e também a exploração de outros métodos ancorados na história da matemática.

Ressaltamos ainda que as tarefas desenvolvidas para esta pesquisa não se encerram com o uso da história da matemática ou a produção de significado naquele momento, mas com a ação dos alunos incentivados pelo uso dos episódios na produção de significado matemático. Asbahr (2005) coloca que "uma atividade pode tornar-se ação quando perde seu motivo originário, ou uma ação transformar-se em atividade na medida em que ganha um motivo próprio, ou ainda uma ação pode tornar-se operação e vice-versa". Neste sentido, queremos esclarecer que para nós a produção dos alunos não acaba ali, pois o conhecimento se renova, é praticado e aperfeiçoado a cada instante.

Estabelecer nossas leituras das produções dos alunos pesquisados é somente um exemplo das produções que podem ser esperadas pelos professores. E enfatizamos que no MCS o significado é local, pois acontece naquele momento da atividade, em outros pode ser diferente. O que Lins (2008) coloca e nos chama a atenção é que ensinar é sugerir modos de produção de significado e que aprender é a internalização destes modos de produção. Sentimos esse efeito na prática. E somente compreendemos o MCS quando o inserimos em nossa sala de aula, independente da pesquisa, o MCS acontece em ação.

A incorporação de episódio de história da matemática em estratégias de sala de aula contribuiu para a motivação dos alunos na aprendizagem, possibilitando interações para a desconstrução de um ETM no sentido denotado por Chaves (2004, grifo nosso) que se expressa por uma apresentação da Matemática de forma excludente, *meritocrática*, promotora de educação bancária, *descontextualizada*, descompromissada com o conhecimento de rua dos alunos.

O trabalho com o MCS modificou nossa prática, nossa forma de ver a sala de aula e os alunos. Na produção de significado, não existe a visualização do erro somente, mas do processo. Se a produção do significado do aluno diverge da do professor, este tem a incumbência de convidar o aluno a conhecer novos lugares, que não necessariamente é o que já conhece. Passamos a ouvir o aluno e a ver o aluno de outra forma, ou melhor, nos aproximamos do aluno indo até o lugar em que ele fala, dando a oportunidade de ele explicar o que faz naquele momento em uma determinada atividade. Essa ideia movimenta este trabalho, que em nenhum momento deixamos de enxergar outros professores aplicando ou utilizando o MCS e a história da matemática por meio de nossa proposta. Sentimo-nos abalados com o efeito que o MCS provoca em um trabalho, e dizemos mais, seu uso evidencia uma nova forma de avaliar, de ensinar e de aprender, que consideramos ser urgente.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Maria Margarida de. **Introdução à metodologia do trabalho científico**: elaboração de trabalhos de graduação. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; BORBA, Marcelo de Carvalho. Pesquisa qualitativa em educação matemática: notas introdutórias. In: ______ (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. 23-30. (Coleção Tendência em Educação Matemática).

ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira. A pesquisa sobre a atividade pedagógica contribuição da teoria da atividade. **Revista Brasileira de Educação**. São Paulo, n. 29, p. 108-119, mai/jun/jul/ago. 2005.

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut; NOBRE, Sergio Roberto. A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática. In: BICUDO: Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em educação matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 129-136. (Coleção Seminários & Debates)

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut; TEIXEIRA, Marcos Vieira; NOBRE, Sergio Roberto. A investigação científica em história da matemática e suas relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012. p. 199-202.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação matemática**: uma introdução à teoria e ao método. Porto, Portugal: Porto, 1994.

BONGIOVANNI, Vicenzo. O teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico. **Revemat**, Santa Catarina (SC), v. 2, n. 5, p. 94-106, 2007. Disponível em: <file:///C:/Users/DDE52/Downloads/12993-40060-1-PB%20(1).pdf>. Acesso em 13 jun. 2016.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. 2. ed. trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**: Matemática. Brasília: MEC, 2000.

______. **Orientações curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

BRITO, Arlete de Jesus; MENDES, Iran Abreu. Apresentação. In: MIGUEL, Antonio et al.. **História da matemática em atividades didáticas**. 2. ed. rev. São Paulo: Livraria da Física, 2009. p. 07-11.

BROLEZZI, Antonio Carlos. **A arte de contar**: uma introdução ao estudo do valor didático da história da matemática. 1991. 79 f. Dissertação (Mestrado em Metodologia do Ensino e Educação Comparada) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991.

______. **Empatia e história da matemática**. v. 2. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Série história da matemática para o ensino).

CAJORI, Florian. **Uma história da matemática**. trad. Lázaro Coutinho. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

CÉZAR, Mariana dos Santos. **Produção de significados matemáticos na construção dos números reais**. 2014. 167f. Dissertação (Mestrado profissional em educação para ciências e matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, Vitória, 2014.

CHAQUIAM, Miguel. **História da Matemática em sala de aula**: proposta para integração dos conteúdos matemáticos. v. 10. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Série história da matemática para o ensino)

CHAVES, Rodolfo. **Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?**. 2004. 254f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

CHAVES, Rodolfo; RODRIGUES, Caio Lopes. A questão da incomensurabilidade: do embaraço pitagórico às obras de Leonardo Da Vinci ─ uma proposta de Educação Matemática pela História e pela Arte. ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UFSM/CCNE, 4., 2014, Santa Maria (RS). **Anais eletrônicos ...** Santa Maria: UFSM, 2014. p. 1-68. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_4/MC/MC_Chaves_Rodolfo.pdf>. Acesso em 15 de mar. 2016.

D'AMBROSIO, U. História da Matemática e Educação. In: **Cadernos CEDES 40**. História e Educação Matemática. Campinas, SP: Papirus, 1996, p. 7-17.

______. A História da Matemática: questões historiográficas e política e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). **Pesquisa em educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 97-115 (Coleção Seminários & Debates)

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto & aplicações. 2. ed. 1. v. São Paulo: Ática, 2013.

DIAS, Jesus Nazareno Martins. **Educação Financeira**: a noção de juros. 2015. 84 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015.

DOBERSTEIN, Arnoldo Walter. **O Egito Antigo**. Porto Alegre: ediPUCRS, 2010.

DORON, Roland; PAROT, Francoise. **Dicionário de Psicologia**. São Paulo: Ática, 1998.

EUCLIDES. **Os Elementos**: Euclides. trad. e int. Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004.

GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. **História da Matemática**: dos números à geometria. Osasco: Edifieo, 2008.

GARBI, Gilberto. **A Rainha das Ciências**: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. 3. ed. rev. e ampl. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5.ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; SILVA, Carmen Kaiber; MORA, Castor David. Perspectiva em educação matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 6, n. 1, p. 37-55, jan-jun. 2004.

HARUNA, Nancy Cury Andraus. **Teorema de Thales**: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem. 2000. 230f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2000.

HENRIQUES, Marcílio Dias; SILVA, Amarildo Melchiades da. Sobre a produção de significados para a área de perímetros no ensino fundamental. In: SEMINÁRIO HISPANO BRASILEIRO – CTS, 2., 2012, São Paulo. **Anais ...**São Paulo: UNICSUL, 2012. p. 499-511.

HENRIQUES, Marcílio Dias. A produção de significados de estudantes do ensino fundamental para tarefas geométricas. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 433-450. 2013.

HUISMAN, Denis. **Dicionário dos filósofos**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade**: 9º ano. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

LARA, Isabel Cristina Machado de. O ensino da matemática por meio da história da matemática: possíveis articulações com a etnomatemática. **Vidya**, Santa Maria, v. 33, n. 2, p. 51-62, jul./dez. 2013.

LINS, Romulo Campos. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. 372 f. Thesis (Doutorate degree in Philosophy) – University of Nothingham, Nothingham, 1992.

______. Epistemologia, história e educação matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa. **Revista de Educação Matemática**. São Paulo, v.1, n.1, p. 75-91. 1993.

______. Campos semánticos y el problema del significado em álgebra.. **UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Barcelona, n.01, p. 45-56, jul., 1994.

______. Notas sobre o uso da noção de conceito com unidade estruturante do pensamento. IN: ESCOLA LATINO-AMERICANA SOBRE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA, 3. 1996, Canela – RS. **Anais ...** Canela, RS, 1996. p. 137-141.

______. Luchar por la supervivencia: la producción de significado. **UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Barcelona, n.14, p. 39-46, out. 1997.

LINS, Romulo Campus; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 4. ed. Campinas, SP: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

______. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 75-94.

______. A diferença como oportunidade para aprender. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIÁTICAS E PRÁTICASD DE ENSINO. 14., Porto Alegre. **Anais ...** Porto Alegre: Edi PUCRS, 2008. p. 530-550.

______. Matemática, monstros, significados e Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Educação matemática**: pesquisa em movimento. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012a. p. 101-131.

______. O modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia Laus; BARBOSA, Edson Pereira; SANTOS, João Ricardo Viola dos; DANTAS, Sérgio Carrazedo; OLIVEIRA, Viviane Cristina Almada de. **Modelo dos campos semânticos e educação matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012b. p. 11-30.

LINTZ, Rubens Gouveia. **História da Matemática**. 3. ed. Blumenau: FURB, 1999.

LOPES, Antônio José; GIMENEZ, Joaquim Rodriguez. **Metodologia para o ensino da Aritmética**: competência numérica no cotidiano. São Paulo: FTD, 2009.

LOTH, Maria Helena Marques. **Uma investigação sobre a produção de tarefas aritméticas para o 6º ano do Ensino Fundamental**. 2011. 212 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

MAIA, Lícia de Souza Leão. Vale a pena ensinar Matemática. In: BORBA, Rute; GUIMARÃES, Gilda. (Orgs.). **A pesquisa em educação matemática**: repercussões na sala de aula. São Paulo: Cortez, 2009. p. 13-57.

MENDES, Iran Abreu**. Ensino da Matemática por atividades**: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática. 2001. 283f. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2001.

______. **Investigação histórica no ensino da matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda., 2009.

______. História no Ensino da Matemática: trajetórias de uma epistemologia didática. **Rematec**, Natal, v. 8. n. 12, p. 66-85, 2013.

MENDES, Fátima; OLIVEIRA, Hélia; BROCARDO, Joana. As potencialidades de sequências de tarefas na aprendizagem da multiplicação. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 22., São Paulo. **Anais eletrônicos ...** São Paulo: FADESP, 2011. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/handle/10451/7085>. Acesso em: 23 jul. 2015.

MENEGHETTI, Antonio. **Campo semântico**. trad. Caetano M. T. Neto. Porto Alegre: ABO, 1993. (Coleção ontopsicologia)

MICHALOVICZ, Solange. Uma atividade pedagógica articulando história da matemática e resolução de problemas. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 10.,Curitiba. **Anais ...** Curitiba: UFPR, 2009. p. 505-515.

MIGUEL, Antonio; BRITO, Arlete de Jesus; CARVALHO, Dione Luchesi de; MENDES, Iran Abreu. **História da matemática em atividades didáticas**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na educação matemática**: propostas e desafios. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Tendências em Educação Matemática)

NOBRE, Sérgio. Leitura crítica da história: reflexões sobre a história da matemática. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004.

PAULA, Marília Rios de. **Razão como taxa**: Uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática. 2012. 79f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012a.

______. **Razão como taxa**: Uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática. 2012. 30f. Produto Educacional (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012b.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Teorema de Thales**: uma conexão entre os aspectos geométrico e algébrico em alguns livros didáticos de matemática. 2005. 133 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SANTIAGO, Laura Andrade; MORAIS, Wendy Mesquita de. O uso de episódios históricos no ensino de matemática: uma sequência didática utilizando quadrinhos. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa; CEDRO, Wellington Lima. (Orgs.). **Educação matemática**: diferentes contextos, diferentes abordagens. Fortaleza: EdUECE, 2015. p. 89-107.

PIMENTA, Adelino Cândido. **A Produção e a Construção de Vídeo-Caso em Hipertexto (VCH) na Educação Matemática**. 2009. 141 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro, 2009.

PROVETTI JÚNIOR, José. Tales de Mileto e a aplicação filosófica da Matemática. **Revista eletrônica de investigação filosófica, científica e tecnológica**. Goiânia, a. 2, v. 2, n. 7, p.

157-181, 2016. Disponível em: <http://assis.ifpr.edu.br/wpcontent/uploads/2015/08/Revista-IFSophia-4.pdf>. Acesso em 17 jun. 2016.

RIBEIRO, Dione Baptista; COSTA, Luciano Pecoraro; PAULA, Marília Rios de. Por que é importante ouvir os alunos. In: SIMPÓSIO PEDAGÓGICO E PESQUISAS EM EDUCAÇÃO, 9., Juiz de Fora**. Anais ...** UFJF, Juiz de Fora, 2014. s. p.

ROQUE, Ana Catarina Cantoni. **Uma investigação sobre a participação da história da matemática em uma sala de aula do ensino fundamental**. 2012. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012a.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012b.

SAD, Lígia Arantes. Uma abordagem epistemológica do cálculo. In: Reunião anual da associação nacional de pesquisa e pós graduação, 23. 2000, Caxambu (MG). **Anais ...** Caxambu (MG): ANPED, 2000, s. p.

SADOVSKY, Patrícia. **O ensino de matemática hoje**: enfoques, sentidos e desafios. trad. Antonio de Padua Danesi. São Paulo: Ática, 2007. (Educação em ação)

SANTOS, Roberto Vatan dos. Abordagem do processo ensino e aprendizagem. **Integração**, São Paulo, a. 9, n.40, p. 19-31, 2005.

SANTOS, Luciane Mulazani dos. **Produção de significados para objetos de aprendizagem**: de autores e leitores para a educação matemática. 2007. 122f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

SANTOS, Rosana. **As dificuldades e possibilidades de professores de matemática ao utilizarem o Software Geogebra em atividades que envolvem o Teorema de Tales**. 2010. 143 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

SANTOS, Márcia Nunes dos. **A história da matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o teorema de tales**: análise de uma experiência realizada com uma classe do 9.º ano do ensino fundamental de uma escola pública de ouro preto (mg). 2012. 180 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Extas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto (MG), 2012.

SANTOS, Edilene Simões Costa dos; MUNIZ, Cristiano Alberto; GASPAR, Maria Terezinha Jesus. **A construção do conceito de área e perímetro a partir de atividades fundamentadas na história da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Série história da matemática para o ensino)

SILVA, Amarildo Melchíades**. Sobre a dinâmica de produção de significados para a matemática**. 2003. 244 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

SILVA, Marcio Nascimento da; VASCONCELOS, Camila Sousa. Resgatando aspectos históricos locais para o ensino de trigonometria. **Boletim cearense de educação e história da matemática**, Fortaleza, a. 2, n.5, p. 05-06, mai-ago, 2015.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Matemática**. 2. v. São Paulo: FTD, 2010. (Coleção novo olhar)

SOUZA, Carlos Antonio de; VICTER, Eline das Flores; LOPES, Jurema Rosa. O uso da história da trigonometria como facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno. **Aprendizagem significativa em revista**. Porto Alegre, v. 3, n. 1. P. 56-70, abril, 2013.

STRUIK, Dirk Jan. Por que estudar a história da matemática?. In: GAMA, Ruy. **História da técnica e da tecnologia**. São Paulo: EDUSP, 1985. p. 191-215.

VALDÉS, Juan E. Nápoles. **La História como elemento unificador em la Educación Matemática**. Argentina, 2002.

VIANNA, Carlos Roberto. Usos didáticos para a História da Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA. 1., Recife. **Anais ...** UFPE, Recife, 1998. s.p.

VILELA, Denise Silva. Reflexão filosófica acerca dos significados matemáticos nos contextos da escola e da rua. In: KLUT, Verilda Speridião; ANASTACIO, Maria Queiroga Amoroso. (Orgs.). **Filosofia da educação matemática**: debates e confluências. São Paulo: Centauro, 2009. p. 81-96.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa**: como ensinar. trad. Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

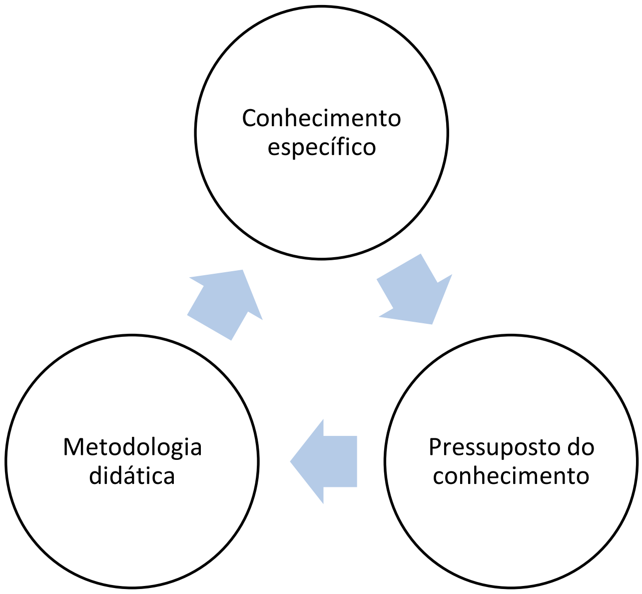
APÊNDICES

APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL

TAREFAS DIDÁTICAS COM USO DE EPISÓDIOS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA VISANDO A PRODUÇÃO DE SIGNIFICADO SOBRE O TEOREMA DE TALES

Este produto educacional serve para você Professor, para incentivar a produção de significado dos alunos nas aulas de Matemática sobre o conteúdo de Teorema de Tales.

Mas, antes de tudo, devemos perceber que o ENSINO deve perpassar por três eixos.



Caro(a) colega Professor(a)

Este produto educacional foi desenvolvido como parte da dissertação de Mestrado em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí e consiste em uma sequência de tarefas didáticas que se utilizam de um episódio de história da matemática.

Ao elaborar este material levamos em conta a real e urgente necessidade de existência de uma mudança das práticas de sala de aula com o estabelecimento de recursos e teorias epistemológicas. Entendemos que o Ensino de Matemática deve utilizar meios de incentivar e motivar os alunos, desta forma o(a) convidamos para apreciação do presente trabalho como forma de causar alguma movimentação em sua sala de aula, no que diz respeito à aprendizagem dos alunos.

Estruturamos alguns tópicos que norteiam a dissertação que estudou a aplicabilidade e validação das tarefas apresentadas neste produto. Afirmamos que o texto e as tarefas baseadas em episódio de história da matemática, que alguns autores consideram anedotário e outros não, foi tratado segundo a ideia de relatos tradicionais, descrito por Roque (2012a) e o eixo epistemológico foi o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) de Lins (1992), e o episódio de história da matemática foi tratado da forma que expressa Pereira, Santiago e Morais (2015).

Utilize este material em suas aulas de Matemática. E incentive os seus alunos à produção de significado por meio da história da

"A questão primordial não é o que sabemos, mas como o sabemos"
Aristóteles

APRESENTAÇÃO

A trajetória que explica o desenvolvimento histórico-epistemológico da matemática diante das faces cotidiana, escolar e científica é constituída pelo espaço em que a sociedade se constrói (MENDES, 2009). A discussão sobre o uso de história da matemática na sala de aula como um recurso que auxilia os procedimentos metodológicos tem instigado educadores e pesquisadores em ensino de matemática e proporcionado o surgimento de novas estratégias de ensino que valorizam a tomada de decisão dos alunos e a sua formação enquanto ser pensante.

Entendemos que o ensino de matemática é dificultado por ser considerada uma disciplina formal, abstrata e desvinculada de caráter prático no ensino tradicional (MICHALOVICZ, 2009). Amparados pela citação anterior, pensamos que a adoção de novas estratégias de ensino, novos recursos e métodos de aprendizagem tem se tornado um desafio constante em meio à complexidade do ato de ensinar.

Neste trabalho, desenvolvemos tarefas didáticas capazes de subsidiar a prática docente fazendo uso dos recursos que a história da matemática oferece. Segundo D'Ambrosio (1999, p. 97) "as práticas educativas se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições, e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto é impossível discutir educação sem recorrer a esses registros e a interpretações dos mesmos". A história da matemática é um instrumento que vem ganhando destaque no meio acadêmico e intelectual (BARONI; NOBRE, 1999).

Destacamos, no entanto, que para a incorporação substancial da história da matemática em sala de aula, podemos utilizar diversos métodos e estratégias. De acordo com Mendes (2009) por meio de um ensino mais dinâmico sustentado em novas metodologias, tais como, brincadeiras, atividades práticas e experimentais, textos, é que a aprendizagem da matemática se torna mais eficaz. Optamos, no entanto, incorporar em tarefas didáticas o uso de episódios históricos como forma instigadora e incentivadora para resolução de problemas sustentados no MCS.

O presente trabalho consiste em um protótipo desenvolvido durante o Mestrado em Educação par Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí no período de 2014 a 2016. Apresentamos tarefas didáticas amparadas metodologicamente na história da matemática e epistemologicamente no MCS para produção de significado.

Entendemos que um possível aprofundamento deste trabalho requer a leitura da dissertação que será disponibilizada em meios digitais e impressos, ficando os autores responsáveis a qualquer momento para as maiores informações sobre o trabalho. A aplicabilidade e validação das tarefas ocorreram por meio de estudos sobre produção de significado de alunos do 2º do Ensino Médio, que convém ressaltar que foram produzidos em diferentes direções, e não visamos o erro dos alunos, mas o processo.

1 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

De acordo com Lara (2013, p. 52) a matemática ensinada em sala de aula se constitui no "resultado de práticas desenvolvidas historicamente pela humanidade que originaram técnicas, estratégias e instrumentos como ação de lidar com situações de um determinado contexto e para garantir sua sobrevivência". D'Ambrosio (1999) afirma que a História da Matemática se confunde com a História da Humanidade e o desenvolvimento da ciência e que as compreensões de como alguns conceitos se formaram e a organização das ideias das civilizações pode servir como um método para se ensinar matemática. Na mesma direção, Chaves (2004) e Chaves & Rodrigues (2014) defendem a História da Matemática como uma possível ruptura ao que denominam de Ensino Tradicional de Matemática (ETM), aquele em que a aula é expositivista e composta por uma pregação enunciativa em que o professor é o ser falante que se ocupa da exposição do conteúdo programático e o aluno o ser ouvinte que se ocupa da aceitação das "*verdades*" apresentadas.

No Brasil, as preocupações com a introdução de elementos históricos na Matemática escolar brasileira apareceram pela primeira vez na legislação da década de 1930, mais especificamente na Reforma Francisco Campos, consolidada em 1932 (ROQUE, 2012b). No entanto, informações históricas estiveram presentes antes dessa época em livros didáticos mais antigos, por meio de observações e comentários sobre temas ou personagens da História da Matemática e também em livros paradidáticos de, por exemplo, Cecil Thiré, Melo e Souza e Euclides Roxo, com isso surgiu uma crescente preocupação em preservar concepções historicamente produzidas (MIGUEL; MIORIM, 2011).

A inserção da História da Matemática na sala de aula, às vezes, não passa de pequenas apresentações nos livros ou biografias de matemáticos famosos, que podem ser aproveitadas e apresentadas aos alunos através de propostas para a aprendizagem da Matemática, propiciando uma compreensão mais ampla dos conceitos e dos métodos de conteúdos da disciplina (BRASIL, 2000). Reforçamos que se a história da matemática for tratada como um assunto específico, será insuficiente para contribuir com o processo de ensino e aprendizagem, deve estar em consonância com o conteúdo de Matemática e deve ser entendida como um processo em construção.

Percebemos que a presença da História da Matemática nos livros e materiais didáticos voltados para o Ensino Fundamental e Ensino Médio tem crescido desde 1980 (MIGUEL; MIORIM, 2011). O material histórico trazido nos livros didáticos é muitas vezes o único acesso dos alunos ao contexto histórico da Matemática. A aliança das aulas com novas propostas metodológicas que se utilizem do recurso tem proporcionado o aumento das pesquisas e estudos sobre esta tendência do Ensino de Matemática.

O uso da história da matemática sobre diferentes perspectivas é discutido em várias obras, Baroni, Teixeira e Nobre (2012, p. 181), por exemplo, sinalizam que a inserção da "História da Matemática na Educação fortalece a sua relação com a Educação Matemática abrindo perspectivas de pesquisas em várias frentes".

Entendemos que a história da matemática destaca o valor da disciplina em sala de aula e mostra aos alunos a sua amplitude, fazendo-os perceberem que a Matemática vai além dos cálculos. O seu uso pode servir a diversas situações, segundo Baroni, Teixeira e Nobre (2012) pode mobilizar os alunos, ser utilizada em todos os níveis educacionais, estimular o uso de bibliotecas, contribuir no processo de humanização da Matemática e aliar diferentes formas de serem incorporadas no ensino.

Mendes (2013) considera que o uso da história como recurso pedagógico pode promover um ensino e aprendizagem que busca dar ressignificação ao conhecimento matemático produzido ao longo dos tempos, acreditando que a história da matemática é capaz de durante a ação docente causar maior motivação e aprendizagem.

Uma visão mais profunda da História permite ao professor evoluir em seu trabalho educativo, pois dá a ele a possibilidade de ver melhor o futuro, ou seja, de enxergar antes, o que pode acontecer, as dúvidas que podem surgir. Além disso, permite que ele descubra as dificuldades do passado, comprovando os caminhos da invenção, com a percepção das ambiguidades e confusões iniciais (GROENWALD; SILVA; MORA, 2004).

O enfoque dado à história da matemática pelo professor leva os alunos ao processo de construção de conceitos, estruturas e fórmulas, aos precursores dos conhecimentos presentes nos livros didáticos. Não basta, por exemplo, aprender que $a^2 = b^2 + c^2$ (o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos) é a fórmula que expressa o Teorema de Pitágoras. É necessário adentrar na história, nas necessidades que levaram o homem a este conhecimento, quem foi Pitágoras, seus antecessores e sucessores, em quais contextos histórico e geográfico se deu a construção do conceito. É nesse sentido que Chaves &

Rodrigues (2014) defende o uso, em sala de aula, da História da Matemática, da Matemática, seus princípios e procedimentos, como ferramentas a serviço de leituras e de fatos que levem à construção de processos que sejam investigativos, tornando a Matemática não como algo pronto e acabado, mas em movimento, em evolução e transformação.

A exploração de um conteúdo por meio da história da matemática pode acontecer de diversas formas seja por meio de atividades, tarefas, reprodução de instrumentos, vídeos, peças teatrais, apresentação em seminários, cartazes. Sobre este pensamento Valdés (2002) afirma que se estabelecermos um laço entre o aluno, a época e o personagem relacionado com os conceitos estudados, e se o aluno conhecer as motivações e dúvidas que tiveram os sábios da época, então, assim, ele poderá compreender como foi descoberto e justificado um problema histórico matemático.

A história da matemática é considerada,

> [...] um tema importante na formação do aluno, ela dá ao estudante a noção desta ciência em construção, com erros e acertos e sem verdades universais. Esta visão da Matemática, faz com que a disciplina seja vista pelo aprendiz, como um saber que tem significado, que foi, e é, construído pelo homem para responder suas dúvidas na leitura do mundo, permitindo ao aluno apropriar-se deste saber, o que lhe propiciará uma melhor leitura do contexto mais global. (GROENWALD; SILVA; MORA, 2004, p. 48).

Pode contribuir para o fazer matemática em sala de aula, permitindo que se entenda a Matemática como um processo de criação humana, evidenciando preocupações e necessidades de diferentes culturas em diferentes momentos históricos (BRASIL, 2000). E atuar como um instrumento que desmistifica, contextualiza, humaniza, motiva e ajuda a formalizar os conceitos matemáticos (D'AMBROSIO, 1996).

A mesma obra, ainda ressalta que o uso de história da matemática na sala de aula serve:

> 1 - para situar a matemática como manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução; 2- para mostrar que a matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de matemática desenvolvidas pela humanidade; 3- para destacar que essa matemática teve sua origem nas culturas da antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos com um estilo próprio. (D'AMBROSIO, 1996, p. 10).

A História da Matemática é permeada por informações históricas sem provas concretas, como é o caso do Teorema de Tales; informações históricas distorcidas, feitas pelo confronto das informações e aceitas como verdadeiras até a sua contradição; informações históricas ocultas, em que a veracidade é sempre questionada (NOBRE, 2004), mas é fato que em consonância com as práticas de sala de aula se transformam em pontos de diálogo, pesquisas, objeto de estudo para a promoção do processo ensino e aprendizagem, partindo de informações históricas reais ou fantasiosas.

Para Mendes (2001) existem dois caminhos para a abordagem da história da matemática em sala de aula, o primeiro deles é a pesquisa, em que o docente e os estudantes fazem uma busca pelas informações históricas de algum conteúdo matemático em específico, o segundo caminho é explorar as informações históricas contidas no material didático elaborando problemas para que os alunos possam solucionar por meio de atividades de ensino em que as informações históricas estejam presentes no corpo de enunciados, na forma de representações esquemáticas, reproduções de instrumentos. Estes caminhos podem ser feito de diferentes maneiras,

> [...] conhecendo-se a 'origem' de determinado assunto como os sistemas de numeração ou o Cálculo, conhecendo-se as ideias que levaram à escolha de certos nomes para alguns elementos da matemática, por exemplo: o "cálculo", a função "seno"; outra maneira de atrair a atenção é citando os nomes de grandes matemáticos, salientando sua contribuição para o conhecimento humano. (VIANNA, 1998, p. 07).

Miguel e Miorim (2011) defende nos argumentos reforçadores epistemológicos o uso de episódios ou problemas motivadores para sala de aula. Para a obra em curso a Matemática é uma disciplina dedutivamente orientada, pois seu desenvolvimento histórico explica que a dedução vem depois de certa maturidade e ainda possui várias questões e problemas intrigantes que podem ser levados para sala de aula para motivar os alunos. Neste sentido nos ancoramos em Pereira, Santiago e Morais (2015) quando traça o perfil de episódios históricos de matemática. As informações históricas reais ou anedotárias impulsionam a atenção das pessoas para a Matemática. A abordagem de conteúdos pelo viés histórico pode ser realizada de formas incentivadoras e que instiguem os alunos à compreensão e à produção de significado.

2 USO DE EPISÓDIOS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Um episódio, de acordo com Pereira, Santiago e Morais (2015) pode ser construído de diversas maneiras, "um texto curto, num vídeo produzido, em uma peça, em forma de uma paródia ou música, ou mesmo em uma história em quadrinhos". Pensamos que a utilização destes tipos de episódios facilita as práticas interdisciplinares, uma vez que o desenvolvimento da Matemática está imbricado e acompanha o desenvolvimento da sociedade.

Ainda segundo a obra supracitada um episódio ocorrido na História da Matemática é “um fato que conta uma descoberta matemática em uma extensão menor, podendo ser uma história ou estória, verdade ou ficção, que mostre um momento em que a sociedade teve ideias que deram forma a nossa cultura e ao seu desenvolvimento” (PEREIRA; SANTIAGO; MORAIS, 2015, p. 93).

O uso de episódios históricos de matemática como recurso didático passa por alguns procedimentos que vão desde a escolha do conteúdo, o levantamento de informações, a idealização do meio que será apresentado aos alunos e a forma que os alunos trabalharão o recurso. A construção de um episódio voltado para a história da matemática requer leitura e dedicação para quem está propondo esse recurso. “Primeiramente, devemos escolher o conteúdo do qual o episódio irá tratar e a partir dele fazer um levantamento sobre sua história sob um ponto de vista social/cultural, de aplicação ou mesmo puramente matemático.” (PEREIRA; SANTIAGO; MORAIS, 2015, p. 95-96).

A construção de episódios históricos de matemática inseridos em tarefas didáticas devem permitir ao aluno, i) associação com o cotidiano: os alunos devem entender que o surgimento de conceitos proveio de problemas básicos e que eles podem encontrar problemas semelhantes no dia a dia; ii) reconhecimento do período histórico e geográfico: onde eles fazem associação com os acontecimentos históricos da época e a região geográfica em que se deu o surgimento de algum conceito; iii) compreensão das informações: em que são capazes de entender o conteúdo que trata o episódio e as necessidades que levaram a criação dos conceitos; iv) produção de significados: promoção do conhecimento mediante suas justificações na resolução de tarefas didáticas.

Nesta perspectiva assumimos e julgamos que o aluno pode construir conceitos matemáticos e produzir significado nos moldes do MCS por meio da resolução de tarefas didáticas que utilizam episódios históricos da matemática. O uso dos episódios históricos nas aulas de matemática devem ainda propor atividades que envolvam os alunos. Evidenciamos como atividades, as tarefas didáticas assumindo o sentido expresso por Loth (2011) que caracteriza tarefas didáticas no pressuposto do Modelo dos Campos Semânticos.

3 O TEOREMA DE TALES

A história tradicional relata que um dos primeiros matemáticos gregos foi Tales de Mileto, que teria vivido nos séculos VII e VI a.C., viajou pela Grécia e Egito e influenciou o desenvolvimento da Matemática demonstrativa. Foi influenciado pelos conhecimentos dos egípcios, povos que desenvolveram um rigoroso sistema de medição de terras e também conhecidos pela adoção de métodos empíricos de calcular distâncias com cordas (BOYER, 1996).

Os egípcios fixados no curso inferior do Nilo eram caracterizados como um povo prático, utilitário, criativo e dedicado ao trabalho artesanal (GALVÃO, 2008). A matemática dos egípcios era intuitiva baseava-se na criação de ferramentas para resolução de problemas básicos para medição de terras, o que acabou influenciando o desenvolvimento da Geometria. O desenvolvimento da Geometria foi creditado aos egípcios devido às suntuosas construções, aos sistemas de divisão de terras durante as cheias do rio Nilo e sistema de cobranças de impostos o que acabou gerando a característica de ancestrais da cultura moderna (ROQUE, 2012a).

Santos, Muniz e Gaspar (2015, p. 24) confirma a passagem acima quando afirma que “a geometria egípcia surge da necessidade de medir diferentes áreas de terras, determinar o valor do imposto a ser pago e também para calcular o volume de silos utilizados para armazenar grãos”. E mais,

> É muito comum lermos que a geometria surgiu às margens do Nilo, devido à necessidade de medir a área das terras a serem redistribuídas, após as enchentes, entre os que haviam sofrido prejuízos. Essa hipótese tem sua origem nos escritos de Heródoto, datados do século V a. C. quando das inundações do Nilo. (ROQUE, 2012a, p. 71).

O desenvolvimento de uma Matemática prática e utilitária pode ter despertado interesse de outras civilizações em se aproximar do Egito favorecendo em meados do século VII a. C. a abertura ao intercâmbio comercial e intelectual ligando o Egito a outros povos, como a Grécia, por exemplo, que aproximou sábios gregos desejosos de expandir seus conhecimentos, tais como Tales e Pitágoras (CAJORI, 2007; SANTOS, 2012).

Os conhecimentos matemáticos dos egípcios teriam influenciado os gregos para o desenvolvimento e aperfeiçoamento de técnicas para resolução de problemas, transformando uma Matemática empírica e intuitiva em dedutiva e abstrata (SANTOS, 2012). Tales, influenciado pelo conhecimento egípcio teria se destacado como um dos matemáticos gregos daquela época dando início a Geometria demonstrativa (EVES, 2004). De acordo Cajori

(2007), Tales era um homem de imaginação estimável e de elevado conhecimento científico, considerado um Sábio da Grécia Antiga por apresentar explicações sobre o Universo e possuir uma posição econômica superior.

> O que é interessante se ressaltar disso, no que se refere à matemática aplicada, uma vez que foi isso, dentre outros feitos, que deu notoriedade a Tales para ser incluído do grupo dos “sábios da Grécia” é que tal qual nos outros povos em que o pensador travou conhecimento, a matemática foi aplicada a problemas reais, por exemplo, o cálculo da altura da pirâmide, a distância de navios em alto mar, tanto quanto previsões astronômicas [...]. (PROVETTI JUNIOR, 2016, p. 167).

Segundo Eves (2004, p. 94) “os últimos séculos do segundo milênio a. C. testemunharam muitas mudanças econômicas e políticas”. O poder das civilizações egípcias e babilônias diminuiu e outros povos, dentre eles, os gregos passaram a primeiro plano. Com isso, a imersão da Idade do Ferro trazia instrumentos e ferramentas aperfeiçoadas contribuindo para o desenvolvimento da ciência, do comércio, das explorações geográficas, surgindo um novo tipo de civilização (EVES, 2004).

Ainda de acordo com esta obra, nesta época, o homem começou a formular questões de visualizações práticas como “*Por que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais?*” e “*Por que o diâmetro de um círculo divide esse círculo ao meio?”*. O conhecimento empírico dos egípcios contribuiu para estas formulações, porém este conhecimento só era possível para responder questões na forma de “como” e não eram suficientes para responder os “porquês”. A matemática dedutiva se impunha para um plano superior, fundando uma matemática moderna que segundo Eves (2004, p. 94) estava numa “atmosfera de racionalismo” em que a razão começava a fazer parte das demonstrações de problemas matemáticos.

De acordo com Eves (2004) o racionalismo impulsionou a Geometria demonstrativa iniciada no século VI a. C. por Tales de Mileto. Chaves & Rodrigues (2014) defende que o raciocínio matemático foi utilizado primeiramente por Tales, que teria de certa forma posto uma organização ao conhecimento dedutivo matemático, perpassando do “*como fazer?*” para o “*por que fazer?*” no trabalho sobre o Teorema de Tales ou Teorema dos Proporcionais. Tales, ao que se tem escrito, teria nascido por volta 640 a. C, em Mileto, na Grécia Antiga e falecido por volta de 548 a. C., iniciou sua vida profissional como mercador trabalhando com prensas de azeitonas na fabricação de azeite, rico empreendedor previu colheitas e dedicou a parte final de sua vida aos estudos (EVES, 2004). Devido a sua influência econômica e intelectual era convidado por outras civilizações para fornecer contribuições científicas e compreensões a respeito do Universo.

Segundo Santos (2012) existem dúvidas quanto à origem e obras de Tales de Mileto. Mas em relatos tradicionais, o primeiro a anunciar suas descobertas foi Heródoto, em obra escrita por volta de 440 a.C. depois da morte de Tales. Para Boyer (1996) o conhecimento que se tem sobre Tales é muito pouco, mas as hipóteses sobre sua existência e descobertas são plausíveis, assim como as provocações e convites por conta da sua inteligência. Tales de Mileto, no entanto, teria sido um dos grandes matemáticos gregos e suas descobertas evidenciaram uma Matemática mais formal, moderna. Reforça essa ideia Nobre (2004, p. 534) quando afirma que “a não existência de documentos comprobatórios relativos a fatos relevantes na História da Ciência levou os historiadores a juntarem informações para se reconstruir a história de forma aproximada àquilo que de fato possa ter acontecido”.

Chaves & Rodrigues (2014) tece considerações a respeito do teorema creditado a Tales, no entanto, muitos livros, tais como Boyer (1996) e Eves (2004) creditam a Tales de Mileto também os seguintes teoremas: (a) o diâmetro efetua a bissecção de um círculo; (b) os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais; (c) ângulos opostos pelo vértice são iguais; (d) se dois triângulos são tais que dois ângulos e um lado em cada um deles respectivamente iguais, então os triângulos são iguais; (e) um ângulo inscrito num semicírculo é um ângulo reto; e Pereira (2005) acrescenta (f) algumas retas paralelas determinam sobre duas transversais, segmentos proporcionais.

Este último teorema ainda segundo Pereira (2005) ficou conhecido como Teorema de Tales e também como o Teorema Fundamental da Geometria Elementar ou ainda o Teorema dos segmentos proporcionais. Neste momento podemos inferir que foram os gregos que estabeleceram um pensamento lógico às estruturas matemáticas empíricas existentes e trabalhadas pelas civilizações antigas, como os egípcios. Os Elementos de Euclides nos facultam a tecer tal inferência.

Boyer (1996) afirma que o Teorema de Tales pode ter sido descoberto por Tales durante suas viagens pelo Egito e Babilônia, e a tradição traz uma espécie de demonstração para o teorema. Os relatos encontrados em materiais da História da Matemática descrevem as realizações de Tales em suas atividades mais práticas.

> Diógenes Laertius, seguido por Plínio e Plutarco, relata que ele mediu a altura das pirâmides do Egito observando os comprimentos das sombras no momento que a sombra de um bastão vertical é igual à sua altura. Heródoto, o historiador, conta a estória da predição do eclipse solar; o filósofo Aristóteles relata que Tales fez uma fortuna monopolizando as prensas de

> azeite num ano em que a colheita de azeitonas prometia ser abundante. (BOYER, 1996, p. 32).

De acordo com Huisman (2001), Eves (2004), Chaves & Rodrigues (2014) e Roque (2012a) o Teorema de Tales teria se fundamentado quando Tales de Mileto foi solicitado pelos escribas do faraó no Egito Antigo, a calcular a altura de uma Pirâmide ainda quando vivia na região. O episódio que não se sabe ao certo se é verdadeiro ou falso (LINTZ, 1999), marcou a construção da Matemática pela relevância em se observar a interação entre a Matemática e a natureza, pois Tales teria medido a altura da pirâmide por meio de sua sombra. Não sabemos de fato como ocorreu a medição da altura da pirâmide, pois não existem evidências escritas que comprovem a autoria de Tales de Mileto e devido às várias interpretações sofreu alterações dificultando a separação da história daquilo que é lenda (PEREIRA, 2005).

O problema da altura da pirâmide era de natureza essencialmente prática. A Grécia e o Egito possuíam engenharia e arquitetura suntuosas que envolviam proporcionalidade e paralelismo de retas, talvez, por meio de conhecimentos empíricos, Tales teria conseguido solucionar o problema da altura da pirâmide sem escalá-la por meio dos conhecimentos já imbricados em meio às civilizações (PEREIRA, 2005).

> Há duas versões de como Tales calculou a altura de uma pirâmide egípcia por meio da sombra. O relato mais antigo, dado por Hierônimos, um discípulo de Aristóteles, diz que Tales anotou o comprimento da sombra no momento em que esta era igual à altura da pirâmide que a projetava. A versão posterior, dada por Plutarco, diz que ele fincou verticalmente uma vara e fez o uso da semelhança de triângulos. (EVES, 2004, p. 115).

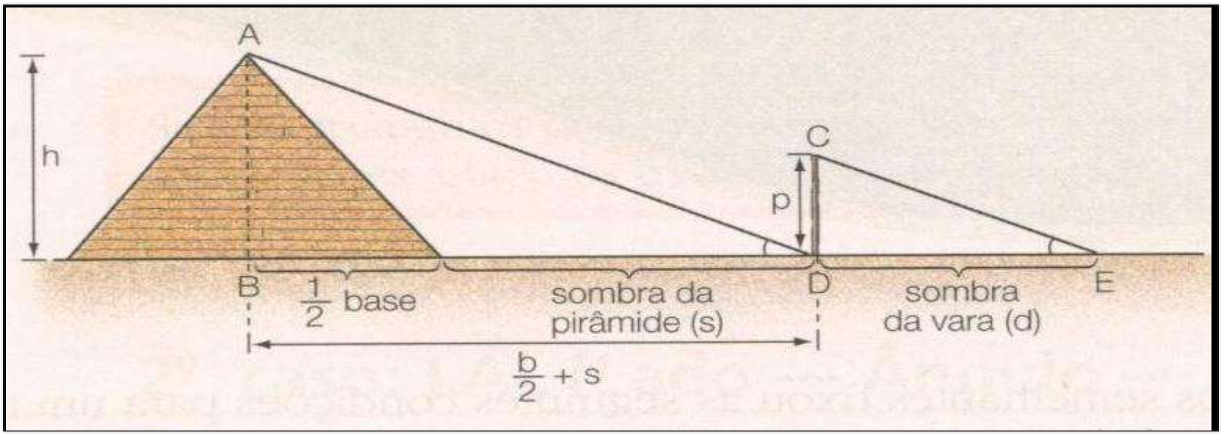
Ao que parece, Tales teria medido a altura de objetos pequenos, de forma que pudesse alcançar sua altura e observado a posição do Sol medindo o comprimento da sombra dos objetos e deduzido que no momento que o comprimento da sombra equivalesse a altura do objeto o mesmo seria válido para a pirâmide. Santos (2012, p. 51) evidencia este pensamento afirmando que “Tales teria escrito a razão entre as medidas do comprimento do objeto e da sombra projetada e, imediatamente, registrado o comprimento da sombra projetada pela pirâmide e relacionado com a altura desconhecida da pirâmide”. Tales conhecendo a ideia de proporcionalidade poderia desenvolver corretamente os cálculos necessários.

Representação da medição da altura da Pirâmide por Tales segundo Hierônimos

Fonte: Mendes 2009, p. 26.

Na versão de Plutarco, Tales ainda teria somado ao comprimento encontrado da sombra que representava a altura da pirâmide a distância da base da pirâmide ao seu centro para que encontrasse a altura exata, pois, segundo Garbi (2009, p. 9) a pirâmide Quéops possui "base quadrada e 230 metros de lado".

Figura 2: Representação da medição da altura da Pirâmide por Tales segundo Plutarco



Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2009, p. 117.

A existência de conhecimentos prévios sobre o Universo garantia uma explicação matemática para a solução do problema da altura da pirâmide. A Pirâmide Quéops foi construída de maneira que uma das faces fosse voltada para o sul, fazendo com que a sombra fosse perpendicular no momento que o Sol estivesse no ponto mais alto da pirâmide, ao meio dia (SANTOS, 2010).

De acordo com Santos (2012) a origem do Teorema de Tales se deu devido a forma apresentada, em conjunto com os fatores naturais e a empiria do conhecimento das civilizações. Não se sabe se de fato Tales de Mileto existiu, mas atribuiu-se a ele este episódio da história da matemática que pautou e dividiu muitos estudiosos do VI século a. C., uma vez que o paralelismo de retas e a proporcionalidade foram evidenciados neste problema.

4 DUAS DEMONSTRAÇÕES DO TEOREMA DE TALES

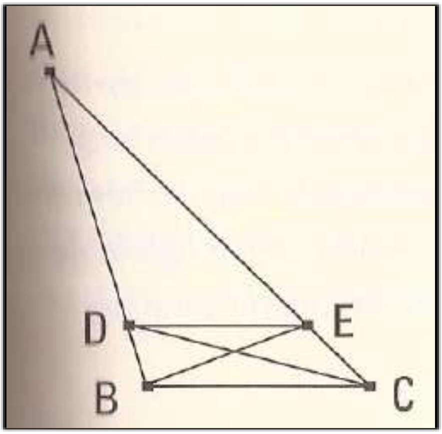
De acordo com Pereira (2005) a primeira demonstração do Teorema de Tales "surgiu três séculos depois da existência de Thales, localizada na proposição 2 do Livro VI dos 'Os Elementos' de Euclides". Trazemos essa demonstração neste produto educacional como forma de compreender a estrutura do teorema. Seguimos a apresentação utilizando o livro "Os Elementos" de Euclides em obra traduzida por Irineu Bicudo em 2009.

Proposição:

> Caso alguma reta seja traçada paralela a um dos lados de um triângulo, corta os lados do triângulo em proporção; e, caso os lados do triângulo sejam cortados em proporção, a reta, sendo ligada dos pontos de secção, será paralela ao lado restante do triângulo. (EUCLIDES, 2009, p. 233)

Esquematização da proposição.

Esquematização do Teorema segundo Os Elementos de Euclides



Euclides (2009, p. 233), tradução de Irineu Bicudo

> Passamos a apresentação da demonstração segundo a mesma obra, tomando como base a figura anterior. Fique, pois, traçada a DE paralela a um dos lados, o BC, do triângulo ABC; digo que, como a BD está para a DA, assim a CE para EA. Fiquem pois, ligadas as EB, CD. Portanto, o triângulo BDE é igual ao triângulo CDE; pois estão sobre a mesma base DE e nas mesmas paralelas DE, BC; mas o triângulo ADE é algum outro. E as iguais têm para a mesma a mesma razão; portanto; como o triângulo BDE está para o [triângulo] ADE, assim o triângulo CDE para o triângulo ADE. Mas, por outro lado, como o triângulo BDE para o ADE, assim BD para DA; pois, estando sob a mesma altura, a perpendicular traçada do E até o AB, estão entre si como as bases. Pelas mesmas coisas, então, como o triângulo CDE para o ADE, assim a CE para a EA; portanto, também como a BD para a DA, assim a CE para a EA. Mas, então, fiquem cortados os dois lados AB, AC do triângulo ABC, em proporção, como a BD para a DA, assim a CE para a EA, e fique ligada a DE; digo que a DE é paralela à BC. Tendo, pois, sido construídas as mesmas coisas, como a BD está para a DA, assim a CE para EA, mas por um lado, como a BD para a DA, assim o triângulo BDE

> para o triângulo ADE, e, por outro lado, como a CE para a EA, assim o triângulo BDE para o triângulo ADE, assim o triângulo CDE; e estão sobre a mesma base DE. Mas, os triângulos iguais e que estão sobre a mesma base, também estão nas mesmas paralelas. Portanto, a DE é paralela à BC. Portanto, caso alguma reta seja traçada paralela a um dos lados de um triângulo, corta os lados do triângulo em proporção; e caso os lados do triângulo sejam cortados em proporção, a reta, sendo ligada dos pontos de secção, será paralela ao lado restante do triângulo; o que era preciso provar. (EUCLIDES, 2009, p. 233-234).

Essa demonstração presente em Euclides (2009) nos remete ao uso dos segmentos proporcionais, que é trabalhado nesta pesquisa. De acordo com Bongiovanni (2007);

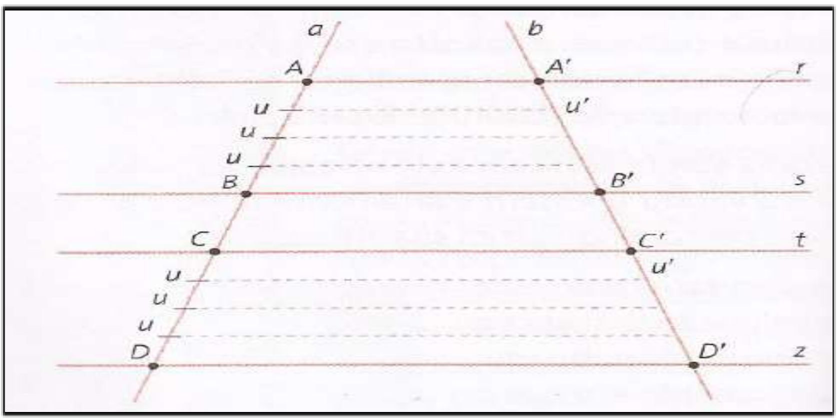
> A questão da proporcionalidade era de grande importância para os gregos, principalmente na arquitetura e agrimensura. Por isso, conjectura-se que a primeira sistematização da geometria pode ter sido em torno da questão da proporcionalidade de segmentos determinados por um feixe de retas paralelas e outro de retas transversais. Essa questão durante muitos séculos foi denominada de teorema dos segmentos proporcionais. No final do século XIX, na França, alguns autores denominaram esse resultado de teorema de Tales, denominação que persiste até hoje. (BONGIOVANNI, 2007, p. 99).

Para Haruna (2000) e Pereira (2005) as primeiras evidências sobre a demonstração do Teorema de Tales nos livros escolares aconteceu na Itália, Alemanha e França enfatizando a demonstração baseada em segmentos proporcionais e também em semelhança de triângulos. No Brasil por volta do final do século XX foi que o termo Teorema de Tales e suas demonstrações começaram a surgir nos livros escolares.

De acordo com Bongiovanni (2007) os livros didáticos apresentam em geral a demonstração para o Teorema de Tales, de forma incompleta, apenas para as medidas comensuráveis. E a exemplo desta informação trazemos a demonstração para o Teorema de Tales presente no livro didático Dante (2013).

Considerando um feixe de paralelas e duas transversais.

Feixe de retas paralelas e retas transversais



Fonte: Dante, (2013, p. 236).

A obra passa a demonstração;

> Vamos supor que exista um segmento u de modo que AB = mu e CD = nu (m, n ϵ IN), ou seja, que AB e CD são números racionais. Estabelecendo a razão $\frac{AB}{CD}$, obtemos: $\frac{AB}{CD} = \frac{mu}{nu} = \frac{m}{n}$ *. Pelos pontos que dividem AB e CD em m e n partes congruentes ao segmento de medida u, traçamos retas paralelas ao feixe. Desse modo, os segmentos A'B' e C'D' ficam divididos em m e n partes iguais a u', respectivamente. Temos $\frac{A'B'}{C'D'} = \frac{mu'}{nu'} = \frac{m}{n}$ **. Das relações * e **, concluímos que: $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$. Podemos também enunciar o teorema de Tales assim: Um feixe de retas paralelas determina, em duas transversais quaisquer, segmentos proporcionais. (DANTE, 2013, p. 236).

Por trás do Teorema de Tales existe um trabalho com os segmentos proporcionais, que possui uma relevância para o processo de desenvolvimento da Matemática na História. Os livros didáticos trazem a demonstração do teorema por um método apenas, utilizando os comensuráveis (dois segmentos AB e CD são comensuráveis, se existem um segmento u e dois inteiros m e n tais que AB = $m.u$ e CD = $n.u$) da mesma forma como os pitagóricos trabalhavam deixando de lado os segmentos incomensuráveis (PEREIRA, 2005).

O Teorema de Tales, desenvolvido ou não por este personagem, faz parte da construção da Matemática, que sempre teve como ponto de partida a resolução de problemas práticos. Como mencionamos a origem do Teorema de Tales, em relatos tradicionais, foi o problema do cálculo da altura de uma pirâmide em suas passagens pelo Egito. Colocamos que esta ideia foi crucial para o desenvolvimento de nossas tarefas, em que por meio de “relatos tradicionais” (ROQUE, 2012a), foram elaboradas partindo de um episódio de história da matemática (PEREIRA; SANTIAGO; MORAIS, 2015), a medição da altura da pirâmide, visando à produção de significado de acordo com o MCS (LINS, 1993).

5 PRODUÇÃO DE SIGNIFICADO NA PERSPECTIVA DO MCS

“Os artigos em Educação Matemática estão recheados de frases envolvendo ‘conhecimento do aluno’, ‘conhecimento matemático’ e significado” (LINS, 1993, p. 77), mas nenhum deles traz uma discussão sobre que conhecimento está sendo tratado, o que é conhecimento e como ele é formado. Lins (1993) afirma que todo pesquisador deve evidenciar sua posição epistemológica em seus trabalhos. Nesta perspectiva, conduzimos a uma explicação daquilo que vem a ser o MCS o qual adotamos como posição epistemológica.

O MCS foi desenvolvido por Romulo Campos Lins em 1992 em sua tese de doutorado intitulada “*A framework for understanding what algebric thinking is*” (Um quadro de referência para entender o que é pensamento algébrico). Após o ano de 1994 muitos pesquisadores passaram a utilizar o MCS como fundamentação teórica em pesquisas em Educação Matemática (SAD, 2000).

Romulo Campos Lins ao desenvolver o MCS procurava “dar conta de caracterizar o que os alunos estavam pensando quando ‘erravam’, mas sem recorrer a esta ideia de erro” (LINS, 2012b, p. 11), levando os alunos a questionarem suas respostas, produzindo significado. “Um significado pode ser transmitido de uma pessoa a outra através do uso de algum elemento intermediário: linguagens, desenhos, gestos, disposição de objetos” (LINS, 1997, p. 39). Lins, no entanto, queria propor um tratamento para aquilo que era considerado *errado* da mesma forma que as coisas consideradas *certas*, recorrendo ao conceito de conhecimento.

O MCS desenvolvido por Lins (1992) sugere uma teoria a ser posta em movimento, em suas palavras uma “teorização”. As ideias de Educação Matemática enfatizadas por Romulo Campos Lins estão apoiadas no MCS, e segundo o autor (1999, p. 85) um campo semântico em seu modelo “é algo que se constitui na própria atividade de produção de significados, não tendo, portanto, intenção de dizer o que deve ser, sendo ao invés o que está sendo”. Para ele o aspecto central de toda a aprendizagem, em termos de cognição humana, é a produção de significado.

Em seus trabalhos sobre o MCS, Lins tentava responder o que é conhecimento e o que é significado. Conhecimento para Lins (1993, p. 88) “é entendido como uma crença – algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza, portanto, como uma afirmação – junto com o que o sujeito considera ser uma justificação para sua crença-afirmação”.

“O significado de um objeto é aquilo que se efetivamente diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade. Objeto é aquilo para que se produz o significado” (LINS, 2012b, p. 28). A consequência do que aponta a obra supracitada é que produzir significados é dizer que foram produzidas ações enunciativas a respeito de um objeto no interior de uma atividade (PAULA, 2012a).

Lins (2012b, p. 13) afirma que “uma pessoa acredita em algo que diz se age de maneira coerente com o que diz”. Sobre a constituição de objetos (SAD, 2000) afirma que;

> [...] o *conhecimento* tem por elementos constitutivos uma crença-afirmação junto com uma justificação para a crença-afirmação. O que nos faz estar diante de um *sujeito do conhecimento*, ou seja, de uma existência interdependente e intrínseca do conhecimento a partir do sujeito, e também, do sujeito do conhecimento (produtor assujeitado). Começamos então a evidenciar *conhecimento* como algo dinâmico, do domínio da fala, da enunciação e que, uma vez admitido, nos permite afirmar alguns pontos importantes em termos epistemológicos. (SAD, 2000, s.p).

Na sala de aula o conhecimento que um aluno adquire durante uma aula não é fácil de ser interpretado, mas é fato que este conhecimento adquirido está atrelado a outros fatores, dentre eles, a forma como o conteúdo é ministrado ao aluno e também aos significados que ele pode produzir sobre um determinado conteúdo de Matemática. Qualquer professor deve reconhecer que o aluno deve participar ativamente do processo ensino e aprendizagem e também, que deve estar de acordo que é preciso conhecer o conhecimento dos alunos, não basta apenas examinar o que ele crê que é verdade, tem que entender a justificação para aquilo que o aluno acredita (LINS, 1994).

Corrobora com esta ideia o que é escrito em outro produto educacional;

> A apresentação do conteúdo não é uma garantia de que o aluno, que quer aprender, irá conseguir entender o que você está expondo. O que estamos querendo salientar é que o processo comunicativo nunca ocorre de forma plena e o que você diz, nem sempre é o que o aluno entende. (PAULA, 2012b, p. 12).

Para Lins (2012b, p. 28, grifo do autor) "significado de um objeto é aquilo que efetivamente se diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade". É importante considerarmos que, a noção de atividade tomada pelo MCS, é aquela desenvolvida por Leontiev que é responsável pelo desenvolvimento da teoria psicológica da atividade.

> Para Leontiev, atividade é um processo psicologicamente caracterizado pelo objeto e pelo motivo. É, portanto, o conjunto de ações e operações que satisfazem alguma necessidade especial do homem quando ele realiza alguma relação com o mundo, em um determinado contexto. Um exemplo: a caçada (=objeto) para conseguir o alimento (=motivo) é uma atividade. (SANTOS, 2007, p. 44-45).

O objeto, por sua vez, é aquilo para que se produz significado.

> O sujeito acredita naquilo que está afirmando, o que implica que ele acredita estar autorizado a ter aquela crença. Mas não é suficiente que a pessoa acredite e afirme; é preciso também que ela justifique suas crenças-afirmações para que a produção do conhecimento ocorra. Porém, o papel da justificação não é explicação à crença-afirmação, mas tornar sua enunciação legítima, o que faz com que as justificações tenham um papel central no estabelecimento do conhecimento do sujeito. (SILVA, 2003, p. 19).

Para Lins (1999; 2012b) a justificação é o que dá direito ao sujeito a produzir uma enunciação dirigida a um interlocutor, que se constitui em um ser cognitivo que por sua vez, dá legitimidade a sua enunciação. Desta maneira na justificação do sujeito é que as diferenças ocorrem a partir das enunciações. Ribeiro, Costa e Paula (2014, p. 3) apontam que é a partir daí que “podem surgir algumas implicações, como o fato de que uma crença-afirmação pode apresentar justificações distintas e, assim se constituem como conhecimentos diferentes”. E ainda exemplificam;

> Quando afirmamos que $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ (crença-afirmação). Uma justificação apresentada poderia ser ‘para somar frações com denominador diferente achamos o mínimo múltiplo comum entre os denominadores, esse resultado passa a ser o novo denominador e utilizamos a receita: divide pelo denominador e multiplicamos pelo numerador, depois somamos os numeradores.’ Outra justificação apresentada poderia ser ‘para somar as frações encontro sua frações equivalentes de mesmo denominador, e depois somamos o numerador.’ Observe que nesse exemplo, apresentamos duas justificações para uma mesma crença-afirmação, ou seja, uma mesma crença-afirmação, mas conhecimentos distintos. Essa situação ocorre em nossas salas de aula frequentemente, os alunos operam de forma parecida, mas com justificações distintas. (RIBEIRO; COSTA; PAULA, 2014, p. 3).

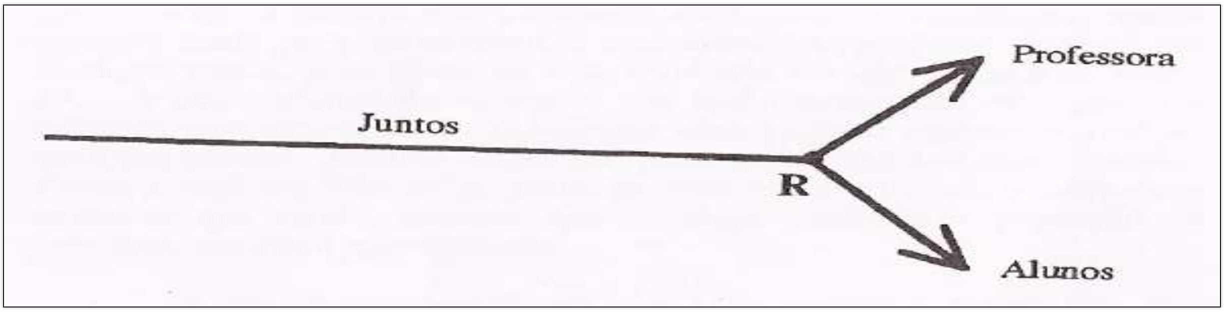
São apresentadas justificativas diferentes, dizemos que foi produzido significado diferente, assim, as operações ocorreram em núcleos diferentes. E ressaltamos que o professor deve compreender e analisar a justificativa do aluno para aquele conhecimento que ele empregou no interior de uma atividade, antes de qualquer coisa, deve entender de onde veio aquele conhecimento, mesmo julgando a justificação do aluno como errada (RIBEIRO; COSTA; PAULA, 2014). Para o MCS não existe erro, se o aluno tem uma justificativa para uma resposta, então ele é capaz de produzir significado, que pode não ser da mesma forma que o professor, mas para o aluno existe alguma coerência.

Na prática em sala de aula o aluno é passível de produção de significado, sua experiência e interação social alimenta a informação de mundo facilitando essa produção, pois ele vivencia sua vida real. Como pressupõe Lins (1997) a escola é o lugar de tematizações, de formulações e seu papel é o de introduzir nos alunos em sistema de significados os conceitos científicos como parte da organização da atividade humana. “A noção de significado no MCS não é ambiciosa, ela é pragmática e pretende ser prática o bastante para tornar as leituras suficientemente finas.” (LINS, 2012b, p. 28).

Sobre a produção de significados, Silva (2003, p. 21) considera que: “o ponto central é que produzimos significados para que pertençamos a uma prática social ou, em escala maior, a uma cultura, tanto quanto produzimos enunciações pelo mesmo motivo”. O interesse do MCS, para Santos (2007, p. 40) “i) não é olhar para estados e produtos e sim para os processos; ii) é entender o que as pessoas dizem e por que dizem o que estão dizendo, em vez de olhá-las pelo erro”. O que importa não é mostrar que o sujeito está certo ou errado com relação a um questionamento (problema), e sim aceitar que ele produziu algum tipo de significado.

Podemos exemplificar uma produção de significado de alunos da educação infantil. Uma professora propõe para os alunos a adição “2 + 2”, enquanto ela opera pensando em uma expressão aritmética e nos princípios lógicos da adição, os alunos pensam que possuem duas trufas de chocolate e ganham mais duas. Neste sentido Lins (1993) destaca uma metáfora geométrica que aqui enfatizamos utilizando suas palavras e esquematizações.

Primeira representação geométrica sobre o percurso do conhecimento

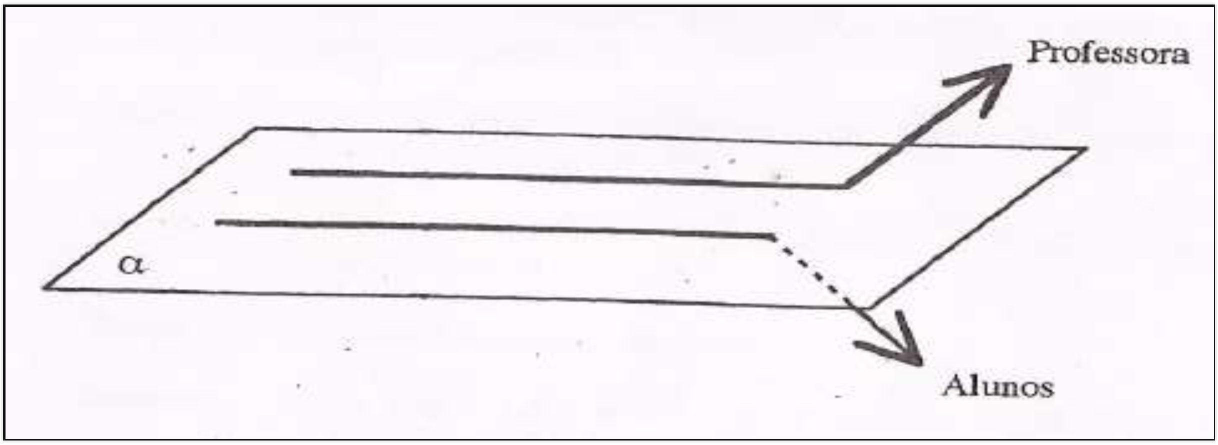


Fonte: Lins (1993, p. 81).

Para Lins 1993, a professora e os alunos caminham em uma mesma direção até o ponto “R” onde ocorre uma ruptura e os alunos seguem uma direção diferente. Percebemos que não há problema na resolução dos alunos, pois eles possuem o domínio de todas as técnicas para resolver o problema (LINS, 1993), porém operam em um campo semântico igual o da professora, mas acabam tomando outra direção.

Lins (1993) nos chama a atenção para o fato de que a figura antecedente não era o que imaginávamos, onde até a bifurcação “R” havia uma só trilha. Para o autor a posição de onde se deve olhar deve ser no nível de um plano “α”.

Segunda representação geométrica sobre o percurso do conhecimento



Fonte: Lins (1993, p. 83).

Ainda de acordo com Lins (1993) os alunos e a professora seguem caminhos diferentes para uma mesma situação. Acreditam naquilo que são capazes de justificar. A professora opera com sua aritmética e os alunos operam por meio de sua vivência de mundo, uma matemática da rua adquirida que tem sua própria significação. Neste sentido os alunos produzem significado para o objeto que constroem. Um mesmo discurso é parte de conhecimentos diferentes (LINS, 1993, p. 83). O mesmo autor nesta mesma obra ainda aponta que um conhecimento é um par ordenado em que uma das coordenadas é a crença-afirmação e a outra é a justificação e que um conjunto de pares ordenados (conhecimentos) é um campo semântico.

Para Lins (1992) um campo semântico é visto como a atividade de produzir significado em relação a um núcleo, aquilo que não requer justificações. É esta a perspectiva adotada neste trabalho. Enveredamos pelo recurso metodológico história da matemática em busca da produção de significado de alunos ao solucionarem atividades que intencionamos em chamar de tarefas didáticas. Operamos a produção de significados dos alunos segundo as noções-categorias descritas por Silva (2003).

E enfatizamos que no MCS o significado é local, pois acontece naquele momento da atividade, e em outros pode ser diferente. O que Lins (2008) coloca e nos chama a atenção é que ensinar é sugerir modos de produção de significado e que aprender é a internalização destes modos de produção. Sentimos este feito na prática. E somente compreendemos o MCS, quando o inserimos em nossa sala de aula, independente da pesquisa, o MCS acontece em ação.

6 A NOSSA PROPOSTA

Em busca de uma nova maneira de proporcionar a aprendizagem de Matemática e explorando uma possível aliança entre a história da matemática e o MCS é que decidimos concordar com Lins e Gimenez (1997) quando escreve que;

> O problema que temos hoje está mal colocado. O problema da Educação Matemática não pode ser apenas o de descobrir maneiras melhores de ensinar matemática escolar, mas também não basta decidirmos que a matemática escolar atual deva ser substituída por isso ou aquilo, não se trata de ‘novos conteúdos’. Qualquer que seja a matemática que se institucionalize como escolar, o mesmo processo de fossilização acontecerá. O que precisamos é de uma perspectiva diferente, é preciso reconceitualizar o papel da escola. (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 20).

Em nossas tarefas utilizamos a história da matemática de maneira episódica explorando outros conhecimentos que os alunos já possuem e associando a estruturação do conceito do Teorema de Tales. O diferencial de nossas tarefas é a inserção do recurso derivado da história da matemática, o uso de episódios de história da matemática.

Quando o professor adota a produção de significado no que é proposto no MCS para fazer parte de sua metodologia em sala de aula deixa de avaliar o aluno pelo erro valorizando o processo que ele desenvolve para chegar ou não a solução de um problema dado. A Educação Matemática vem buscando e propondo instrumentos metodológicos cada vez mais novos que podem ser utilizados pelos professores em suas aulas (BARONI; NOBRE, 1999). Buscando essas novas metodologias Santos, Gaspar e Muniz (2015, p. 15) afirma que "a história da matemática é um desses instrumentos que extrapola o campo da motivação e abarca elementos que interligam o conteúdo e o fazer pedagógico".

O que nos motivou para a adoção destas tarefas foi o fato de querermos levar para a sala de aula problemas que possam fazer os alunos produzir significado. As tarefas que produzimos tem como conteúdo principal o Teorema de Tales, através da semelhança de triângulos e no corpo das tarefas trazemos o recurso didático história da matemática. Em outras palavras buscamos elaborar tarefas, que promovam a produção de significado e que nos permita a leitura desta produção de acordo com as noções-categorias do MCS.

A produção das tarefas didáticas que adotamos segue o contexto expresso por Loth (2011) que adequamos para inserção da história da matemática em seu formato episódico. Assim podemos citar que de acordo com Loth (2011) as tarefas:

I – São produzidas para uso em salas de aulas reais;

II – As tarefas devem exigir dos alunos a leitura e interpretação de textos;

III – As tarefas possuem contexto, possibilitando ao aluno oportunidades de discussão e debates em sala de aula.

IV – As tarefas não devem visar o erro, mas sim o processo que o aluno toma, sua tomada de decisão sobre o caminho que deve seguir.

Acrescentamos ao que é colocado por Loth (2011) a inserção de um recurso didático às tarefas, a história da matemática proporcionando a leitura de fatos históricos em seus enunciados. Não nos opomos às características que possuem as tarefas sinalizadas por Loth (2011), apenas incrementamos algo a mais. Da mesma forma, outros recursos didáticos, podem ser incorporados em tarefas que intencionem a produção de significado.

A mesma autora ainda aponta que uma boa tarefa deve:

> (a) observar os diversos significados sendo produzidos pelos alunos e incentivar que esses significados se tornem objeto de atenção dos alunos; (b) deixar claro que os significados produzidos por eles e/ou os significados oficiais da matemática são alguns entre os vários significados que podem ser produzidos a partir daquela tarefa; (c) tratar do que é matemático, junto com os significados não matemáticos que possivelmente estejam presentes naquele espaço comunicativo. (LOTH, 2011, p. 19).

A inserção de fatos do passado em tarefas didáticas se consolida como uma nova ferramenta para o trabalho com a história da matemática, mesmo sendo o início de uma aliança entre esta tendência do ensino de matemática e o MCS. Desta forma, "o aluno pode reconhecer a Matemática como uma criação humana que surgiu a partir da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano" (CHAQUIAM, 2015, p. 13).

Buscamos em nosso referencial apresentar tarefas familiares e não-usuais (SILVA (2003). Familiar, "no sentido de permitir que as pessoas falem a partir daquele texto e, não-usual, no sentido de que a pessoa tenha que desprender um certo esforço cognitivo na direção de resolvê-lo" (SILVA, 2003, p. 53). Queremos sair de uma perspectiva de questão certa ou questão errada da forma que encontramos em alguns livros didáticos com enunciados que se resumem a apenas "*resolva*" ou "*calcule os problemas seguintes*" ou então "*encontre o valor de x*" utilizando o Teorema de Tales, para uma perspectiva que dê condições aos alunos de pensarem, de inquirir e produzirem suas próprias justificações.

A característica que Silva (2003) atribui sobre ser não-usual, permite perceber até onde o aluno pode ir falando. E o papel do professor é conhecer as legitimidades dos alunos, naquela atividade, e saber em que direção o aluno está falando (LINS, 2008). Estabelecemos neste ponto mais uma vez nosso interesse em adotar o MCS como método epistemológico e reforçamos a utilidade de sua presença em salas de aula.

De acordo com Lins (1993), a História da Matemática deve ser entendida como um estudo da organicidade do conhecimento de uma cultura e desta forma é que o estudo do conhecimento de um aluno deve ser conduzido. O MCS nos propõe este caminho, uma base para o estabelecimento de nosso estudo.

Pereira, Santiago e Morais (2015) sugere que a escolha das tarefas e dos temas que serão abordados em seu teor histórico-matemático, deve ser feita por aqueles temas em que os alunos apresentem dificuldades em sala de aula favorecendo a ultrapassagem de obstáculos epistemológico-históricos e a mesma obra ainda destaca que outro ponto importante é o título e a forma que os episódios são apresentados aos alunos. Os títulos do episódio que desenvolvemos foram criados pensando em um estabelecimento de um convite para a leitura dos alunos. As tarefas em nossa percepção também devem possuir título e que o mesmo instigue a resolução dos problemas propostos.

Sabemos que existem uma série de atividades, tarefas e situações-problemas que colaboram com o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Proporcionar aos alunos uma variedade de tarefas é fundamental para a aquisição de habilidades, destrezas e capacidade de raciocínio (LOPES; GIMENEZ, 2009).

Construímos nosso episódio sobre o Teorema de Tales em formato de texto tornando a Matemática mais viva e interessante para os alunos. O problema que enfatizamos no episódio diz respeito ao cálculo da altura de uma Pirâmide no Egito Antigo feito por Tales de Mileto. Tentamos tornar o texto interessante o bastante para que os alunos compreendessem como foi estruturado o teorema.

Passamos agora a apresentar o texto episódico e as tarefas propostas para o produto educacional baseado no uso de episódio de história da matemática nos moldes do MCS. Ressaltamos que evidenciamos subtópicos para o texto e para cada tarefa.

7 AS TAREFAS

7.1 O texto episódico

Tales de Mileto no desafio da Pirâmide

Localização geográfica do Egito e Grécia Antigas

Fonte: Google images.

O homem na Antiguidade aprendeu a se movimentar pelo uso da razão. Começou a indagar o *como* e o *porquê* das coisas. Começou a formular questões.

Por que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais?

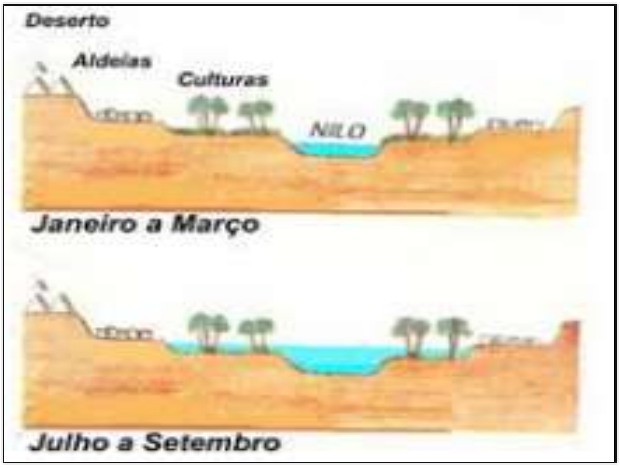
Por que o diâmetro de um círculo divide esse círculo ao meio?

Questões que nas experiências práticas das civilizações eram triviais. Os processos empíricos eram suficientes para responder como, mas não eram o bastante para explicar os porquês. A partir daí, figura a importância de diversos estudiosos que tentavam entender o Universo e a natureza, como foi Tales de Mileto.

Tales nasceu em Mileto, na Turquia por volta de 624 a. C. e faleceu por volta de 548 a. C., foi filósofo, matemático, engenheiro, homem de negócios e astrônomo. Estava inserido em dois cenários de diferentes civilizações que guardam riquezas e mistérios culturais e intelectuais, o Egito e a Grécia. A região em que nasceu e cresceu estava localizada é um importante trecho comercial, segundo a história tradicional Tales por meio de observações astronômicas previu uma rica colheita de azeitonas, daí investiu em prensas de azeite, tornando-se rico empreendedor, a partir daí, talvez sua fama instaurada possibilitou seu reconhecimento e viagens a trabalho entre as regiões do Mar Mediterrâneo.

A Matemática egípcia era intuitiva e empírica baseada em experimentações práticas e por necessidades cotidianas da civilização para medição de terras, durante as cheias do Rio Nilo, por exemplo. Os egípcios aprimoraram técnicas de medições de terras, talvez daí tenha surgido o termo "*Geometria*" que para os egípcios significava medição da terra. E com a atuação dos gregos a Geometria acabou ganhando um tratamento dedutivo e abstrato, tornando-se ainda mais prática e necessitando de demonstrações.

Representação das cheias do Nilo



Fonte: Doberstein (2010, p. 27).

No cenário grego, Tales se destacou pela sua elevada inteligência e foi considerado um dos sete sábios da Grécia Antiga. Na Grécia, era sábio aquele que conseguisse fornecer explicações sobre o Universo e Tales conseguiu, interpretou eventos da natureza, previu eclipses e épocas de chuvas, por fim, transformou a Matemática em uma ciência mais formal e rigorosa, é dele, por exemplo, o teorema que diz que *"um feixe de retas paralelas* *determinam sobre duas transversais segmentos proporcionais"* que se tornou um dos teoremas fundamentais da Geometria Elementar, o Teorema de Tales.

Tales, segundo a história, tornou-se rico por empreender em prensas de olivas, produzindo e vendendo azeite, fazendo a previsão de períodos de secas e chuvas para os agricultores das regiões porque passava. Foi ele quem iniciou a Geometria Demonstrativa, aquela que é validada por demonstrações puramente matemáticas.

E é dele os teoremas:

- *Qualquer diâmetro divide um círculo em duas partes iguais.*
- *Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.*
- *Dois ângulos opostos por um mesmo vértice são iguais.*

Durante sua passagem pelo Egito Antigo, Tales teria sido abordado pelos escribas de um faraó para que realizasse a medida da altura de Quéops, uma das pirâmides do Egito, construída por volta de 2650 a. C. Estima-se que foram utilizados cerca de 100 mil trabalhadores, por cerca de 30 anos, e o que sabemos é que foi uma construção bem arquitetada por estar de pé até hoje.

Tales não recusou o desafio, não podia escalar a pirâmide, mas realizou a medição utilizando a sombra da pirâmide originando um dos teoremas mais emblemáticos da Matemática.

Pirâmides de Gizé

Fonte: Doberstein (2010, p. 92).

No desafio dos escribas do faraó, Tales, de posse de um bastão encontrou por semelhança de triângulos a altura da pirâmide. Percebeu que no momento em que a projeção da sombra de um bastão de madeira adquiriu tamanho igual ao seu comprimento, por semelhança, a altura da pirâmide também seria igual ao comprimento de sua sombra. Assim, considerou que os segmentos, comprimento da sombra do bastão e comprimento da sombra da pirâmide, eram proporcionais.

Representação da medição da altura da pirâmide

Fonte: Mendes (2009, p. 26).

Uma representação para o cálculo da altura da pirâmide seria,

$$\frac{altura\ do\ bastão}{comprimento\ da\ sombra\ do\ bastão} = \frac{altura\ do\ pirâmide}{comprimento\ da\ sombra\ da\ pirâmide}$$

Busto de Tales de Mileto

Fonte: Souza (2010, p. 8).

"A coisa mais extensa do mundo é o Universo, a mais rápida é o pensamento, a mais sábia é o tempo e a mais cara e agradável é realizar a vontade de Deus".

Tales de Mileto

7.1.1 Considerações sobre o texto

Neste texto buscamos introduzir o conteúdo a ser trabalhado em sala de maneira plausível e que todos participassem da leitura do texto. É importante a disposição circular das carteiras e a leitura em voz alta para que todos participem e interajam do momento. Segundo

Brolezzi (2015, p. 27) “falar sobre história da matemática é, no fundo, conversar sobre matemática e a natureza particular desse conhecimento socialmente construído”. O texto episódico tem o fundamento de servir de arranque para a aula.

Intitulamos o texto de “Tales de Mileto no desafio da pirâmide”, como se fosse apenas um dos episódios que o personagem tenha participado. O poder que o título exerce diz respeito ao estabelecimento de um convite à leitura, que mais uma vez ressaltamos, a apresentação de episódio de história da matemática pode vir exposto de várias formas, mas que possuam o objetivo de informar, situar, instigar e incentivar a produção de significado dos alunos. Entendemos que o texto permite a inserção de conhecimentos, geográficos, históricos, da arte, da religião, filosóficos e matemáticos envoltos no episódio possibilitando mais ainda a instrução da pesquisa e busca por novas informações.

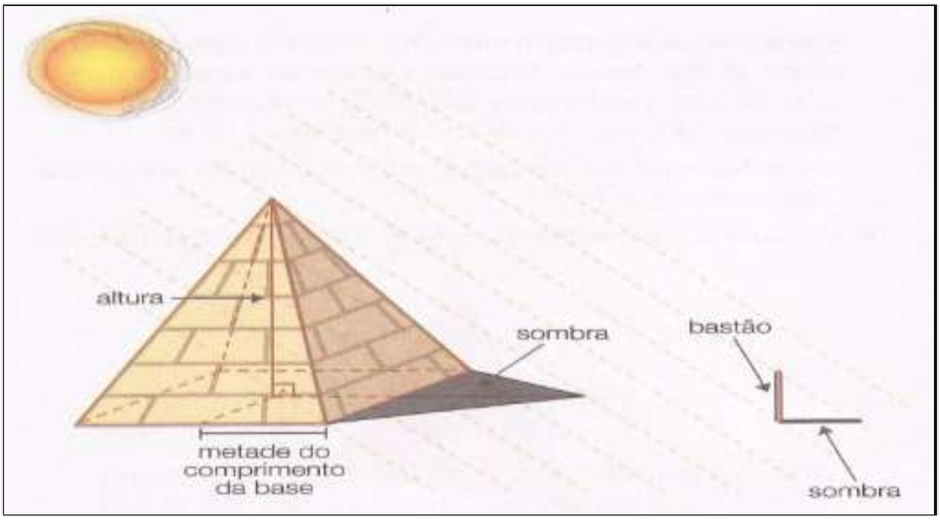
7.2 Tarefa I

Tales e o problema da altura da pirâmide

Leia o texto que segue:

Tales de Mileto (624 a. C – 547 a. C.) é considerado um dos mais célebres gênios da Matemática da Antiguidade. A história deste grande matemático e filósofo relata que ele, ao se deparar com um problema de medição da altura de uma pirâmide, fincou um bastão verticalmente no chão e esperou o momento do dia em que a sombra do bastão fosse igual ao seu tamanho real, para isto, realizava constantes medidas até o momento oportuno e ideal, quando enfim a altura do bastão correspondia à altura de sua sombra, nesse instante, Tales mediu o comprimento da sombra da pirâmide e a este valor adicionou à metade do comprimento da sua base, pois a soma dessas medidas, segundo Tales, correspondia à altura da pirâmide.

Representação da medição da altura da pirâmide por sua sombra



Fonte: Souza (2010, p. 266).

Questionamos:

a) Se Tales utilizando este método encontrou a medida da altura da pirâmide, então, a medição da altura da pirâmide aconteceu em determinado momento do dia? Qual? Justifique.

b) Como esse método, utilizado por Tales, permite que se descubra a altura da pirâmide? Comente com suas palavras.

c) Se este método fosse utilizado em outro momento do dia, por exemplo, o momento em que a sombra do bastão fosse igual à metade da altura dele, o resultado poderia ser encontrado? De que forma? Justifique.

7.2.1 Considerações sobre a tarefa I

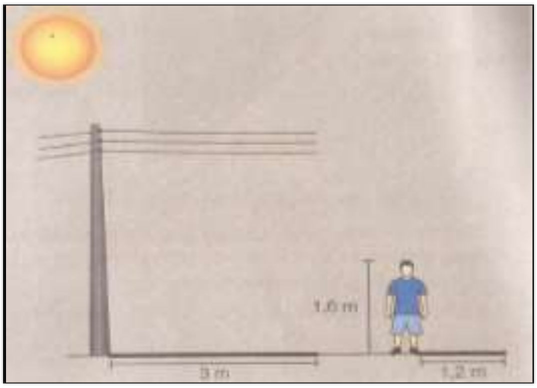
O objetivo desta tarefa é entender a abstração dos alunos sobre o método utilizado por Tales de Mileto na leitura do texto. A tarefa envolve uma interação com o conhecimento de rua, oriundo de sua vivência fora da escola. Não exige cálculos, pensamos que esta tarefa possibilita produção de significado, pois o aluno pode observar e defender o que julga correto sobre o episódio de história da matemática tratado no texto.

7.3 Tarefa II

Medição da altura do poste

Partindo do conhecimento que obteve sobre o problema da altura da pirâmide. Determine a altura do poste na figura abaixo. Não deixe de registrar todos os seus dados nas fichas.

Problema



Fonte: Souza (2010, p. 266).

7.3.1 Considerações sobre a tarefa II

Na tarefa II existe semelhança com problemas encontrados em livros didáticos. Mas a operação dos alunos partirá da leitura do episodio do cálculo da altura da pirâmide. A ideia é que os alunos tenham a percepção e visualizem dois triângulos retângulos, não é necessário que eles desenhem, mas é importante que descrevessem os procedimentos utilizados, sempre deve haver este convite.

7.4 Tarefa III

Explorando

1) Imagine que sua sombra projetada no chão em determinado momento do dia seja de 60 cm. E que a sombra de uma árvore, também projetada no chão seja de dois metros. Determine de acordo com o que foi estudado, a altura desta árvore. Registre seus dados por meio de escritos e desenhos nas fichas.

2) Você conhece alguma maneira de medir alturas inalcançáveis? Escreva sobre ela(s).

7.4.1 Considerações sobre a tarefa III

Acreditamos que tarefas que possibilitem a movimentação física e cognitiva dos alunos sejam mais eficientes para alguns propósitos de aprendizagem. Nesta tarefa, devemos fornecer aos alunos os materiais, trenas, prancheta, que não são tão usuais. Os alunos tem que medir suas próprias alturas e elaborar um esquema desta situação expressando seus cálculos. Na segunda alternativa da Tarefa III os alunos a partir de suas experiências vividas e não vividas comentam sobre métodos conhecidos e desconhecidos para medir alturas inalcançáveis. Esta tarefa em nossa percepção articula o que é conhecido, com o desconhecido, e também estabelece um convite para professor e aluno, aprenderem juntos.

7.5 Tarefa IV

Vamos medir alturas de objetos?

Vamos medir a altura de objetos fora da sala, a partir da sombra, utilizando o método de Tales de Mileto? Levando somente, papel, calculadora, lápis, borracha, trena ou fita métrica como recursos disponíveis. Realize as medições com os mesmos objetos em três momentos diferentes do dia. Não vale escalar. Registrem todos os passos e esquematizem os problemas que criarem.

Sugestões de objetos: Caixa d'água, postes, árvores, mastro da bandeira.

Sugestões de horários: 09:00, 12:00 e 15:00.

7.5.1 Considerações sobre a Tarefa IV

O objetivo desta tarefa além da produção de significado é permitir o uso dos espaços da Escola assimilando o comprimento das sombras de objetos ao conhecimento e ideia de proporcionalidade de acordo com o método de Tales de Mileto na aquisição de seu teorema. É importante o trabalho em grupo para coleta de medidas e o fornecimento de materiais aos alunos. Devemos perceber bem o momento que os alunos se deslocarão de suas salas em utros horários para as medições.

Referências

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut; NOBRE, Sergio Roberto. A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática. In: BICUDO: Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em educação matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 129-136. (Coleção Seminários & Debates)

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut; TEIXEIRA, Marcos Vieira; NOBRE, Sergio Roberto. A investigação científica em história da matemática e suas relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012. p. 199-202.

BONGIOVANNI, Vicenzo. O teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico. **Revemat**, Santa Catarina (SC), v. 2, n. 5, p. 94-106, 2007. Disponível em: <file:///C:/Users/DDE52/Downloads/12993-40060-1-PB%20(1).pdf>. Acesso em 13 jun. 2016.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. 2. ed. trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**: Matemática. Brasília: MEC, 2000.

BROLEZZI, Antonio Carlos. **Empatia e história da matemática**. v. 2. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Série história da matemática para o ensino).

CAJORI, Florian. **Uma história da matemática**. trad. Lázaro Coutinho. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

CHAQUIAM, Miguel. **História da Matemática em sala de aula**: proposta para integração dos conteúdos matemáticos. v. 10. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Série história da matemática para o ensino)

CHAVES, Rodolfo. **Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?**. 2004. 254f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

CHAVES, Rodolfo; RODRIGUES, Caio Lopes. A questão da incomensurabilidade: do embaraço pitagórico às obras de Leonardo Da Vinci ─ uma proposta de Educação Matemática pela História e pela Arte. ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UFSM/CCNE, 4., 2014, Santa Maria (RS). **Anais eletrônicos ...** Santa Maria: UFSM, 2014. p. 1-68. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_4/MC/MC_Chaves_Rodolfo.pdf>. Acesso em 15 de mar. 2016.

D'AMBROSIO, U. História da Matemática e Educação. In: **Cadernos CEDES 40**. História e Educação Matemática. Campinas, SP: Papirus, 1996, p. 7-17.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A História da Matemática: questões historiográficas e política e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). **Pesquisa em educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 97-115 (Coleção Seminários & Debates)

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto & aplicações. 2. ed. 1. v. São Paulo: Ática, 2013.

DOBERSTEIN, Arnoldo Walter. **O Egito Antigo**. Porto Alegre: ediPUCRS, 2010.

EUCLIDES. **Os Elementos**: Euclides. trad. e int. Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004.

GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. **História da Matemática**: dos números à geometria. Osasco: Edifieo, 2008.

GARBI, Gilberto. **A Rainha das Ciências**: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. 3. ed. rev. e ampl. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; SILVA, Carmen Kaiber; MORA, Castor David. Perspectiva em educação matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 6, n. 1, p. 37-55, jan-jun. 2004.

HARUNA, Nancy Cury Andraus. **Teorema de Thales**: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem. 2000. 230f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2000.

HUISMAN, Denis. **Dicionário dos filósofos**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade**: 9º ano. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

LARA, Isabel Cristina Machado de. O ensino da matemática por meio da história da matemática: possíveis articulações com a etnomatemática. **Vidya**, Santa Maria, v. 33, n. 2, p. 51-62, jul./dez. 2013.

LINS, Romulo Campos. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. 372 f. Thesis (Doutorate degree in Philosophy) – University of Nothingham, Nothingham, 1992.

LINS, Romulo Campos. Epistemologia, história e educação matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa. **Revista de Educação Matemática**. São Paulo, v.1, n.1, p. 75-91. 1993.

LINS, Romulo Campos. Campos semánticos y el problema del significado em álgebra.. **UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Barcelona, n.01, p. 45-56, jul., 1994.

LINS, Romulo Canpos. Luchar por la supervivencia: la producción de significado. **UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Barcelona, n.14, p. 39-46, out. 1997.

LINS, Romulo Campus; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 4. ed. Campinas, SP: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

LINS, Romulo Campos. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 75-94.

LINS, Romulo Campos. A diferença como oportunidade para aprender. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIÁTICAS E PRÁTICASD DE ENSINO. 14., Porto Alegre. **Anais ...** Porto Alegre: EdiPUCRS, 2008. p. 530-550.

LINS, Romulo Campos. O modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia Laus; BARBOSA, Edson Pereira; SANTOS, João Ricardo Viola dos; DANTAS, Sérgio Carrazedo; OLIVEIRA, Viviane Cristina Almada de. **Modelo dos campos semânticos e educação matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11-30.

LINTZ, Rubens Gouveia. **História da Matemática**. 3. ed. Blumenau: FURB, 1999.

LOPES, Antônio José; GIMENEZ, Joaquim Rodriguez. **Metodologia para o ensino da Aritmética**: competência numérica no cotidiano. São Paulo: FTD, 2009.

LOTH, Maria Helena Marques. **Uma investigação sobre a produção de tarefas aritméticas para o 6º ano do Ensino Fundamental**. 2011. 212 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

MENDES, Iran Abreu**. Ensino da Matemática por atividades**: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática. 2001. 283f. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2001.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica no ensino da matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda., 2009.

MENDES, Iran Abreu. História no Ensino da Matemática: trajetórias de uma epistemologia didática. **Rematec**, Natal, v. 8. n. 12, p. 66-85, 2013.

MICHALOVICZ, Solange. Uma atividade pedagógica articulando história da matemática e resolução de problemas. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 10.,Curitiba. **Anais ...** Curitiba: UFPR, 2009. p. 505-515.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na educação matemática**: propostas e desafios. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Tendências em Educação Matemática)

NOBRE, Sérgio. Leitura crítica da história: reflexões sobre a história da matemática. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004.

PAULA, Marília Rios de. **Razão como taxa**: Uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática. 2012. 79f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012a.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Teorema de Thales**: uma conexão entre os aspectos geométrico e algébrico em alguns livros didáticos de matemática. 2005. 133 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SANTIAGO, Laura Andrade; MORAIS, Wendy Mesquita de. O uso de episódios históricos no ensino de matemática: uma sequência didática utilizando quadrinhos. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa; CEDRO, Wellington Lima. (Orgs.). **Educação matemática**: diferentes contextos, diferentes abordagens. Fortaleza: EdUECE, 2015. p. 89-107.

PROVETTI JÚNIOR, José. Tales de Mileto e a aplicação filosófica da Matemática. **Revista eletrônica de investigação filosófica, científica e tecnológica**. Goiânia, a. 2, v. 2, n. 7, p. 157-181, 2016. Disponível em: <http://assis.ifpr.edu.br/wpcontent/uploads/2015/08/Revista-IFSophia-4.pdf>. Acesso em 17 jun. 2016.

RIBEIRO, Dione Baptista; COSTA, Luciano Pecoraro; PAULA, Marília Rios de. Por que é importante ouvir os alunos. In: SIMPÓSIO PEDAGÓGICO E PESQUISAS EM EDUCAÇÃO, 9., Juiz de Fora**. Anais ...** UFJF, Juiz de Fora, 2014. s. p.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012a.

ROQUE, Ana Catarina Cantoni. **Uma investigação sobre a participação da história da matemática em uma sala de aula do ensino fundamental**. 2012. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012b.

SAD, Lígia Arantes. Uma abordagem epistemológica do cálculo. In: Reunião anual da associação nacional de pesquisa e pós graduação, 23. 2000, Caxambu (MG). **Anais ...** Caxambu (MG): ANPED, 2000, s. p.

SANTOS, Luciane Mulazani dos. **Produção de significados para objetos de aprendizagem**: de autores e leitores para a educação matemática. 2007. 122f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

SANTOS, Rosana. **As dificuldades e possibilidades de professores de matemática ao utilizarem o Software Geogebra em atividades que envolvem o Teorema de Tales**. 2010. 143 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

SANTOS, Márcia Nunes dos. **A história da matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o teorema de tales**: análise de uma experiência realizada com uma classe do 9.º ano do ensino fundamental de uma escola pública de ouro preto (mg). 2012. 180 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Extas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto (MG), 2012.

SANTOS, Edilene Simões Costa dos; MUNIZ, Cristiano Alberto; GASPAR, Maria Terezinha Jesus. **A construção do conceito de área e perímetro a partir de atividades fundamentadas na história da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Série história da matemática para o ensino)

SILVA, Amarildo Melchíades**. Sobre a dinâmica de produção de significados para a matemática**. 2003. 244 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Matemática**. 2. v. São Paulo: FTD, 2010. (Coleção novo olhar)

VALDÉS, Juan E. Nápoles. **La História como elemento unificador em la Educación Matemática**. Argentina, 2002.

VIANNA, Carlos Roberto. Usos didáticos para a História da Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA. 1., Recife. **Anais ...** UFPE, Recife, 1998. s.p.

APÊNDICE B – TERMO DE COMPROMISSO

TERMO DE COMPROMISSO ÉTICO

Este termo de compromisso refere-se a uma pesquisa de Mestrado, realizado pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, em Educação para Ciências e Matemática intitulada: História da matemática e produção de significados: proposta de tarefas didáticas para o ensino do Teorema de Tales. Tem o objetivo de tornar o mais transparente possível a relação entre os envolvidos na pesquisa e o tratamento das informações coletadas. Pretende, assim, esclarecer os procedimentos que envolvem a pesquisa e a utilização dos dados coletados.

As atividades realizadas, gravadas em áudio e transcritas, servirão como material para pesquisas que procuram entender melhor a produção de atividades didáticas que fazem uso da História da Matemática. A História da Matemática é uma tendência do Ensino de Matemática que pode ser trabalhada de maneira lúdica, prática e teórica, podendo ainda, proporcionar aos alunos o contato com personalidades, fatos, episódios, origens de conceitos matemáticos, além de perceberem a Matemática como uma construção humana desenvolvida desde os tempos mais antigos, na origem das civilizações.

Nesta pesquisa as imagens, falas, materiais escritos e registros serão utilizados para atingir o objetivo principal do presente trabalho, que é analisar os significados matemáticos produzidos por alunos de uma turma do Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão – Campus São Raimundo das Mangabeiras, em tarefas didáticas que envolvam a História da Matemática como fonte de motivação. O termo de consentimento ético de participação na pesquisa e autorização de imagens dos sujeitos e da instituição será impresso em duas vias, as duas após assinadas, ficarão uma em poder de cada participante, inclusive da instituição sede da pesquisa e outra com os pesquisadores.

O acesso ao material coletado será de uso exclusivo da equipe de pesquisa (orientador e orientando), sob hipótese alguma será feito uso comercial ou indevido das imagens e materiais escritos, de forma que não seja criada nenhuma espécie de constrangimento para os participantes da pesquisa.

As informações provenientes da análise das gravações de áudio, das imagens e do material produzidos pelos participantes poderão ser utilizadas pelos pesquisadores em publicações em eventos e periódicos científicos de cunho regional, nacional e internacional e ficarão disponíveis aos sujeitos e à instituição em qualquer tempo.

Desta forma, este documento que hora lhe é entregue, representa o compromisso ético dos pesquisadores citados abaixo, de garantir, no limite de nossas possibilidades, que todo o material registrado seja tratado dentro do mais estrito rigor de conduta ética na pesquisa.

São Raimundo das Mangabeiras, MA, em _______ de _____________ de __________.

Professor Doutor Adelino Cândido Pimenta
Pesquisador orientador

Professor Benjamim Cardoso da Silva Neto
Pesquisador orientando

APÊNDICE C – AUTORIZAÇÃO DE PESQUISA E FILMAGEM

AUTORIZAÇÃO DE REALIZAÇÃO DE PESQUISA E IMAGEM

Eu, ____, Diretor Geral pro tempore do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão – Campus São Raimundo das Mangabeiras, autorizo a realização da presente pesquisa e de captura de imagens das instalações do prédio do Campus, nas condições estabelecidas no **TERMO DE COMPROMISSO ÉTICO**, que recebi, li e com o qual estou de acordo.

São Raimundo das Mangabeiras, MA, _________ de _________________ de ____________.

____

Diretor Geral – IFMA – Campus São Raimundo das Mangabeiras

APÊNDICE D – AUTORIZAÇÃO DE PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA

AUTORIZAÇÃO DE PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA

Eu, (NOME) ____, autorizo a participação na pesquisa, a captura de imagens, o uso de imagens e materiais registrados e escritos de (NOME) ____, por quem sou legalmente responsável, nas condições do **TERMO DE COMPROMISSO ÉTICO**, o qual recebi, li e estou de acordo.

São Raimundo das Mangabeiras, MA, em ______ de _______________ de 2015.

Assinatura do(a) responsável: ____

Assinatura do(a) aluno(a): ____

APÊNDICE E – AUTORIZAÇÃO PARA SAÍDA DA SALA DE AULA

AUTORIZAÇÃO PARA SAÍDA DA SALA DE AULA

Pesquisa de mestrado – História da matemática e produção de significado: proposta de tarefas didáticas para o ensino do Teorema de Tales.

Fica o(a) aluno(a) ____ autorizado(a) de se ausentar da sala de aula em três horários do dia 17 de setembro de 2015 para realização de coleta de medições da pesquisa acima mencionada dos Professores Adelino Candido Pimenta e Benjamim Cardoso da Silva Neto, respectivamente, orientador e orientando de mestrado em Educação para Ciências e Matemática.

APÊNDICE F – QUESTIONÁRIO DE IDENTIFICAÇÃO

QUESTIONÁRIO DE IDENTIFICAÇÃO

Pesquisa de mestrado – História da matemática e produção de significados: proposta de tarefas didáticas para o ensino do Teorema de Tales.

Benjamim Cardoso da Silva Neto - Mestrando em Educação para Ciências e Matemática
Adelino Candido Pimenta – Doutor em Educação Matemática

Nome: ____

Idade: ________________________________ Sexo ______________________

Data de Nascimento: ____

Naturalidade: ____

Nacionalidade: ____

Você mora com quem? ____

Você trabalha? __________ Em que? ___________________________________

Estado civil: ____

Contato: ____

Endereço: ____

Eu certifico que as informações são verdadeiras.

____

Assinatura do aluno

APÊNDICE G – QUESTIONÁRIO SOBRE CONHECIMENTO EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

QUESTIONÁRIO SOBRE CONHECIMENTO EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

1. Para você, como ocorreu o surgimento da Matemática?
2. Você já estudou algum conteúdo de Matemática utilizando a História da Matemática?
3. Qual desses personagens você conhece?

   (   ) Tales de Mileto

   (   ) Pitágoras

   (   ) René Descartes

   (   ) Euclides

   (   ) Arquimedes

   (   ) Bháskara

   (   ) Outros ____________________________

   O que você sabe sobre ele(s)?

   Obrigado!

APÊNDICE H – TRANSCRIÇÕES DAS FALAS DOS ALUNOS NA LEITURA DO TEXTO (FALA DE TODOS OS ALUNOS)

As falas estão em itálico e apresentados em parênteses estão os gestos e posicionamentos dos alunos.

Pesquisadores: *Bom dia. Alguém aqui já ouviu falar de Tales de Mileto?*

Vários alunos: *Sim.*

A1: *Eu não hein.*

Arthur: *Também não.*

Pesquisadores: *Bom, então quero apresentar para vocês um texto que retrata um pouco da época que Tales de Mileto viveu e de suas grandes realizações. Ele, por exemplo, mediu a altura de uma pirâmide do Egito sem subir nela. E naquela época o conhecimento que tinham não era igual ao que sabemos hoje. Concordam? Como ele pode ter feito isso?*

Mônica: *Eles eram* (pausa). *Eles eram mais inteligentes, mas tinham que fazer as coisas que precisavam.*

Pesquisadores: *Vamos lá. Queria convidá-los à leitura do texto que entreguei para vocês. Quem começa?*

A2: *Eu Professor. O senhor. O senhor quer que começa?*

Pesquisadores: *Vamos lá.*

A2: *Tales de Mileto no desafio da pirâmide. O homem na Antiguidade aprendeu a se mobilizar pelo uso da razão. Começou a indagar o como e o porquê das coisas. Começou a formular questões. Por que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais? Por que o diâmetro de um círculo divide esse círculo ao meio?* (Lendo o texto)

Mônica: *Divide ao meio porque é a metade.*

A3: *Sendo metade é isso aí mesmo.*

Bernardo: *É isso, e na metade do círculo tem os raios.*

Pesquisadores: *Vocês já pararam para pensar como tudo isso surgiu, como surgiu a G-E-O-M-E-T-R-I-A* (fala com uma entonação diferente)*?*

A4: *Questões que nas experiências práticas das civilizações eram triviais. Os processos empíricos eram suficientes para responder como, mas não eram o bastante para explicar os porquês. A partir daí, figura a importância de diversos estudiosos que tentavam entender o Universo e a natureza, como foi Tales de Mileto.* (Lendo o texto)

Ana Cláudia: *Mas quem é Tales? O que é uma teorema?*

Pesquisadores: *Vamos descobrir quem foi Tales no seguimento da leitura. Teorema é uma afirmação dita por alguém que pode ser provada. Um teorema.* (Corrigindo a aluna).

A2: *Eles sabiam representar os desenhos que eles faziam na terra, e desse jeito eles provavam.*

Ana Cláudia: *Provada não quer dizer que seja só verdade né professor?*

Pesquisadores: *Exatamente. Mas deve ter suas justificações. E como podemos justificar algo? Vocês sabem?*

Mônica: *Eu não oh.* (Batia uma mão na outra indicando que não fazia ideia alguma).

Arthur: *Então* (pausa) *faz muito tempo que inventaram a matemática. Se for desse jeito.*

A4: *Questões que nas experiências práticas das civilizações eram triviais. Os processos empíricos eram suficientes para responder como [...]* (Interrompido lendo o texto).

Arthur: *O que é empírico, professor?*

Pesquisadores: *Algo que se apoia em experiências vividas, não tem um fundamento preciso, realizado por meio de tentativas de acertos e erros. Geralmente um conhecimento mais antigo, tipos os de nossos pais e avós.*

A4: *[...] mas não eram o bastante para explicar os porquês. A partir daí, figura a importância de diversos estudiosos que tentavam entender o Universo e a natureza, como foi Tales de Mileto.* (Lendo o texto)

Mônica: *Quer dizer que a matemática parecia uma coisa viva?*

A2: *Como?*

Mônica: *As pessoas entendiam usando ela.*

Bernardo: *Em muito tempo atrás nas aulas de história a gente vê que os nossos ancestrais precisavam comprar, vender, dividir as terras, comprar e a matemática entrava no Egito.*

Mônica: *Não só no Egito, em outros países que se desenvolvia agricultura.*

Arthur: *Ahm. Eram muitas coisas.*

A5: *Vamos falar de história agora é?*

Ana Cláudia: *Oh, e o que mais? Indo de um lugar pra o outro de barco.*

Mônica: *Navegação.*

Bernardo: *Eles faziam matemática. Ou usavam? Eita,* [risos]*, sei lá.*

Pesquisadores: *Bom, vamos lá. Tales utilizou seu conhecimento matemático e a natureza para chegar a um teorema. Vamos ver como ele fez isso!*

A5: *Tales nasceu em Mileto, na Turquia por volta de 624 a. C. e faleceu por volta de 548 a. C., foi filósofo, matemático, engenheiro, homem de negócios e astrônomo. Estava inserido em dois cenários de diferentes civilizações que guardam riquezas e mistérios culturais e* *intelectuais, o Egito e a Grécia. A região em que nasceu e cresceu estava localizada em um importante trecho comercial, segundo a história tradicional Tales por meio de observações astronômicas previu uma rica colheita de azeitonas, daí investiu em prensas de azeite, tornando-se rico empreendedor, a partir daí, talvez sua fama instaurada possibilitou seu reconhecimento e viagens a trabalho entre as regiões do Mar Mediterrâneo. A Matemática egípcia era intuitiva e empírica baseada em experimentações práticas e por necessidades cotidianas da civilização para medição de terras, durante as cheias do Rio Nilo, por exemplo. Os egípcios aprimoraram técnicas de medições de terras, talvez daí tenha surgido o termo "Geometria" que para os egípcios significava medição da terra. E com a atuação dos gregos a Geometria acabou ganhando um tratamento dedutivo e abstrato, tornando-se ainda mais prática e necessitando de demonstrações.* (Lendo o texto)

Pesquisadores: *A Matemática foi desenvolvida por diversos povos, por meio de suas necessidades mais básicas, se alimentar, produzir, vender. Os egípcios, por exemplo, eram intuitivos, entendiam que certos acontecimentos, descobertas, eram claras e evidentes, eram de certa forma mais práticos. Já os gregos eram dedutivos, abstratos, eles não conseguiam demostrar na prática. Houve um contato entre as duas culturas e uma junção e aperfeiçoamento dos conhecimentos matemáticos. Logo estas civilizações eram próximas, e eles queriam explorar, então saiam em busca de saber o que havia de conhecimento nas outras civilizações.*

Mônica: *No cenário grego, Tales se destacou pela sua elevada inteligência e foi considerado um dos sete sábios da Grécia Antiga. Na Grécia, era sábio aquele que conseguisse fornecer explicações sobre o Universo e Tales conseguiu, interpretou eventos da natureza, previu eclipses e épocas de chuvas, por fim, transformou a Matemática em uma ciência mais formal e rigorosa, é dele, por exemplo, o teorema que diz que "um feixe de retas paralelas determinam sobre duas transversais segmentos proporcionais" que se tornou um dos teoremas fundamentais da Geometria Elementar, o Teorema de Tales.* (Lendo o texto)

Ana Cláudia: *Mas quem eram os outros sábios gregos. Aqui tem história mesmo, Egito, Grécia, as aulas de história. Tô vendo a professora de História aqui.*

Mônica: *Oh, se é História da Matemática. Tem que ter história mesmo.*

A6: *Quem eram eles? Porque eles eram assim?*

Bernardo: *E os sábios?*

Pesquisador: *Tales de Mileto, Periandro de Corinto, Pítaco de Mitilene, Sólon de Atenas, Quílon de Esparta, Cleóbulo de Lindos, Bias de Pirene. Eles eram sábios porque segundo os* *gregos quem era capaz de entender o Universo, clima, constelações, espaço, era considerado sábio. E Tales tem história de que conseguiu prever um eclipse, lógico, não se sabe se é verdade, mas é interessante saber.*

Arthur: *É história mesmo, tem história mesmo, tem.*

A leitura prossegue.

Arthur: *Tales, segundo a história, tornou-se rico por empreender em prensas de olivas, produzindo e vendendo azeite, fazendo a previsão de períodos de secas e chuvas para os agricultores das regiões porque passava. Foi ele quem iniciou a Geometria Demonstrativa, aquela que é validada por demonstrações puramente matemáticas. E é dele os teoremas: Qualquer diâmetro divide um círculo em duas partes iguais. Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais. Dois ângulos opostos por um mesmo vértice são iguais. Durante sua passagem pelo Egito Antigo, Tales teria sido abordado pelos escribas de um faraó para que realizasse a medida da altura de Quéops, uma das pirâmides do Egito, construída por volta de 2650 a. C. Estima-se que foram utilizados cerca de 100 mil trabalhadores, por cerca de 30 anos, e o que sabemos é que foi uma construção bem arquitetada por estar de pé até hoje.*

Bernardo: *Eles passaram 30 anos fazendo essa pirâmide. Meu Deus,* (pausa) *é muito tempo.*

Pesquisador: *Mas lembrem-se que são histórias episódicas, não se tem a certeza de que realmente aconteceu. Estima-se que tenha sido este o tempo, imagine só no meio do deserto não tinha nada, e tantas pedras deveriam ser trazidas de bem longe para a construção das pirâmides do Egito.*

Mônica: *Isso tá parecendo aula de história.*

A4: *Pela sombra ele mediu a altura da pirâmide.* (movimentando-se com as mãos mostrando posições paralelas)

Ana Cláudia: *Mas aí o Tales utilizou a sombra das pirâmides para medir a altura dela. É doido.*

Mônica: *Vocês leram, ele era um sábio. Ele era inteligente. Pelo desenho ele fez triângulos, não foi professor?*

Pesquisador: *Você pode esquematizar isso para a gente no quadro?*

*Mônica: Vou lá. (*faz uma esquematização no quadro*)*

Prosseguimento da leitura.

Arthur: *Tales não recusou o desafio, não podia escalar a pirâmide, mas realizou a medição utilizando a sombra da pirâmide originando um dos teoremas mais emblemáticos da Matemática.* (lendo o texto)

A6: *No desafio dos escribas do faraó, Tales, de posse de um bastão encontrou por semelhança de triângulos a altura da pirâmide. Percebeu que no momento em que a projeção da sombra de um bastão de madeira adquiriu tamanho igual ao seu comprimento, por semelhança, a altura da pirâmide também seria igual ao comprimento de sua sombra. Assim, considerou que os segmentos, comprimento da sombra do bastão e comprimento da sombra da pirâmide, eram proporcionais.* (lendo o texto)

Bernardo: *Mas Professor, então tudo que tiver sombra pode ser medido assim?*

Pesquisadores: *Olha Bernardo de poder ser medido pode sim. Porém, tem toda uma sequência a ser obedecida. Deve-se ter certeza que os raios luminosos estão realmente paralelos, que o terreno é plano, dentre outros fatores. Os raios solares incididos no solo do Planeta são paralelos, por exemplo...*

A2: *Professor. Tem que ter uma inclinação correta. E o terreno. Tem muito que ver o terreno pra não ter nenhuma subida ou descida.*

Ana Cláudia: *Acho que tem que ver a inclinação do chão.*

Mônica: *Tudo vai mudar se for subida, por exemplo.*

A4: *Se a parede é inclinada e o pedaço do bastão não é. Tem que somar com alguma coisa. A sombra vai dar na parede.*

Bernardo: *Mas a parede da pirâmide é inclinada também, oh qui.* (apontando para o desenho).

Pesquisadores: *E como Tales encontrou a altura se a face lateral (apontando para o desenho) da pirâmide é inclinada?*

Mônica: *Professor acho que tem que somar.*

Pesquisadores: *Somar? O quê?*

Mônica: *Acho que a metade.*

Pesquisadores: *Por quê?*

Ana Cláudia: *Que metade menina?*

Mônica: *A altura dela vem até aqui* (apontando para o vértice da pirâmide no desenho). *Não é?*

A4: *E tem esse espaço aqui. (apontando no material de Mônica de um lado da base*

Pesquisadores: *Alguém explica o que A2 falou?*

Arthur: *Tem que pegar a metade porque a pirâmide tem sombra, mas é inclinada e o bastão tem sombra sem ser inclinado. A sombra bate na parede dela é?*

Bernardo: *E se não tiver Sol?*

Pesquisadores: *Se não tivesse a incidência dos raios solares dessa forma ficava complicado medir. Tinha que lançar mão de outros artifícios.*