

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

VALDIR MERIB MACHADO

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ENSINO DESENVOLVIMENTAL NA
CONSTRUÇÃO DE UM MUSEU MATEMÁTICO

JATAÍ
2025

**TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO
NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG**

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|--|---|
| ☐ Tese | ☐ Artigo Científico |
| ☒ Dissertação | ☐ Capítulo de Livro |
| ☐ Monografia – Especialização | ☐ Livro |
| ☐ TCC - Graduação | ☐ Trabalho Apresentado em Evento |
| ☐ Produto Técnico e Educacional - Tipo: Material didático | |

Nome Completo do Autor: Valdir Merib Machado

Matrícula: 20231020280094

Título do Trabalho: HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ENSINO DESENVOLVIMENTAL NA CONSTRUÇÃO DE UM MUSEU MATEMÁTICO

Autorização - Marque uma das opções

1. ☒ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. ☐ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ____/____/____ (Embargo);
3. ☐ Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- ☐ O documento está sujeito a registro de patente.
☐ O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
☐ Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Jataí, 03/09/2025.

Local Data

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

VALDIR MERIB MACHADO

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ENSINO DESENVOLVIMENTAL NA
CONSTRUÇÃO DE UM MUSEU MATEMÁTICO**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação para Ciências e Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Linha de pesquisa: Fundamentos, metodologias e recursos para a educação para ciências e matemática

Sublinha de pesquisa: Ensino de Matemática

Orientador: Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz

JATAÍ

2025

Autorizo, para fins de estudo e de pesquisa, a reprodução e a divulgação total ou parcial desta dissertação, em meio convencional ou eletrônico, desde que a fonte seja citada.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

Machado, Valdir Merib.

História da Matemática e Ensino Desenvolvimental na construção de um Museu Matemático [manuscrito] /Valdir Merib Machado. - 2025.
clxix; 169 f.; il.

Orientador: Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz.

Dissertação (Mestrado) – IFG – Câmpus Jataí, Programa de Pós – Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2025.

Inclui figuras, quadros, referências e apêndices.

1. Ensino Desenvolvimental. 2. História da Matemática. 3. Museu Matemático.
I. Vaz, Duelci Aparecido de Freitas. II. IFG, Câmpus Jataí. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pela Seção Técnica de Tratamento da Informação.
Bibliotecária – Rosy Cristina Oliveira Barbosa Sabino – CRB 1/2380 – Câmpus Jataí. Cód. F049/2025-2.



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ

VALDIR MERIB MACHADO

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ENSINO DESENVOLVIMENTAL NA CONSTRUÇÃO DE UM MUSEU MATEMÁTICO

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação para Ciências e Matemática, defendida e aprovada, em 27 de junho do ano de 2025, pela banca examinadora constituída por: **Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz**, orientador e presidente da banca, **Prof. Dr. Maxwell Gonçalves Araújo** (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - IFG), membro interno, **Prof. Dr. Gustavo da Silva Mocó** (Secretaria de Educação do Estado de Goiás - Seduc-GO) e **Prof. Dr. Elias Rafael de Sousa** (Centro Universitário Alfredo Nasser -UNIFAN), membros externos.

(assinado eletronicamente)

Duelci Aparecido de Freitas Vaz
Presidente da Banca (Orientador – IFG)

(assinado eletronicamente)

Maxwell Gonçalves Araújo
Membro interno (IFG)

(assinado eletronicamente)

Gustavo da Silva Mocó
Membro externo (Seduc-GO)

(assinado eletronicamente)

Elias Rafael de Sousa
Membro externo (UNIFAN)

(assinado eletronicamente)

Valdir Merib Machado
Estudante do PPGECEM/IFG

Documento assinado eletronicamente por:

- GUSTAVO DA SILVA MOCO, GUSTAVO DA SILVA MOCO - Docente - Secretaria de Estado da Educação de Goiás (01409705000120), em 22/07/2025 01:28:16.
- Elias Rafael de Sousa, Elias Rafael de Sousa - 234515 - Docente de ensino superior na área de pesquisa educacional - Ifg - Câmpus Goiânia (10870883000225), em 08/07/2025 15:31:50.
- Maxwell Goncalves Araujo, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 01/07/2025 18:01:19.
- Duelci Aparecido de Freitas Vaz, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 01/07/2025 13:52:49.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 30/06/2025. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 666021

Código de Autenticação: e33ab8c8e4



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Av. Presidente Juscelino Kubitschek,, 775, Residencial Flamboyant, JATAÍ / GO, CEP 75804-714
(64) 3514-9699 (ramal: 9699)

Dedico esta dissertação aos alunos e professores que, diariamente, transformam o ambiente escolar em um espaço de troca, crescimento e aprendizado. Àqueles que, mesmo diante dos desafios, acreditam na força transformadora da educação como caminho para a construção de um futuro mais justo e inclusivo. À minha família, pelo apoio incondicional, pela paciência e pelo amor que me sustentaram em cada etapa desta jornada. Vocês foram meu alicerce, minha motivação e meu porto seguro. E, sobretudo, dedico este trabalho àqueles que buscam, na história e na prática pedagógica, novas formas de ensinar e aprender, conectando o passado, o presente e o futuro em prol de uma educação mais humana, expressiva e emancipadora. Que esta pesquisa inspire e seja um convite à reflexão sobre o poder da educação para transformar realidades e construir um mundo melhor.

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste curso foi possível graças ao apoio e à confiança de muitas pessoas que me acompanharam ao longo desta jornada.

Em primeiro lugar, expresso minha profunda gratidão à minha esposa, aos meus amigos e familiares, que sempre estiveram ao meu lado, oferecendo incentivo e suporte incondicional nos momentos mais desafiadores.

Aos colegas de curso, meu agradecimento especial, pois tornaram essa caminhada mais leve e enriquecedora. Em particular, destaco Roni França, cuja colaboração foi fundamental para o meu aprendizado e crescimento.

Sou igualmente grato aos professores, que me inspiraram com suas aulas e orientações, guiando-me de maneira consistente e dedicada na busca pelo conhecimento.

Ao meu orientador, Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz, manifesto meu sincero reconhecimento pelas orientações precisas e inspiradoras ao longo do desenvolvimento desta pesquisa. Agradeço, ainda, pelo respeito, pela confiança em meu potencial e pela amizade construída ao longo do tempo. Sua paciência, compreensão e incentivo foram essenciais para que eu superasse os desafios e atingisse meus objetivos.

Também estendo minha gratidão aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Campus Jataí. O ambiente de aprendizado desafiador e enriquecedor proporcionado por esse programa ampliou meus conhecimentos e contribuiu significativamente para o desenvolvimento de minhas habilidades.

Por fim, agradeço à escola onde realizei minha pesquisa pela oportunidade de aplicar meus estudos na prática, pela colaboração de toda a equipe e pelo acolhimento recebido durante esse processo.

RESUMO

MACHADO, Valdir Merib. **História da Matemática e Ensino Desenvolvidor na Construção de um Museu Matemático**. 2025. Dissertação. Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática – Instituto Federal de Goiás, Jataí, 2025.

Essa dissertação investiga a utilização da história da matemática como recurso pedagógico por meio da criação e implementação de um Museu Matemático. O estudo, fundamentado na Teoria Histórico-Cultural de Lev S. Vigotski e na Teoria do Ensino Desenvolvidor de V.V. Davíдов, busca a transição do pensamento empírico para o teórico em alunos do Ensino Médio de uma escola pública em Aragarças-GO. O objetivo central da pesquisa foi a construção de um Museu Matemático, físico, como ferramenta pedagógica interativa, integrando artefatos históricos e atividades práticas para contextualizar o ensino de matemática. O museu serviu de base para um experimento didático-formativo, estruturado em ações que incluíram a identificação de relações universais, modelagem, transformação de modelos, resolução de tarefas particulares e avaliação. A pesquisa, de abordagem qualitativa, conforme Gamboa (2003), foi desenvolvida por meio de observação participante, entrevistas semiestruturadas e análise documental. Os resultados indicaram que o Museu Matemático proporcionou aos alunos uma compreensão mais ampla dos conceitos matemáticos, conectando-os à realidade cultural e social. Além do maior envolvimento e participação dos estudantes, estimulamos o desenvolvimento psíquico. Como produto final, foi escrito um caderno pedagógico voltado para professores, oferecendo orientações práticas sobre a utilização do museu no contexto educacional. A dissertação reforça a importância de práticas pedagógicas que valorizam a contextualização histórica e a construção coletiva do conhecimento, contribuindo para a formação de cidadãos críticos. A pesquisa posiciona o Museu Matemático como uma ferramenta inovadora que integra história, a prática experimental e mediação pedagógica, ampliando os horizontes do ensino da matemática. Além disso, sugere-se que futuras investigações explorem a aplicação dessa metodologia em diferentes contextos socioculturais, avaliando seus impactos a longo prazo no desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos.

Palavras-chave: Ensino Desenvolvidor; História da Matemática; Museu Matemático.

ABSTRACT

MACHADO, Valdir Merib. **História da Matemática e Ensino Desenvolvidor na Construção de um Museu Matemático**. 2025. Dissertação. Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática – Instituto Federal de Goiás, Jataí, 2025.

This dissertation investigates the use of the history of mathematics as a pedagogical resource through the creation and implementation of a Mathematical Museum. The study, grounded in Lev S. Vygotsky's Cultural-Historical Theory and V.V. Davídov's Developmental Teaching Theory, aims to facilitate the transition from empirical to theoretical thinking among high school students at a public school in Aragarças, Goiás. The central objective of the research was the construction of a physical Mathematical Museum as an interactive pedagogical tool, integrating historical artifacts and practical activities to contextualize the teaching of mathematics. The museum served as the basis for a didactic-formative experiment, structured around actions that included identifying universal relationships, modeling, transforming models, solving specific tasks, and evaluation. The research adopted a qualitative approach and was conducted through participant observation, semi-structured interviews, and document analysis. The results indicated that the Mathematical Museum provided students with a deeper understanding of mathematical concepts, connecting them to cultural and social realities. In addition to increased student engagement and participation, the museum stimulated psychological development. As a final product, a pedagogical notebook was created for teachers, offering practical guidance on using the museum in an educational context. The dissertation emphasizes the importance of pedagogical practices that value historical contextualization and the collective construction of knowledge, contributing to the formation of critical citizens. It positions the Mathematical Museum as an innovative tool that integrates history, experimental practice, and pedagogical mediation, expanding the horizons of mathematics education. Furthermore, it suggests that future research explore the application of this methodology in different sociocultural contexts, assessing its long-term impacts on the development of students' theoretical thinking.

Keywords: Developmental Teaching; Concept of interest; Education Mathematics Critical.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Mapa Conceitual da Teoria da Atividade	49
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CEJA	Centro Educacional para Jovens e Adultos
EDF	Experimento Didático-Formativo
EJA	Educação de Jovens e Adultos
EM	Educação Matemática
EMC	Educação Matemática Crítica
LTC	Livros Técnicos e Científicos
MEC	Ministério da Educação
MHD	Materialismo Histórico Dialético
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPP	Projeto Político Pedagógico
SEF	Secretaria de Educação Fundamental
ZDI	Zona de Desenvolvimento Iminente
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	REREFENCIAL TEÓRICO.....	15
2.1	Debate sobre o uso da História no ensino da matemática	17
2.2	Uma investigação sobre a história da matemática nos documentos oficiais.....	20
2.2.1	<i>O Ensino Desenvolvidor e a Formação do Pensamento Teórico</i>	22
2.2.2	<i>O Papel da Interação Social, ZDP e Mediação na Aprendizagem</i>	26
2.3	O Experimento Didático-Formativo: Aplicações da Teoria do Ensino Desenvolvidor	29
2.3.1	<i>O Ensino Desenvolvidor de Davídov para a Formação de Conceitos Científicos</i>	38
3	O EXPERIMENTO DIDÁTICO-FORMATIVO: ESCOLA E SUJEITOS ..	44
3.1	Procedimento Metodológico.....	45
3.2	A Pesquisa em Sala de Aula	47
3.2.1	<i>Etapas do Experimento Didático-Formativo</i>	48
3.3	Os Sujeitos da Pesquisa	51
4	REFLEXÕES E CONTRIBUIÇÕES DO ENSINO DESENVOLVIDOR NO CONTEXTO ESCOLAR	54
4.1	Observação em Sala de Aula: um processo inicial para uma reflexão crítica .	54
4.2	Transformações Observadas Durante o Experimento Didático-Formativo	56
4.3	Análise das Ações Pedagógicas no Contexto do Experimento Didático- Formativo	58
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	79
	REFERÊNCIAS	82
	APÊNDICES.....	84

1 INTRODUÇÃO

A presente pesquisa investiga como a história da matemática pode ser utilizada como recurso pedagógico por meio da criação e implementação de um Museu Matemático Físico. Este estudo é fundamentado na Teoria Histórico-Cultural de Lev S. Vigotski (1896-1934) e na Teoria do Ensino Desenvolvidor de V.V. Davíдов (1930-1998), buscando promover a transição do pensamento empírico para o pensamento teórico. Assim, pretende-se fomentar uma aprendizagem contextualizada e conectada às realidades culturais e sociais dos estudantes.

A história da matemática, longe de ser um conjunto estático de verdades absolutas, reflete as transformações econômicas, sociais e culturais de cada época. Essa perspectiva humaniza a disciplina, mostrando que os conceitos matemáticos foram criados para solucionar problemas concretos enfrentados por diferentes sociedades (Andrade, 2013). Ao conectar o passado e o presente, a história da matemática permite que os alunos percebam a disciplina como uma construção dinâmica e contextualizada, essencial para o desenvolvimento do pensamento teórico. Em mesmo sentido, Andrade (2013) destaca que essa abordagem humaniza a matemática, mostrando que os conceitos matemáticos foram criados para solucionar problemas concretos enfrentados por diferentes sociedades. Essa perspectiva aproxima os alunos do conteúdo, tornando-o mais acessível.

O Museu Matemático é proposto como uma ferramenta pedagógica inovadora, estruturada em um espaço físico e interativo que transcende exposições estáticas, oferecendo aos alunos experiências práticas com artefatos históricos e atividades contextualizadas. A interação com artefatos históricos, a realização de experimentos didático-formativos e a resolução de problemas contextualizados oferecem aos alunos oportunidades de abstração e generalização. Essas atividades, fundamentadas na teoria de Davíдов, contribuem para o desenvolvimento do pensamento teórico e conectam os conceitos matemáticos às práticas sociais e culturais.

A Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davíдов oferece o suporte teórico essencial para esta pesquisa, ao evidenciar que o pensamento teórico se consolida quando os alunos compreendem os conceitos matemáticos em suas origens históricas e relações sociais. No Museu Matemático, essa mediação ocorre por meio de atividades práticas e interativas que promovem a transição do pensamento empírico para o teórico.

Dessa forma, este trabalho apresenta o Museu Matemático como uma proposta pedagógica inovadora, capaz de transformar o ensino da matemática e ampliar sua percepção pelos alunos. Ao propor práticas educativas interligadas às realidades culturais e sociais dos

estudantes, esta pesquisa visa contribuir para o fortalecimento de uma educação matemática mais contextualizada.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico desta pesquisa fundamenta-se na Teoria Histórico-Cultural de Lev S. Vigotski e na Teoria do Ensino Desenvolvidor de V.V. Davídov, estabelecendo uma base sólida para compreender como a história da matemática pode ser incorporada ao ensino como um recurso pedagógico transformador. Essa abordagem visa integrar a matemática ao contexto cultural e social dos estudantes, promovendo o desenvolvimento do pensamento teórico e explorando as interações sociais e culturais como mediadoras desse processo.

A Teoria Histórico-Cultural de Vigotski defende que o desenvolvimento humano ocorre por meio da mediação social, sendo a linguagem e outros sistemas simbólicos os principais instrumentos desse processo. A Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI), conceito central na teoria, representa o espaço entre o que o aluno já sabe e o que ele pode aprender com a mediação de um professor ou colega mais experiente (Prestes, 2010). No contexto do Museu Matemático, a mediação ocorre ao conectar artefatos históricos, atividades práticas e o conhecimento prévio dos alunos, criando oportunidades para que alcancem níveis mais complexos de abstração.

Por sua vez, a Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davídov enfatiza a importância de estruturar o ensino em torno de conceitos fundamentais, promovendo a formação de um pensamento teórico que transcenda a memorização e a aplicação mecânica de fórmulas. Davídov (1988) argumenta que o ensino deve ser organizado de forma que os estudantes analisem as contradições matemáticas, compreendendo suas inter-relações e desenvolvendo autonomia intelectual. A integração da história da matemática nesse contexto permite que os alunos não apenas entendam os conceitos, mas também compreendam suas origens e implicações tanto sociais quanto culturais. Nesse sentido, oferece uma ponte entre o passado e o presente, revelando como conceitos abstratos emergiram de demandas concretas enfrentadas por diferentes sociedades. Exemplos como o desenvolvimento da geometria no Egito Antigo, motivado pela necessidade de medir terras após as cheias do Nilo (Eves, 2004), ilustram como a matemática foi moldada pelas condições materiais e históricas. Essa abordagem humaniza a disciplina, como destaca Andrade (2013), ao mostrar que os conceitos matemáticos não são estáticos, mas construções humanas dinâmicas.

No contexto educacional brasileiro, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam a importância de integrar a história da matemática ao ensino para humanizar a disciplina e promover uma compreensão mais ampla dos conceitos (Brasil, 1998). Segundo os PCN, a história da matemática contribui para que os alunos percebam a disciplina como uma

construção cultural em constante transformação, conectada às realidades sociais e econômicas de cada época. Essa perspectiva reforça a relevância de explorar a história dos conceitos matemáticos, como o desenvolvimento dos sistemas numéricos e a álgebra em atividades pedagógicas.

A figura do professor é essencial nesse processo que deve atuar como mediador, organizando ações que estimulem a interação dos alunos com os conceitos históricos e culturais da matemática. Moura (2010) ressalta que seu papel é criar pontes entre o conhecimento prévio dos estudantes e os novos conceitos a serem aprendidos, promovendo uma aprendizagem que favoreça o desenvolvimento das funções psicológicas superiores.

Ao articular essas bases teóricas à proposta do Museu Matemático, a pesquisa enfatiza a importância de um ambiente dinâmico e interativo, que integra o conhecimento histórico e as práticas pedagógicas. Concebido como um espaço de investigação e experimentação, permite que os alunos explorem a matemática de forma prática e contextualizada.

2.1 Debate sobre o uso da História no ensino da matemática

O ensino de matemática na educação básica brasileira apresenta desafios evidenciados por elevados índices de desinteresse e dificuldades de aprendizagem entre os estudantes.

Esse cenário, que persiste há décadas, exige reflexões aprofundadas sobre as práticas pedagógicas adotadas e sobre a própria concepção do ensino matemático. Segundo Libâneo (2008), é necessária uma “renovação pedagógica” que vá além da reformulação de conteúdos, envolvendo uma transformação na maneira como a matemática é compreendida, vivenciada e conectada à realidade dos alunos. Tal atualização passa pela adoção de metodologias que promovam a integração da matemática com outras áreas do saber e do cotidiano, superando a tradicional fragmentação curricular.

A fragmentação no ensino da matemática, muitas vezes apresentada de maneira descontextualizada e dissociada de outras ciências, é um dos principais entraves ao desenvolvimento de um pensamento crítico.

Essa perspectiva destaca a necessidade de um ensino de matemática que considere interconexões com a realidade sociocultural dos estudantes, promovendo uma aprendizagem mais expressiva e crítica.

Essa abordagem possibilita aos alunos compreender a matemática como uma construção humana dinâmica, que evolui ao longo do tempo em resposta às demandas específicas das sociedades.

Essa perspectiva destaca a matemática como um produto das interações humanas com a realidade material e cultural, demonstrando como os conceitos matemáticos evoluíram ao longo do tempo em resposta a problemas específicos enfrentados por cada sociedade. Essa abordagem permite apresentar uma matemática de maneira mais acessível e conectada à realidade dos alunos, evidenciando sua relevância na construção de uma visão crítica do mundo.

Por exemplo, Oliveira, Alves e Neves (2008) destacam que a contagem, inicialmente usada para controlar alimentos e organizar grupos sociais, evolui à medida que as sociedades se tornam mais complexas. Essa habilidade básica deu origem aos sistemas matemáticos mais sofisticados, como a geometria desenvolvida no Egito Antigo para medir terras após as cheias do Nilo (Eves, 2004). Esses exemplos ilustram como os conceitos matemáticos emergem das interações entre as necessidades práticas e os contextos históricos.

No ambiente escolar, a incorporação da história da matemática contribui para desmistificar a disciplina, apresentando-a como um campo em construção constante e sujeito a revisões. Andrade (2013) argumenta que, ao explorar o contexto histórico dos conceitos matemáticos, os alunos podem perceber que foram criados por pessoas reais, em resposta a desafios concretos, o que torna a matemática mais acessível e menos intimidante.

Sob a perspectiva do materialismo histórico formulado por Marx e Engels (2007), a matemática não é um conhecimento neutro, mas um reflexo das condições materiais de existência, influenciado pelos modos de produção e pelas relações sociais de cada período histórico. A classe dominante, ao controlar os meios de produção material, também exerce poder sobre a produção intelectual, determinando quais ideias prevalecem na sociedade. Dessa forma, os sistemas matemáticos e suas formas de pensar são condicionados pela estrutura material vigente, evidenciando que o desenvolvimento do conhecimento matemático está intrinsecamente ligado às dinâmicas sociais e econômicas de cada época. Marx e Engels afirmam:

As ideias da classe dominante são, em cada época, as ideias dominantes, ou seja, uma classe que dispõe dos meios de produção material tem ao mesmo tempo o controle dos meios de produção intelectual, de modo que as ideias daqueles que não dispõem dos meios de produção intelectual são, em geral, submetidos a ela. As ideias dominantes não passam, portanto, da expressão ideal das relações materiais dominantes (Marx e Engels, 2007, p. 47).

Essa citação reflete como as formas de pensar, incluindo os sistemas matemáticos, são influenciadas pelas condições materiais e pela organização social de cada período, evidenciando a não neutralidade da matemática como conhecimento humano.

O desenvolvimento da álgebra na Mesopotâmia no século XVII é exemplo de como os reflexos matemáticos e respondem a desafios práticos, como o avanço agrícola ou as necessidades de física e astronomia (Eves, 2004). Essa perspectiva dialética permite compreender a matemática não apenas como um conjunto de técnicas, mas como uma construção que interage com as estruturas sociais e econômicas.

A abordagem histórico-cultural, defendida por Vigotski (2007), também fornece uma base teórica para compreender a relevância da história da matemática no ensino. Vigotski destaca a importância da mediação na aprendizagem, ressaltando que o professor deve conectar os conceitos escolares às experiências culturais e sociais dos alunos. Moura (2010) complementa essa visão, afirmando que a mediação pedagógica é essencial para promover o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, permitindo que os estudantes avancem do pensamento.

Freire reforça o papel do professor como agente de transformação, ao argumentar que a educação deve ajudar os alunos a compreender as contradições do mundo e a atuarem para superá-las. Ele afirma:

A libertação, por isto, é um parto. É um parto doloroso. O homem que nasce deste parto é um homem novo que só é viável na e pela superação da contradição opressores-oprimidos, que é a libertação de todos. Superar essa contradição implica uma educação que não apenas informa, mas forma, criando condições para que o sujeito histórico possa transformar sua realidade e libertar-se das amarras de uma sociedade opressora. (Freire 2018, p.56).

Ao incorporar a história da matemática no processo educativo, o professor-mediador ajuda os alunos a compreenderem a disciplina como um instrumento para compreender e transformar a realidade. Essa abordagem permite superar práticas pedagógicas fragmentadas, promovendo um ensino que valoriza o contexto histórico e social dos conceitos matemáticos.

Dessa forma, o uso da história da matemática no ensino não se limita a enriquecer o currículo, mas constitui uma estratégia para fomentar a formação de sujeitos críticos.

Enfim, ao conectar a matemática às suas origens históricas e sociais, o ensino se torna mais dinâmico, relevante e transformador, contribuindo para a formação de cidadãos mais preparados a enfrentar os desafios do mundo contemporâneo.

Conforme relata Eves (2004, p. 15-16), a geometria teve um papel crucial na organização social do Egito Antigo, surgindo como resposta concreta à necessidade de mensurar e redefinir os limites das terras cultiváveis após as recorrentes cheias do rio Nilo. A cada inundação, os marcos territoriais eram apagados, exigindo que os egípcios

desenvolvessem técnicas para recalcular áreas e restabelecer divisas. Esse exemplo evidencia como os conhecimentos matemáticos emergem de necessidades históricas específicas, moldados pelas condições materiais de existência e pelas práticas sociais. A matemática, assim, revela-se como uma construção cultural e histórica, profundamente vinculada às dinâmicas econômicas e políticas de cada época e não como um corpo de saber neutro ou universal.

2.2 Uma investigação sobre a história da matemática nos documentos oficiais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) desempenham um papel fundamental na estruturação dos currículos da Educação Básica no Brasil, oferecendo diretrizes pedagógicas que orientam o ensino em diversas áreas do conhecimento, incluindo a matemática. Publicados na década de 1990, os PCN destacam a relevância de integrar a história da matemática ao processo de ensino-aprendizagem, reforçando seu potencial como recurso pedagógico. Essa abordagem busca apresentar a matemática como uma construção humana, profundamente ligada às práticas culturais e sociais, desmistificando a visão de que a disciplina é composta apenas por fórmulas e conceitos prontos e imutáveis.

De acordo com os PCN de Matemática:

A história da matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais desenvolvidos diante desse conhecimento. (Brasil, 1998, p. 42).

Essa orientação evidencia como a história da matemática pode contribuir para uma abordagem contextualizada do ensino, rompendo com práticas que limitam a disciplina à memorização de regras e procedimentos. Ao apresentar os conceitos matemáticos como produtos de problemas concretos enfrentados pelas sociedades ao longo do tempo, os professores têm a oportunidade de mostrar aos alunos que a matemática está profundamente enraizada na realidade cultural e histórica.

Por exemplo, ao ensinar geometria, os professores podem introduzir a história da medição de terras no Egito Antigo, prática que levou ao desenvolvimento de conceitos fundamentais dessa área. Essa abordagem não apenas humaniza a matemática, mas também amplia a compreensão dos alunos sobre o papel da disciplina na evolução das civilizações.

Os PCN sugerem que:

Conceitos envolvidos em conexão com sua história específica, veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A história da matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural. (Brasil, 1998, p. 43).

Essa perspectiva não se limita a apresentar a matemática como um conjunto de ferramentas, mas como uma linguagem cultural que reflete os valores e necessidades das sociedades que a realizam. Assim, ao conectar os conceitos matemáticos à sua história, os professores podem promover um aprendizado mais relevante.

Os PCNs também destacam a importância de incluir a história da matemática na formação inicial e continuada dos professores. Segundo o documento:

O conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação dos professores para que tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (Brasil, 1998, p. 30).

Entretanto, muitos professores enfrentam dificuldades para implementar essa abordagem em sala de aula. Entre os desafios estão a falta de materiais didáticos específicos, a ausência de formação acadêmica para o uso da história da matemática e a pressão por cumprimento de cronogramas rígidos que priorizam o ensino técnico da disciplina. Essas dificuldades limitam a aplicação prática das recomendações dos PCNs, evidenciando a necessidade de políticas públicas que incentivem a capacitação dos professores e a produção de recursos pedagógicos adequados.

Silva (2010) argumenta que a formação dos professores deve integrar tanto o conhecimento histórico quanto o social dos conceitos matemáticos, possibilitando que eles utilizem a história da matemática de maneira reflexiva. Essa formação deve priorizar a habilidade de conectar os conteúdos matemáticos às realidades culturais dos alunos, promovendo uma aprendizagem que humanize a disciplina.

A integração da história da matemática ao ensino não deve ser vista apenas como um enriquecimento curricular, mas como uma estratégia pedagógica que pode transformar a maneira como os alunos percebem e aprendem a disciplina.

Essa abordagem permite que os alunos compreendam esse campo do saber como algo em constante transformação, influenciado pelos contextos históricos e sociais. Ao explorar essas histórias, os professores podem evidenciar o papel do conhecimento numérico

e geométrico na resolução de problemas complexos, incentivando o desenvolvimento do pensamento investigativo.

Além disso, o uso da história dos saberes matemáticos pode contribuir para uma educação mais inclusiva, ao valorizar diferentes tradições culturais. O estudo dos sistemas de numeração indígenas, africanos e asiáticos, por exemplo, não apenas amplia a visão dos alunos sobre a diversidade dos conhecimentos humanos, mas também fortalece o reconhecimento das contribuições de distintos povos para sua constituição ao longo do tempo.

Uma das aplicações práticas das recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) é o uso de espaços interativos, como o Museu Matemático, para ensinar conceitos históricos e culturais. Esse tipo de ambiente permite que os estudantes explorem de forma concreta a trajetória desses conhecimentos, manipulando objetos e participando de atividades que os conectam às suas origens culturais e sociais. Por exemplo, uma exposição sobre as técnicas de navegação utilizadas pelos fenícios pode introduzir noções de trigonometria, enquanto uma seção dedicada à construção de pirâmides no Egito pode servir como ponto de partida para o trabalho com a geometria.

Essa experiência prática permite que os alunos desenvolvam não apenas uma compreensão mais profunda dos conceitos, mas também uma apreciação da matemática como uma linguagem universal, moldada pelas realidades históricas.

A história da matemática, conforme os PCN, oferece um caminho para tornar o ensino mais dinâmico e contextualizado. Essa abordagem pode preparar os estudantes para enfrentar desafios do mundo contemporâneo, valorizando a diversidade cultural e promovendo uma educação matemática que é ao mesmo tempo humanizadora.

2.2.1 O Ensino Desenvolvidor e a Formação do Pensamento Teórico

Aprender não é um processo isolado, mas uma jornada compartilhada que se desenvolve em meio às interações sociais e culturais. Essa é a proposta central da teoria do Ensino Desenvolvidor, fundamentada nas ideias de Lev Vigotski, que propõe o aprendizado como um processo dinâmico, profundamente influenciado pelo contexto sociocultural. O desenvolvimento cognitivo, nessa perspectiva, é entendido como uma preocupação social, construída a partir de interações entre o indivíduo, o ambiente e as práticas culturais.

Para Vigotski, o desenvolvimento humano ocorre por meio da interação com o meio social e cultural. Cada indivíduo carrega um “mapa do mundo”, que é transformado e

enriquecido continuamente pelas experiências e pelas trocas interpessoais. Um dos conceitos mais importantes da teoria vigotskiana é a Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI), que representa a distância entre o que o aluno já sabe realizar de forma independente e o que ele pode alcançar com o auxílio de um mediador mais experiente, como um professor ou colega. Essa zona é um terreno fértil para o aprendizado, onde o professor atua como guia, oferecendo suporte e estímulos que permitem ao aluno alcançar seu potencial máximo.

Tradicionalmente, o termo em russo zona *blijaichego razvitia* foi traduzido para o português como "Zona de Desenvolvimento Proximal" (ZDP). No entanto, Prestes (2010) argumenta que essa tradução não reflete com precisão o sentido original, pois "proximal" sugere apenas proximidade física, enquanto "iminente" enfatiza o caráter de potencialidade e transformação inerente ao aprendizado. Prestes destaca que o termo "Zona de Desenvolvimento Iminente" captura de maneira mais adequada a essência do conceito vigotskiano, ressaltando o aspecto dinâmico do aprendizado e a ideia de que o desenvolvimento está "prestes a se concretizar".

Essa mudança terminológica tem implicações expressivas para a interpretação e aplicação da teoria de Vigotski, pois reflete uma compreensão mais profunda do papel da mediação e da interação social no desenvolvimento cognitivo. Ao adotar o termo "Zona de Desenvolvimento Iminente", educadores e pesquisadores são convidados a enxergar o aprendizado como um processo de transformação contínua, que conecta o potencial do aluno às possibilidades do ambiente.

Para que o aprendizado seja realmente desenvolvimental, ele deve estar conectado à realidade dos alunos, às suas experiências e ao contexto cultural. O professor, nesse sentido, desempenha o papel de mediador, utilizando recursos e estratégias que dialogam com a diversidade cultural da turma e estimulam a participação colaborativa. Histórias, tradições e práticas sociais tornam-se ferramentas para a construção do conhecimento, funcionando como pontes que conectam o mundo interior do aluno ao mundo exterior, repleto de oportunidades de aprendizado.

A abordagem histórico-cultural, desenvolvida por Vigotski, entende a sala de aula como um espaço de diálogo e interação, onde o professor guia os alunos em uma jornada de descoberta e construção conjunta do conhecimento. Nesse ambiente, o aprendizado não é apenas uma aquisição de informações, mas uma experiência transformadora, capaz de promover o desenvolvimento individual e social.

A Teoria Histórico-Cultural de Vigotski, profundamente influenciada pelo materialismo histórico-dialético de Karl Marx, enfatiza o papel central do contexto social e

cultural no desenvolvimento humano. Para Vigotski, as funções mentais superiores, como a abstração, o raciocínio lógico e a linguagem, são moldadas pelas condições materiais de existência e pelas interações sociais. Essa visão dialética destaca que o desenvolvimento humano não é linear ou determinado exclusivamente pela biologia, mas é mediado pelas práticas culturais e pelas relações sociais.

O materialismo histórico-dialético enquanto base epistemológica da Teoria Histórico-Cultural, considera o trabalho como uma dimensão ontológica fundamental da vida humana. Marx demonstra que o ser humano transcende suas determinações naturais pelo meio do trabalho, construindo conscientemente a realidade e criando sociabilidade. Diferentes condições materiais de existência geram diferentes formas de consciência, o que leva à reflexão: que tipo de sujeito queremos ajudar a formar? A resposta está na formação de sujeitos críticos, capazes de compreender e transformar a realidade. Essa perspectiva exige que a educação vá além da simples transmissão de conteúdos, promovendo o desenvolvimento de uma consciência crítica que permita aos indivíduos questionar e reconfigurar o mundo em que vivem.

A didática desenvolvimental, fundamentada nas teorias de Vigotski e Davídov, busca promover um aprendizado que estimule o pensamento teórico e crítico, formando alunos capazes de compreender e atuar sobre a realidade de forma reflexiva. Davídov (1989) destaca que o Ensino Desenvolvimental deve envolver os alunos em atividades que exijam análise, planejamento e reflexão, promovendo mudanças qualitativas na maneira como eles pensam e agem.

No entanto, a concretização dessa abordagem no Brasil enfrenta desafios expressivos, como a prevalência de políticas neoliberais que priorizam a avaliação quantitativa e a instrumentalização do conhecimento. Para superar esses obstáculos, é necessário compensar currículos, metodologias de ensino e práticas avaliativas, alinhando as políticas educacionais com os princípios de uma educação que valorize o desenvolvimento integral dos estudantes.

Um elemento central da Teoria Histórico-Cultural é a linguagem, considerada por Vigotski como a principal ferramenta para a construção do pensamento e da consciência humana. Mais do que um simples meio de comunicação entre indivíduos, a linguagem é vista como um instrumento mediador essencial para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, como a abstração, o raciocínio lógico e o pensamento teórico.

Vigotski (2001) destaca que, por meio da linguagem, os indivíduos conseguem organizar suas experiências, dar ao mundo ao seu redor e construir conhecimentos que vão além da percepção imediata. Através dela, os conceitos emergem, evoluem e ganham complexidade, permitindo ao ser humano não apenas reagir ao ambiente, mas também transformá-lo de forma

consciente.

O papel da linguagem no desenvolvimento humano não se restringe à aquisição de vocabulário ou habilidades comunicativas. Para Vigotski, ela é uma base para a formação de conceitos, pois possibilita a abstração e a generalização de características da realidade. O processo de desenvolvimento conceitual é gradual e interativo, coexistindo quando o indivíduo, ao interagir com o mundo e com outros seres humanos, abstrai elementos particulares dos objetos e características, organizando-os em categorias mais amplas e complexas. Essa capacidade de generalização é o que diferencia as funções psicológicas superiores humanas das funções psicológicas básicas presentes em outros animais.

Além disso, Vigotski ressalta que a linguagem é uma ferramenta social, criada e compartilhada coletivamente ao longo da história humana. Ela carrega o legado cultural de diferentes gerações, funcionando como um veículo para a transmissão de conhecimentos, valores e práticas culturais. Nesse sentido, o desenvolvimento do pensamento humano está intimamente ligado ao contexto social e histórico em que o indivíduo está inserido.

A linguagem, ao ser utilizada em interações sociais, não conecta apenas os indivíduos ao seu ambiente, mas também possibilita a internalização de conhecimentos e experiências culturais, que se tornam parte integrante da estrutura cognitiva de cada pessoa.

Outro aspecto relevante é o papel da linguagem no processo de mediação. Segundo Vigotski, a mediação simbólica por meio da linguagem é o que permite aos indivíduos se apropriarem do conhecimento acumulado pela humanidade. É por meio das palavras, dos símbolos e dos significados compartilhados que os sujeitos refletem sobre suas próprias ações e reorganizam seus pensamentos. Essa capacidade reflexiva, viabilizada pela linguagem, é essencial para o desenvolvimento do pensamento teórico, que transcende a mera experiência prática e possibilita a compreensão abstrata e profunda das aparências. Na educação, a linguagem desempenha um papel ainda mais crucial. É a principal ferramenta utilizada pelos professores para mediar o aprendizado, orientar os alunos na construção do conhecimento e promover a formação de conceitos científicos.

Enquanto os conceitos espontâneos, formados a partir das experiências cotidianas, emergem de maneira empírica e desorganizada, os conceitos científicos, desenvolvidos por meio da linguagem no contexto escolar, envolvem um nível mais elevado de abstração e sistematização. Essa interação entre os conceitos espontâneos e científicos é fundamental para o desenvolvimento cognitivo, permitindo que o aluno transite do pensamento empírico para o pensamento teórico. Vigotski também enfatiza que o processo de internalização da linguagem não significa a simples repetição do que é ouvido ou ensinado. Pelo contrário, ele envolve uma

fonte de significados, que são reinterpretados e ressignificados por um indivíduo com base em suas experiências e no contexto sociocultural em que está inserido. Assim, a linguagem é um espaço de criação e inovação, permitindo que cada sujeito construa suas próprias formas de compreender e interagir com o mundo.

Por fim, ao considerar a linguagem como um instrumento essencial para a construção do pensamento e da consciência, a Teoria Histórico-Cultural desafia abordagens educativas que tratam a comunicação apenas como uma ferramenta técnica ou acessória. Em vez disso, ela enfatiza a importância de práticas pedagógicas que valorizam a interação verbal, o diálogo e a exploração de significados. A linguagem, nesse sentido, não é apenas um meio de ensino, mas o próprio alicerce sobre o que se constrói o aprendizado e o desenvolvimento humano.

Essa visão transforma a sala de aula em um espaço privilegiado para o desenvolvimento das funções mentais superiores, destacando o papel do professor como mediador do aprendizado. A mediação pedagógica, quando bem estruturada, permite que os alunos avancem do pensamento, conectando os conceitos escolares às suas experiências culturais e sociais. A educação, na perspectiva histórico-cultural, transcende a mera preparação técnica para o mercado de trabalho, assumindo um papel essencial na formação de cidadãos críticos, criativos e socialmente esclarecidos, capazes de compreender e transformar a realidade em que vivem. Essa abordagem rejeita a visão redutora de ensino como um processo mecanizado e instrumental, centrado apenas na memorização de conteúdo ou no treinamento de habilidades práticas.

Para Vigotski e Davíдов, a verdadeira educação é aquela que promove o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, como a análise, a síntese, a abstração e o pensamento teórico, permitindo aos alunos compreenderem o mundo de forma mais profunda e atuarem como agentes de transformação social.

Davíдов (2008) enfatiza que o Ensino Desenvolvimental vai além do simples domínio de conteúdos específicos, buscando estimular a autonomia intelectual e a capacidade de autotransformação dos estudantes. Nesse contexto, a aprendizagem deixa de ser um objetivo em si mesmo para se tornar um meio de promover mudanças qualitativas no modo de pensar e agir dos indivíduos. A autonomia intelectual, tão valorizada por essa perspectiva, não se resume à capacidade de resolver problemas técnicos, mas está ligada à habilidade de questionar, refletir e reconfigurar os próprios conhecimentos à luz das mudanças sociais e históricas. Além disso, a educação desenvolvimental busca criar condições para que os alunos se sintam como agentes ativos de sua própria história, inseridos em contextos socioculturais específicos, e compreendam o impacto de suas ações no coletivo. Isso envolve não apenas a formação de

habilidades críticas e reflexivas, mas também a construção de valores éticos e sociais, como a solidariedade, a responsabilidade e o compromisso com a transformação das condições de vida.

Essa visão contrasta com modelos educacionais tecnocráticos ou neoliberais, que frequentemente se concentram na educação à lógica do mercado e à busca pela eficiência produtiva. Ao promover a autotransformação, o Ensino Desenvolvidor também regula o papel dos estudantes no processo educativo. Em vez de serem vistos como receptores passivos de informações, os alunos são incentivados a se envolverem de maneira colaborativa com o conhecimento, assumindo uma postura de protagonismo na construção de saberes. Essa abordagem, além de fomentar o desenvolvimento cognitivo, contribui para a formação de sujeitos críticos que compreendem a educação como um meio de atuação consciente na sociedade.

Por fim, mais do que uma instituição que transmite conteúdos, a escola torna-se um espaço de diálogo, reflexão e transformação, onde os alunos são preparados não apenas para atuar no mundo, mas também para questioná-lo e transformá-lo. Assim, a educação, ao assumir uma função emancipadora, prepara os indivíduos para participar na construção de uma sociedade mais justa, democrática e solidária. Esta abordagem apresenta-se como uma resposta às demandas de um mundo em constante transformação, oferecendo uma alternativa ao modelo tradicional de ensino, que muitas vezes se limita à memorização de conteúdos. Ao valorizar a interação social, a mediação pedagógica e a construção coletiva do conhecimento, o Ensino Desenvolvidor contribui para a formação de sujeitos conscientes e comprometidos com a construção de uma sociedade mais justa.

A teoria do Ensino Desenvolvidor e a Teoria Histórico-Cultural oferecem uma base sólida para compensar a prática educativa, destacando a importância da interação social, da mediação pedagógica e da historicidade no processo de aprendizagem. Ao compreender que o desenvolvimento humano é inseparável do contexto sociocultural, os educadores podem construir práticas que promovam o pensamento crítico, a autonomia intelectual e a transformação social, formando sujeitos capazes de atuar de maneira consciente e transformadora no mundo.

Vigotski (2007) afirma que o desenvolvimento conceitual é um processo gradual, no qual o indivíduo abstrai características específicas dos objetos e as organiza em categorias gerais, construindo assim generalizações mais complexas. Esse processo é intensamente influenciado pelo contexto social, uma vez que os significados atribuídos aos conceitos são moldados pelas interações culturais e históricas.

Além disso, a linguagem é uma ferramenta social criada e compartilhada

coletivamente, transmitindo o legado cultural de diferentes gerações. Ela não conecta apenas os indivíduos ao ambiente social, mas também possibilita a internalização de conhecimentos e experiências culturais, transformando-os em parte da estrutura cognitiva de cada pessoa. Esse processo de internalização é dinâmico e dialético, permitindo que o indivíduo reconstrua os significados e crie novas formas de compreender o mundo.

Prestes (2010), ao discutir a importância da linguagem na perspectiva vigotskiana, destaca que o processo de internalização não é passivo. Pelo contrário, os alunos reinterpretaram os significados com base em suas vivências e contextos socioculturais, atribuindo novas nuances aos conceitos ensinados. Essa ressignificação contínua torna a linguagem uma ferramenta dinâmica, que possibilita tanto a reprodução quanto a inovação do conhecimento.

2.2.2 O Papel da Interação Social, ZDI e Mediação na Aprendizagem

A mediação pedagógica como já esclarecemos, constitui um dos pilares centrais dessa abordagem, fundamentando-se no conceito de Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI), proposto por Lev Vigotski (2007). Nesse intervalo, representa-se um campo dinâmico de possibilidades, no qual a aprendizagem ocorre de forma mais efetiva, pois o aluno é desafiado a superar suas limitações atuais com o apoio adequado. Nesse contexto, o professor enquanto mediador, atuando como um facilitador que oferece suporte, estímulos e ferramentas necessárias para que o aluno avance em seu processo de aprendizagem. Vigotski (2007) enfatiza que, por meio da interação social e da mediação, o aluno internaliza conceitos e habilidades, transformando-os em ferramentas para o pensamento autônomo.

A ZDI, portanto, não é apenas um conceito teórico, mas uma prática pedagógica que exige do professor uma atuação intencional e sensível às necessidades dos alunos. O mediador deve identificar as potencialidades de cada estudante, oferecendo desafios que estejam além de sua capacidade atual, mas dentro de seu alcance com o apoio adequado.

Além disso, a ZDI reforça a ideia de que o desenvolvimento cognitivo não ocorre de forma isolada, mas é profundamente influenciado pelo contexto social e cultural. A mediação pedagógica, nesse sentido, não se restringe ao ambiente escolar, mas pode ser ampliada para outras interações sociais, como a colaboração entre pares e o diálogo com a comunidade. Essa perspectiva ressalta a importância de uma educação que valorize a diversidade de experiências e conhecimentos, promovendo uma aprendizagem que seja ao mesmo tempo interpessoal e

intrapessoal.

A Zona de Desenvolvimento Iminente fornece aos psicólogos e educadores uma ferramenta para compreender o processo interno de desenvolvimento. Utilizando este método, podemos entender não apenas os ciclos de maturação já concluídos, mas também aqueles que estão em andamento, ou seja, que estão apenas começando a amadurecer e se desenvolver. Assim, a ZDI nos permite traçar o futuro imediato da criança e seu estado dinâmico de desenvolvimento, fornecendo acesso não apenas ao que já foi realizado no desenvolvimento, mas também ao que está em processo de maturação (Vigotski, 2007, p. 98).

Essa perspectiva amplia a visão tradicional do papel do professor, exigindo que ele compreenda as potencialidades específicas de cada aluno para instruções planejadas que favoreçam o progresso cognitivo e social. Prestes (2010) reforça que a ZDI é o núcleo da prática pedagógica vigotskiana, pois é nela que o professor pode intervir de forma expressiva, ajudando o aluno a superar desafios e avançar em seu desenvolvimento cognitivo.

Para Vigotski (2001), o desenvolvimento cognitivo é indissociável do contexto sociocultural, sendo moldado por meio de interações sociais e pela internalização de instrumentos simbólicos, como a linguagem. A mediação pedagógica, nesse sentido, não se limita à transmissão de conhecimentos, mas envolve a criação de um espaço de diálogo e interação em que os alunos possam construir coletivamente o saber. Segundo Oliveira (2002), a linguagem é um mediador central no processo educativo, pois é por meio dela que o professor organiza o conteúdo de forma a torná-lo acessível aos alunos.

Os signos e símbolos, como a linguagem falada, a escrita e os números, são fundamentais nesse processo. Vigotski (2001) argumenta que os signos não são apenas auxiliares na resolução de problemas. Eles também organizam o comportamento do indivíduo, transformando as funções mentais superiores em sistemas estruturados que refletem as relações sociais. Essa visão destaca que as interações sociais são o alicerce para o desenvolvimento das funções mentais superiores, como o pensamento abstrato, a memória voluntária e o planejamento.

Assim a interação social é o veículo primordial para a transmissão dinâmica do conhecimento social, histórico e culturalmente construído. Essa interação transforma as relações sociais em processos psicológicos internos, permitindo ao indivíduo internalizar e ressignificar os conhecimentos compartilhados. Vigotski (1989) enfatiza que as interações sociais requerem, no mínimo, a presença de duas pessoas.

Além disso, a mediação na Zona de Desenvolvimento Iminente exige que o professor

identifique os estágios de desenvolvimento de cada aluno e forneça intervenções específicas, desafiando-os de forma acessível. Davídov (2008) enfatiza que essa prática não apenas promove a aquisição de novos conhecimentos, mas também desenvolve habilidades metacognitivas.

Luria (1988) reforça que a mediação é um processo fundamental na adaptação do indivíduo às estruturas do mundo externo:

Tudo o que percebemos do mundo é percebido de maneira estruturada, ou seja, como um padrão de estímulos. Nós reagimos e nos adaptamos a esses estímulos externos e, na verdade, todo o nosso comportamento é essencialmente uma adaptação às diferentes estruturas do mundo exterior (Luria, 1988, p. 86).

Essa visão ressalta que o aprendizado ocorre em um processo contínuo de interação entre o indivíduo, o ambiente e os mediadores culturais.

A teoria histórico-cultural de Vigotski destaca que a aprendizagem não é um processo isolado, mas um aspecto profundamente social e mediado. O papel do professor-mediador na Zona de Desenvolvimento Iminente é fundamental para promover o desenvolvimento integral dos alunos, conectando-se a novos conhecimentos e desenvolvendo potencialidades em realizações concretas. Por meio da mediação e da interação social, o aprendizado se torna uma ferramenta para a emancipação, permitindo que os alunos não apenas compreendam o mundo ao seu redor, mas também sejam agentes de sua transformação.

No Ensino Desenvolvidor, o professor não ocupa a posição tradicional de mero transmissor de conteúdos prontos, mas atua como mediador do processo de aprendizagem, orientando os alunos em atividades que os desafiem a transitar do pensamento empírico para o pensamento teórico. Essa mediação exige intencionalidade pedagógica, domínio teórico e sensibilidade para identificar a Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI) de cada estudante. Em contraste, o professor tradicional tende a organizar o ensino de forma linear e prescritiva, priorizando a memorização e a reprodução de conteúdos, o que limita a participação ativa e a formação de conceitos científicos. Como destaca Davídov (1988), a mediação no Ensino Desenvolvidor está centrada na organização de tarefas que promovem análise, generalização, abstração e reflexão crítica, enquanto no ensino tradicional a ênfase recai sobre a resolução mecânica de exercícios e a aprovação em avaliações. Assim, a figura do professor mediador assume um papel formativo e emancipador, criando condições para que os alunos se apropriem ativamente do conhecimento e avancem qualitativamente em seu desenvolvimento

cognitivo.

2.3 O Experimento Didático-Formativo: Aplicações da Teoria do Ensino Desenvolvimental

A obra de Lev Semenovich Vigotski (1989) representa um avanço crucial na compreensão da gênese e do desenvolvimento das funções psicológicas superiores, ao desvendar as complexas interações entre cultura, história e indivíduo. Vigotski, em colaboração com outros renomados pesquisadores, como Alexander Romanovich Luria (1986), Vasili V. Davídov (1988) e Alexei Nikolaievich Leontiev (2001), desenvolveu a Teoria Histórico-Cultural, que propõe que a complexidade da estrutura humana é moldada por processos históricos e sociais, sendo fruto da interação dinâmica entre a história individual e a coletiva. Essa teoria rompe com visões reducionistas do desenvolvimento humano, que priorizam apenas aspectos biológicos ou individuais, e enfatiza o papel central da mediação cultural na formação da consciência e do pensamento.

A teoria de Vigotski (1989) destaca que o desenvolvimento humano é resultado de um fluxo constante de interações entre o sujeito, a sociedade e a cultura, mediado por instrumentos simbólicos, como a linguagem, os números e os sistemas de signos. Nessas interações, os indivíduos não apenas compartilham, mas também internalizam o conhecimento cultural acumulado ao longo do tempo, transformando-o em ferramentas para o pensamento e a ação. Como afirma Oliveira (1997), os signos e sistemas simbólicos, ao serem internalizados, estruturam e controlam o comportamento individual, permitindo a emergência das funções psicológicas superiores, como a memória voluntária, a atenção dirigida e o pensamento abstrato. Essas funções não surgem de forma isolada ou espontânea, mas são construídas socialmente por meio de processos de mediação que ocorrem em um ambiente culturalmente organizado.

A aplicação da teoria vigotskiana no ensino, contudo, exige uma análise criteriosa dos métodos pedagógicos e dos conteúdos curriculares. Davídov (1988), ao aprofundar os estudos de Vigotski (1989), argumenta que é fundamental superar o conhecimento empírico, que se baseia em atributos superficiais e isolados, e avançar para níveis de abstração e generalização que possibilitem a formação de conceitos científicos. Isso significa que o ensino deve ir além das aparências imediatas e particulares dos objetos de estudo, priorizando a compreensão de suas bases teóricas e das relações internas que os constituem. Davídov critica a abordagem tradicional, que frequentemente se limita à memorização de fatos e fórmulas, sem

promover uma compreensão ampla dos conceitos.

Nesse sentido, Saviani (2019) complementa essa ideia ao criticar a lógica formal, que transforma elementos particulares em representações do real e soma partes isoladas para construir totalidades. Essa perspectiva, segundo ele, é incapaz de penetrar nas relações internas e externas que definem os objetos e suas representações. Consequentemente, o conceito gerado por essa lógica permanece restrito à conexão superficial entre palavras e objetos, sem alcançar níveis mais profundos de abstração teórica. Para Saviani, a educação deve promover uma compreensão dialética da realidade, que permita aos alunos transcender o pensamento concreto e alcançar uma visão maior dos fenômenos estudados.

A formação de conceitos científicos, portanto, exige uma abordagem pedagógica que vá além do domínio do pensamento empírico, como descrito por Vigotski (1989). Isso demanda uma transformação radical no ensino tradicional, priorizando práticas que promovam a generalização e a sistematização do conhecimento. Nesse contexto, a teoria do Ensino Desenvolvimental, proposta por Davídov, oferece um arcabouço teórico-metodológico que orienta a organização do ensino para favorecer o aprendizado e o desenvolvimento das capacidades cognitivas.

Davídov (1989) contribui com a estruturação do Ensino Desenvolvimental ao propor a organização do conteúdo escolar por meio de "tarefas de estudo", que conectam os objetivos da aprendizagem às condições necessárias para alcançá-los. Essas tarefas não se limitam à execução de atividades práticas, mas incluem a exploração de conceitos teóricos e a aplicação de conhecimentos em diferentes contextos. A "tarefa de estudo", nesse sentido, representa um conjunto de atividades que desafiam os alunos a realizar modificações cognitivas, conectando teoria e prática. Por exemplo, em uma tarefa sobre energia mecânica, os alunos podem ser desafiados a investigar como a energia potencial se transforma em energia cinética em um sistema de rampas e objetos, utilizando ferramentas matemáticas para modelar e analisar o fenômeno.

Essas tarefas de estudo são compostas por ações específicas, estruturadas para promover o desenvolvimento de habilidades cognitivas avançadas e a formação de conceitos teóricos. Davídov (1988) descreve seis etapas fundamentais para o desenvolvimento dessas tarefas: *(1) transformação dos dados da tarefa, (2) modelagem das relações encontradas, (3) estudo das propriedades do modelo, (4) resolução de tarefas relacionadas, (5) monitoramento das ações realizadas e (6) avaliação do processo de aprendizagem*. Essas etapas formam a base da prática pedagógica desenvolvimental, enfatizando a importância de atividades que promovam a abstração teórica.

O Ensino Desenvolvidor, fundamentado na Teoria Histórico-Cultural de Vigotski, oferece uma abordagem inovadora para a educação, ao integrar teoria e prática em um processo dinâmico e interativo. Essa perspectiva não apenas amplia o potencial cognitivo dos alunos, mas também promove a formação de sujeitos críticos, capazes de compreender e transformar a realidade em que vivem. Ao focar na formação de conceitos científicos e no desenvolvimento das funções psicológicas superiores, o Ensino Desenvolvidor reflete o compromisso com uma educação que transcende a mera transmissão de conhecimentos, preparando os indivíduos para atuar de forma transformadora na sociedade.

Davídov (1988) propõe a execução de seis atividades de estudo fundamentais para que o aluno alcance as metas predefinidas para a tarefa de estudo.

Primeira ação: Transformação dos Dados da Tarefa e Identificação da Relação Universal do Objeto. A primeira ação delineada por Vasili V. Davídov em sua abordagem do Ensino Desenvolvidor é a transformação dos dados da tarefa e a identificação da relação universal do objeto estudado. Essa etapa constitui o alicerce do processo de ensino, uma vez que direciona os alunos a compreenderem as bases teóricas que estruturam o objeto de estudo, superando a simples observação de suas características superficiais.

O objetivo central dessa ação é guiar os alunos na busca pela relação essencial que define o objeto e que está presente em todas as suas manifestações. Essa relação universal é entendida como a base genética do conceito teórico do objeto, ou seja, a origem e o fundamento que explicam todas as suas propriedades e peculiaridades. A descoberta dessa relação permite que os alunos avancem de um nível empírico, limitado à percepção direta, para um nível teórico, que possibilita a abstração e a generalização.

A transformação dos dados da tarefa exige que os alunos reinterpretem as informações iniciais apresentadas pelo professor, questionando suas percepções imediatas e explorando novas formas de compreender o objeto de estudo. Esse processo envolve uma análise crítica dos dados, em que os estudantes são estimulados a examinar com profundidade os elementos da tarefa, buscando padrões, relações e possíveis contradições que revelem aspectos mais complexos do objeto em questão. A partir dessa análise, o professor propõe uma formulação de perguntas que instigam os alunos a romper com o senso comum, desafiando-os a construir explicações mais amplas e fundamentadas. Nesse percurso, os estudantes também passam a reconhecer relações que, embora não sejam evidentes de imediato, se revelam significativas quando o objeto é observado em sua totalidade, ampliando assim sua compreensão e capacidade investigativa.

Identificar a relação universal significa descobrir o vínculo essencial que confere

sentido ao objeto estudado e que serve como ponto de partida para a formação do conceito teórico. Essa etapa é crucial porque transforma a compreensão dos alunos, permitindo-lhes ver o objeto não apenas como uma coleção de atributos isolados, mas como um todo integrado.

O professor desempenha um papel fundamental nessa etapa ao mediar o processo de descoberta dos alunos. Ele não fornece diretamente a resposta, mas orienta a análise, propõe desafios e utiliza recursos pedagógicos que estimulem o pensamento crítico. Além disso, o professor organiza situações de aprendizagem que possibilitem aos alunos experimentarem, observarem e discutirem o objeto de estudo de diferentes perspectivas.

Ao identificar a relação universal do objeto, os alunos desenvolvem habilidades cognitivas fundamentais, como a capacidade de abstração, generalização e pensamento sistêmico. Essa ação inicial não apenas prepara o terreno para as etapas seguintes do Ensino Desenvolvidor, mas também promove uma compreensão mais profunda e teórica dos conceitos, conectando-os a um contexto mais amplo.

A primeira ação proposta por Davídov é essencial para estabelecer as bases de um ensino que transcenda o conhecimento superficial e imediato. Por meio da transformação dos dados da tarefa e da identificação da relação universal do objeto, os alunos são capacitados a desenvolver um entendimento teórico, que lhes permite não apenas resolver problemas específicos, mas também aplicar o conhecimento de maneira crítica em situações diversas. Esse processo é o ponto de partida para uma educação que forma sujeitos autônomos e reflexivos, capazes de compreender e transformar a realidade em que vivem.

Segunda ação: Modelação da relação universal na unidade das formas objetual, gráfica ou por meio de letras. Consiste na criação de um modelo representativo da relação universal, expresso em forma literal, gráfica ou objetivada, que será utilizado posteriormente na análise do objeto. A segunda ação proposta por Vasili V. Davídov no Ensino Desenvolvidor, intitulada "modelagem da relação universal encontrada", é um passo essencial no processo de aprendizagem que busca traduzir conceitos teóricos abstratos em representações concretas, acessíveis e sistemáticas. Essa etapa permite que os alunos compreendam, manipulem e aprofundem seu entendimento sobre a relação principal do objeto estudado, conectando-a a um modelo que pode ser utilizado em análises posteriores.

A modelagem desempenha um papel crucial ao oferecer diferentes formas de representar a relação universal, como representações objetivadas, gráficas ou literais. O modelo objetivado pode incluir o uso de objetos concretos ou materiais manipuláveis que traduzem a essência do conceito; o modelo gráfico utiliza diagramas, esquemas ou outros recursos visuais para ilustrar a relação de maneira clara e didática; já o modelo literal apresenta a relação de

forma textual ou simbólica, sistematizando-a por meio de linguagem verbal ou matemática.

Para que a modelagem seja efetiva, o professor assume o papel de mediador, orientando os alunos na construção de representações que não apenas expliquem a relação, mas que também permitam sua manipulação e exploração. A escolha do formato da modelagem depende do contexto da tarefa e do nível de compreensão dos alunos, com o objetivo de criar uma ponte entre o abstrato e o concreto, facilitando o entendimento e a aplicação prática do conceito.

A participação dos alunos nesse processo é fundamental. Ao construir os modelos, eles não apenas consolidam o conceito em estudo, mas também desenvolvem habilidades como análise crítica, criatividade e organização. Durante a modelagem, os alunos são incentivados a experimentar diferentes formas de representação, testando e refinando seus modelos em um processo dinâmico que promove o aprendizado. O professor, por sua vez, acompanha essa construção, validando e ajustando os modelos para garantir que representem com precisão a relação universal identificada.

A modelagem é mais do que uma representação estática; ela promove o desenvolvimento cognitivo ao desafiar os alunos a organizar seus pensamentos, avaliar suas escolhas e justificar suas representações.

Ao final, a modelagem da relação universal encontrada cumpre uma função central no Ensino Desenvolvidor: tornar o abstrato compreensível. Ela consolida o aprendizado ao transformar conceitos teóricos em representações práticas que podem ser exploradas, manipuladas e conectadas a novos conhecimentos.

Terceira ação: Transformação do modelo para estudar suas propriedades. A terceira ação proposta por Vasili V. Davíдов no Ensino Desenvolvidor é a "transformação do modelo para estudar suas propriedades". Essa ação é fundamental para aprofundar a compreensão do objeto de estudo, pois permite que os alunos explorem e analisem as características específicas do modelo construído na etapa anterior, identificando como essas propriedades refletem a relação universal do objeto.

Essa transformação consiste em manipular o modelo previamente elaborado para investigar as múltiplas manifestações do conceito representado. Ao realizar essa análise, os alunos são desafiados a descobrir as implicações e variações do modelo em contextos específicos, ampliando sua capacidade de generalização e abstração. Esse processo é essencial para consolidar o pensamento teórico, pois permite que os aprendizes conectem o modelo à realidade e compreendam como ele se aplica a diferentes situações.

Durante essa etapa, a mediação do professor é crucial. Ele orienta os alunos na

manipulação do modelo, incentivando a formulação de hipóteses e a realização de experimentos ou simulações que ajudem a testar e validar as propriedades analisadas. Esse acompanhamento é essencial para garantir que as transformações realizadas no modelo não sejam aleatórias, mas sim baseadas em uma compreensão fundamentada da relação universal que ele representa.

Além disso, essa ação promove o desenvolvimento de habilidades críticas, como análise, síntese e avaliação. Os alunos são levados a interpretar os resultados das transformações realizadas, relacionando-os com os fundamentos teóricos do conceito em estudo. Esse processo fortalece a capacidade de pensar de forma sistemática, preparando os estudantes para resolver problemas complexos e aplicar o conhecimento em situações diversas.

Um aspecto importante dessa ação é a possibilidade de revisitar o modelo inicial à luz das descobertas feitas durante a transformação. Esse movimento de ida e volta entre o modelo e suas propriedades cria um ciclo de aprendizagem dinâmica, no qual os alunos refinam continuamente sua compreensão do conceito. Essa prática reflete a essência do pensamento teórico defendido por Davídov, que valoriza a interação dialética entre o abstrato e o concreto pensado.

A transformação do modelo para estudar suas propriedades é uma etapa que transcende a simples manipulação técnica, pois promove uma compreensão mais conexa dos conceitos. Ela permite que os alunos desenvolvam uma visão ampliada do objeto de estudo, identificando suas múltiplas dimensões e interações. Sob a orientação do professor, os aprendizes não apenas exploram as propriedades do modelo, mas também são incentivados a refletir criticamente sobre seu significado, consolidando o aprendizado e avançando em sua formação intelectual.

Por meio desta ação, os alunos estudam as propriedades da relação universal do objeto como tal, em seu aspecto concreto e não apenas abstrato, extraindo as múltiplas manifestações particulares do objeto.

Quarta ação: Construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral. A quarta ação proposta por Vasili V. Davídov no Ensino Desenvolvimental é a construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral. Essa etapa é central para o desenvolvimento do pensamento teórico, pois orienta os alunos a aplicar o procedimento geral estabelecido nas ações anteriores em uma variedade de situações específicas, consolidando sua compreensão e habilidade de generalizar conceitos.

Essa ação consiste em apresentar aos alunos um conjunto de tarefas que, embora sejam variantes da tarefa inicial, compartilhem a mesma estrutura fundamental. O objetivo é permitir que os aprendizes utilizem o procedimento geral aprendido para resolver diferentes problemas,

evidenciando como o conhecimento teórico pode ser transferido e adaptado a novos contextos. Esse processo fortalece a compreensão das relações universais que estruturam o objeto de estudo, ao mesmo tempo em que amplia a capacidade dos estudantes de aplicar os conceitos de forma contextualizada.

A mediação do professor desempenha um papel essencial nessa etapa. Cabe ao docente selecionar e organizar as tarefas particulares de forma estratégica, garantindo que elas representem variações expressivas, mas que preservem a estrutura do problema inicial. Além disso, o professor deve monitorar o progresso dos alunos, intervindo quando necessário para ajudar a conectar os problemas específicos ao procedimento geral, promovendo assim uma reflexão mais ampla.

Essa ação também promove o desenvolvimento de habilidades cognitivas fundamentais, como análise, abstração e síntese. Ao resolver uma sequência de tarefas particulares, os alunos são desafiados a identificar padrões, reconhecer similaridades estruturais e refinar sua aplicação do procedimento geral. Esse processo fortalece não apenas a competência técnica, mas também a capacidade de transferir e aplicar o conhecimento em situações inéditas.

Outro aspecto expressivo dessa etapa é o estímulo à autonomia intelectual dos estudantes. À medida que eles se envolvem na resolução de tarefas particulares, passam a confiar em sua habilidade de identificar e aplicar o procedimento geral, desenvolvendo uma atitude proativa em relação ao aprendizado. Esse avanço é fundamental para a formação de sujeitos reflexivos, capazes de compreender e enfrentar desafios de maneira independente.

A construção do sistema de tarefas particulares é uma etapa que consolida o aprendizado e prepara os alunos para novos níveis de complexidade. Ao aplicar o procedimento geral em diferentes contextos, eles internalizam o conceito teórico de forma mais profunda, compreendendo suas múltiplas dimensões e possibilidades. Essa prática reflete a essência do Ensino Desenvolvimental proposto por Davídov, que busca formar indivíduos capazes de utilizar o conhecimento de maneira transformadora, contribuindo para seu desenvolvimento intelectual.

Quinta ação - Controle (ou monitoramento) da realização das ações anteriores. O controle, ou monitoramento, da realização das ações anteriores é uma etapa essencial no processo de Ensino Desenvolvimental, conforme proposto por Vasili V. Davídov. Essa ação busca assegurar que todas as operações realizadas ao longo das etapas anteriores tenham sido plenamente executadas e estejam corretas, garantindo, assim, a integridade e a coerência do processo de aprendizagem. Além disso, é um momento em que os alunos são incentivados a

refletir conscientemente sobre suas ações e o percurso cognitivo que trilharam, fortalecendo sua capacidade de análise crítica e metacognição.

Nesse contexto, o monitoramento não se limita a uma simples verificação do resultado final. Trata-se de um processo mais amplo e profundo, que envolve a avaliação das estratégias utilizadas, a identificação de possíveis equívocos e a análise dos passos adotados para solucionar a tarefa. Essa reflexão possibilita aos alunos reconhecerem a lógica subjacente às suas ações, bem como identificar as conexões entre o procedimento geral e os resultados obtidos.

O papel do professor nesse processo é central, pois ele atua como mediador, orientando os alunos na análise de suas ações e promovendo a autocrítica de forma construtiva. O professor pode, por exemplo, estimular os estudantes a explicarem verbalmente os passos que seguiram ou a justificarem suas escolhas metodológicas. Essa prática não só aprimora a clareza dos conceitos, mas também fomenta a autonomia intelectual dos alunos, tornando-os protagonistas de seu processo de aprendizagem.

Além disso, essa etapa favorece o desenvolvimento da metacognição, uma habilidade essencial para o aprendizado teórico. Ao refletirem sobre o que fizeram, como fizeram e por que tomaram determinadas decisões, os alunos desenvolvem a capacidade de monitorar seu próprio pensamento. Essa habilidade é crucial para o Ensino Desenvolvidor, pois prepara os estudantes para enfrentar desafios futuros de maneira independente.

O controle e o monitoramento também ajudam a consolidar a relação entre teoria e prática. Ao revisarem as ações realizadas, os alunos conseguem identificar como os conceitos teóricos foram aplicados na resolução das tarefas e, mais importante, como esses conceitos podem ser generalizados e transferidos para outros contextos. Isso reforça o aprendizado que promova a internalização dos conhecimentos de forma mais extensa.

Outro aspecto relevante é que essa etapa incentiva a criação de uma cultura de aprendizado colaborativo. Ao compartilhar suas reflexões com os colegas, os alunos têm a oportunidade de comparar diferentes perspectivas, enriquecendo sua compreensão do conteúdo e desenvolvendo habilidades de argumentação e escuta.

O monitoramento das ações anteriores desempenha um papel crucial na formação de sujeitos críticos, que não apenas absorvem informações, mas também são capazes de questionar, avaliar e aprimorar continuamente seus conhecimentos.

Sexta ação - Avaliação da solução da tarefa. A avaliação da solução da tarefa é a etapa final no processo de Ensino Desenvolvidor proposto por Vasili V. Davíдов, constituindo um momento crucial para consolidar o aprendizado e verificar a internalização do procedimento

geral. Nessa fase, professor e alunos revisitam os resultados obtidos e avaliam, de forma conjunta, a eficácia e a adequação das estratégias utilizadas durante o processo de resolução.

Essa avaliação não se limita à análise do resultado final da tarefa, mas abrange todo o percurso de aprendizado. O objetivo principal é compreender se os conceitos teóricos foram devidamente assimilados e aplicados pelos alunos. Nesse sentido, a avaliação cumpre uma função formativa, pois permite identificar tanto os avanços alcançados quanto as dificuldades ainda presentes, possibilitando ajustes e intervenções pedagógicas para melhorar o processo.

Um aspecto essencial dessa etapa é a promoção de uma reflexão coletiva e dialogada. O professor estimula os alunos a discutirem suas soluções, argumentarem sobre as escolhas feitas e compararem diferentes abordagens para resolver a tarefa. Por meio desse diálogo, os estudantes têm a oportunidade de validar suas hipóteses, ampliar sua compreensão e reconhecer as potencialidades de suas ações.

Além disso, a avaliação da solução da tarefa oferece uma oportunidade para conectar o procedimento geral aprendido a novos contextos. O professor pode propor variações ou extensões da tarefa inicial, incentivando os alunos a transferirem o conhecimento adquirido para outras situações. Essa prática reforça a compreensão dos conceitos teóricos como ferramentas flexíveis e aplicáveis, em vez de conhecimentos restritos a um único cenário.

A participação dos alunos na avaliação desempenha um papel central na promoção da autonomia intelectual. Ao serem convidados a analisar criticamente suas próprias soluções e as de seus colegas, os estudantes desenvolvem habilidades metacognitivas, aprendendo a monitorar e regular seu próprio processo de aprendizado. Essa prática é fundamental para formar sujeitos reflexivos, capazes de avaliar não apenas os resultados que alcançam, mas também os meios pelos quais chegaram a esses resultados.

O professor, por sua vez, atua como um mediador durante a avaliação, fornecendo orientações e *feedback* construtivo que ajudem os alunos a aprofundar sua compreensão. Esse *feedback* deve ser claro, específico e direcionado tanto para reconhecer os sucessos quanto para apontar áreas de melhoria. Ao fazer isso, o professor reforça a confiança dos alunos em suas capacidades e os motiva a se engajarem em novos desafios.

Outro elemento importante dessa fase é a possibilidade de redefinir os objetivos de aprendizado com base nos resultados da avaliação. O professor pode ajustar as próximas tarefas e intervenções pedagógicas para atender às necessidades específicas dos alunos, garantindo que o ensino continue a ser um processo dinâmico.

A avaliação da solução da tarefa, portanto, não é apenas uma etapa de encerramento, mas um momento de síntese e planejamento. Ela permite consolidar os conhecimentos

adquiridos, fortalecer as conexões entre teoria e prática e preparar os alunos para aplicarem os conceitos aprendidos de forma autônoma em novos contextos. Ao valorizar o diálogo, a reflexão crítica e a coautoria do processo avaliativo, essa etapa contribui para a formação de sujeitos que compreendem o aprendizado como uma construção participativa.

Essas atividades de estudo propostas por Davídov constituem o núcleo da prática pedagógica desenvolvimental, enfatizando a formação de conceitos teóricos e o desenvolvimento das capacidades cognitivas dos alunos. A concretização dessas atividades requer um planejamento cuidadoso por parte do professor, que deve identificar as Zonas de Desenvolvimento Iminente dos alunos e propor desafios adequados que estimulem o desenvolvimento intelectual.

Ao organizar uma tarefa de estudo com ênfase no Ensino Desenvolvimental, é importante considerar o princípio da dimensão social da ampliação do cognitivo humano. Esse princípio diz respeito à internalização dos signos, os quais são construídos no âmbito social através das interações interpessoais que a criança estabelece com os adultos.

2.3.1 O Ensino Desenvolvimental de Davídov para a Formação de Conceitos Científicos

A abordagem teórica desta pesquisa fundamenta-se no Materialismo Histórico-Dialético (MHD), na Teoria Histórico-Cultural e na Teoria do Ensino Desenvolvimental, com destaque para a Teoria da Atividade, que fornece as bases para compreender a dinâmica entre ensino, aprendizagem e desenvolvimento humano. De acordo com Duarte (2010), a construção de uma pesquisa baseada nessas teorias exige um esforço de leitura, estudo e discussão, dada a complexidade dessas perspectivas, que integram as contribuições da psicologia soviética ao pensamento marxista aplicado à educação.

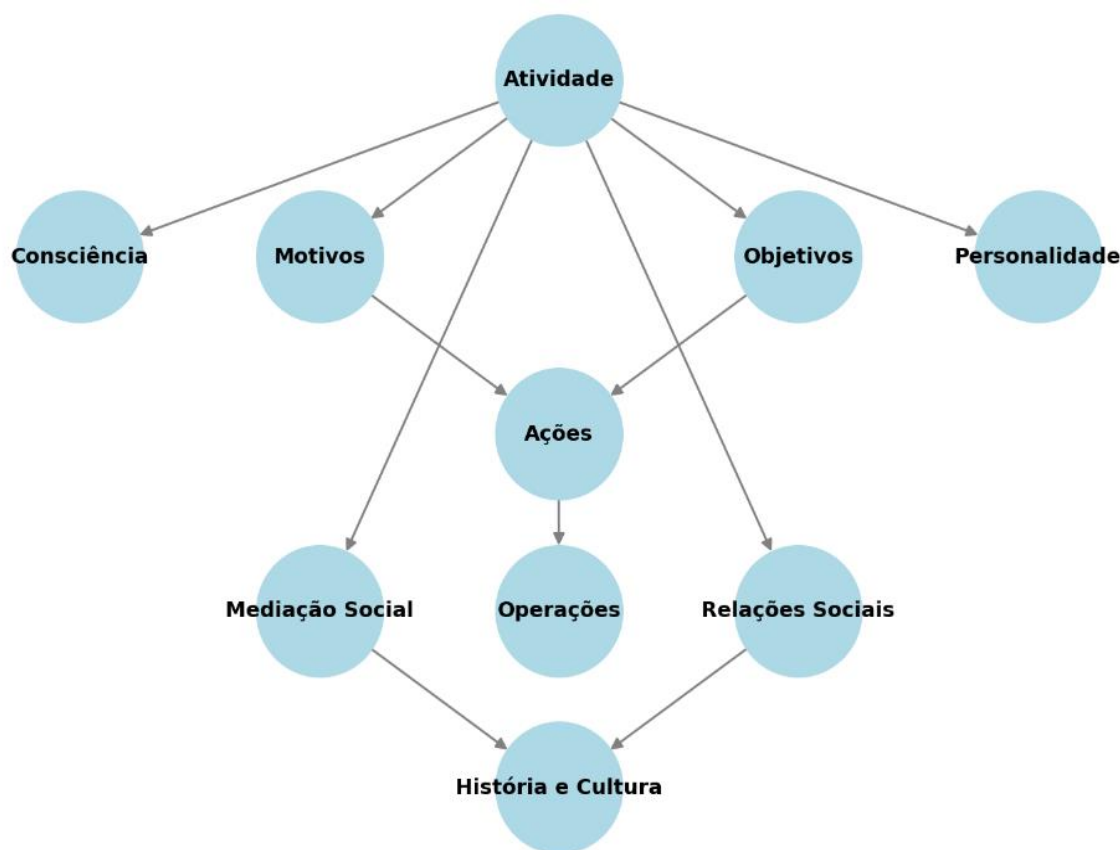
Vasili Vasilievich Davídov, um dos principais continuadores das obras de Vigotski e da psicologia marxista, aprofundou as relações entre o ser social e a realidade externa, utilizando a dialética materialista como base para propor uma metodologia educacional transformadora. Sua Teoria do Ensino Desenvolvimental tem como objetivo central promover uma compreensão dialética do mundo, por meio da construção de conceitos científicos e do desenvolvimento de capacidades cognitivas superiores (Davídov, 1988). Nesse contexto, a Teoria da Atividade, desenvolvida por A. N. Leontiev, desempenha um papel fundamental, pois oferece uma estrutura teórica para entender como a atividade humana, mediada por instrumentos culturais e sociais, impulsiona o desenvolvimento psicológico e a aprendizagem.

A Teoria da Atividade, conforme formulada por Leontiev (2001), postula que a atividade humana é o processo central pelo qual os indivíduos transformam a realidade e, ao mesmo tempo, são transformados por ela. Essa atividade não se limita a ações físicas ou práticas, mas também envolve dimensões teóricas e simbólicas, incluindo a internalização de significados culturais e a externalização de conhecimentos e habilidades. Para Davídov, essa concepção é essencial para o Ensino Desenvolvimental, pois permite compreender como a atividade educativa, quando organizada de forma intencional e dialética, pode promover a formação de conceitos científicos e o desenvolvimento das funções psicológicas superiores.

Para além, Davídov (1989) argumenta que a aprendizagem deve ser entendida como uma atividade teórico-prática, em que os alunos não apenas assimilam informações, mas engajam-se em processos de abstração, generalização e construção de relações entre diferentes aspectos do objeto de estudo. Essa abordagem exige que o ensino seja estruturado de modo a estimular a reflexão crítica e a criatividade, superando a mera memorização e reprodução mecânica de conteúdo.

Assim, a Teoria da Atividade fornece as bases para entender como as tarefas de estudo podem ser organizadas para promover a atividade consciente e intencional dos alunos, capacitando-os a recriar e adaptar o conhecimento às novas realidades que enfrentam. A Teoria da Atividade de Leontiev entende a atividade humana como um processo mediado socialmente, no qual os indivíduos interagem com o mundo de maneira dinâmica e transformadora. No centro dessa teoria está o conceito de atividade, que não se reduz a ações isoladas, mas é compreendido como um sistema estruturado e orientado por motivos. Esses motivos são aquilo que impulsiona o sujeito a agir, conferindo sentido às suas ações. Diferentemente dos objetivos, que são metas concretas dentro de uma atividade específica, os motivos estão relacionados às necessidades humanas e podem ser conscientes ou inconscientes.

Figura 1 - Mapa Conceitual da Teoria da Atividade de Leontiev



Fonte: elaborado pelo pesquisador com base em Vigotski (2001) e outros autores da psicologia histórico-cultural.

A Teoria da Atividade de Leontiev entende a atividade humana como um processo mediado socialmente, no qual os indivíduos interagem com o mundo de maneira dinâmica e transformadora. No centro dessa teoria está o conceito de atividade, que não se reduz a ações isoladas, mas é compreendido como um sistema estruturado e orientado por motivos. Esses motivos são aquilo que impulsiona o sujeito a agir, conferindo sentido às suas ações. Diferentemente dos objetivos, que são metas concretas dentro de uma atividade específica, os motivos estão relacionados às necessidades humanas e podem ser conscientes ou inconscientes.

As atividades humanas são compostas por ações, que representam unidades menores e mais concretas, voltadas para a realização de objetivos específicos. Essas ações, por sua vez, são desdobradas em operações, que são formas automatizadas de execução, frequentemente realizadas sem necessidade de planejamento consciente. A repetição de ações transforma

algumas delas em operações, tornando os processos mais eficientes e menos dependentes da atenção voluntária do sujeito.

Um aspecto central da teoria é a relação entre atividade e consciência. Leontiev argumenta que a consciência não é um efeito isolado ou simplesmente interno ao indivíduo, mas um reflexo da atividade prática e das interações sociais. A consciência se desenvolve na medida em que o sujeito participa ativamente de práticas culturais e sociais, internalizando significados que, por sua vez, orientam sua maneira de perceber e interpretar o mundo. Assim, a consciência não é um ponto de partida, mas sim um produto do envolvimento na atividade e nas relações sociais.

A personalidade também se constitui a partir da atividade, pois é na realização de diferentes atividades que o indivíduo constrói sua identidade e se insere no meio social. A maneira como cada pessoa vivencia suas atividades, os papéis que assume e os desafios que enfrenta ao longo da vida moldam sua personalidade de maneira única. Esse processo não ocorre isoladamente, mas é mediado por instrumentos culturais, normas sociais e interações coletivas.

Nesse contexto, a mediação social desempenha um papel crucial. Ferramentas, linguagem e cultura não são apenas elementos externos, mas meios específicos pelos quais a atividade humana se estrutura e se transforma. O indivíduo não apenas interage com o mundo utilizando artefatos simbólicos e materiais, que ampliam suas capacidades e permitem uma relação mais complexa com a realidade. Ao mesmo tempo, a história e a cultura influenciam profundamente as atividades, pois cada sociedade estrutura suas práticas com base em valores, tradições e conhecimentos acumulados ao longo do tempo.

As relações sociais também são determinantes para o desenvolvimento da atividade humana. O sujeito não atua de forma isolada, mas sempre inserido em um contexto social, onde suas ações são influenciadas pelas interações com outras pessoas. A forma como a sociedade organiza suas relações de trabalho, aprendizagem e convivência impacta diretamente a maneira como os indivíduos percebem e realizam suas atividades. Essa interação contínua entre sujeito, atividade e meio social revela o caráter dinâmico da Teoria da Atividade e sua importância para compreender o desenvolvimento humano em uma perspectiva histórico-cultural.

A atividade principal, conceito central na Teoria da Atividade, é definida por Leontiev (2001) como aquela que governa as mudanças mais significativas nos processos psíquicos e nos traços psicológicos da personalidade. No contexto educacional, a atividade principal é a aprendizagem, que deve ser organizada de modo a refletir as transformações culturais e sociais, integrando-as ao processo educativo. Davíдов (1989) destaca que a formação de conceitos

científicos não se limita à memorização ou à aplicação mecânica de informações, mas exige a capacidade de abstrair, generalizar e construir relações entre diferentes aspectos do objeto de estudo. Essa formação ocorre por meio da atividade teórico-prática, em que os alunos são desafiados a compreender os fundamentos teóricos dos objetos de estudo e a aplicá-los em novos contextos.

Assim, a Teoria da Atividade, articulada com o Ensino Desenvolvimental de Davídov, oferece uma base teórica para compreender como a atividade educativa pode promover o desenvolvimento humano e a formação de conceitos científicos.

3 O EXPERIMENTO DIDÁTICO-FORMATIVO: ESCOLA E SUJEITOS

Este capítulo apresenta a metodologia e os procedimentos empregados na pesquisa, com destaque para o lócus da investigação e a caracterização dos sujeitos participantes. Fundada em uma perspectiva qualitativa, a investigação buscou compreender as dinâmicas complexas e subjetivas que permeiam o contexto educacional, contribuindo para uma análise do processo de ensino-aprendizagem.

Conforme Gamboa (2003), a pesquisa qualitativa é particularmente adequada para o campo educacional, pois permite captar as singularidades das experiências e das percepções dos participantes. Tal abordagem não se limita à análise de números ou estatísticas, mas busca compreender as relações e os significados que emergem no cotidiano escolar, destacando as nuances das práticas pedagógicas e suas implicações na formação dos sujeitos.

A investigação foi realizada na Escola Estadual CEJA - Centro Educacional para Jovens e Adultos de Aragarças, Goiás, uma instituição pública que atende jovens e adultos que, por diferentes razões, não puderam concluir a educação básica na idade esperada. Esse espaço se mostrou particularmente expressivo para a pesquisa, por reunir alunos com histórias de vida diversificadas, proporcionando um rico contexto para análise das práticas pedagógicas voltadas à Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Os sujeitos da pesquisa foram alunos matriculados no CEJA, selecionados com base em critérios de heterogeneidade e voluntariedade. Buscou-se garantir a representatividade da diversidade do público atendido pela escola, considerando aspectos como faixa etária, trajetórias educacionais e experiências de vida. A participação foi voluntária, assegurando-se o direito de recusa e a confidencialidade das informações compartilhadas.

A coleta de dados foi realizada ao longo do primeiro semestre de 2024, utilizando dois principais instrumentos: a observação participante e as entrevistas semiestruturadas. A observação participante permitiu uma imersão nas práticas cotidianas da escola, abrangendo aulas, atividades extracurriculares e interações espontâneas. Essa técnica possibilitou um olhar atento sobre as dinâmicas relacionais e pedagógicas, além de oferecer insights valiosos sobre os desafios e as potencialidades do ensino em um contexto de EJA.

As entrevistas semiestruturadas foram realizadas com 12 sujeitos, cuidadosamente selecionados para refletir a diversidade do público da instituição. Gravadas e transcritas integralmente, as entrevistas seguiram um roteiro flexível, possibilitando a exploração de temas emergentes. Esse formato proporcionou uma escuta ativa, permitindo aos entrevistados expressar suas vivências, opiniões e sentimentos de forma espontânea.

Os dados coletados foram submetidos à análise de conteúdo, conforme abordagem sistematizada por Bardin (2016). A análise foi conduzida em etapas, iniciando-se com a leitura das transcrições e das notas de campo, seguida pela codificação e categorização dos temas emergentes. Esse método permitiu identificar padrões e relações entre os dados, facilitando uma interpretação que reflete as percepções dos participantes sobre o processo educativo e as práticas pedagógicas.

A escolha pela análise de conteúdo fundamenta-se na necessidade de sistematizar as informações qualitativas, sem perder de vista a complexidade e a riqueza do contexto investigado. Para Gamboa (2003), tal abordagem é especialmente valiosa para o campo educacional, pois permite uma leitura crítica dos dados, respeitando a subjetividade dos sujeitos e as especificidades do lócus da pesquisa.

Este capítulo apresenta então os procedimentos metodológicos adotados, reforçando a importância da abordagem qualitativa para compreender as realidades educacionais e os processos formativos dos sujeitos envolvidos. O próximo subtítulo abordará detalhadamente as características da Escola Estadual CEJA, destacando sua relevância como espaço para a investigação e a análise das práticas pedagógicas no contexto da EJA.

3.1 Procedimento Metodológico

A educação, enquanto campo de estudo, apresenta uma complexidade única, permeada por aspectos que demandam uma abordagem metodológica capaz de captar suas múltiplas facetas. Nesse sentido, a pesquisa qualitativa revela-se especialmente relevante por enfatizar a interpretação e a compreensão profunda dos fenômenos sociais, reconhecendo a natureza diversa e multifacetada da realidade educacional. Essa perspectiva é essencial para investigar o processo de ensino-aprendizagem, compreendido não como simples transmissão de conhecimento, mas como construção de significados por meio da interação entre sujeitos em contextos específicos.

A escolha pela metodologia qualitativa justifica-se pela necessidade de explorar a experiência humana, a subjetividade e os significados atribuídos pelos sujeitos ao processo educativo. Segundo Gamboa (2003), essa abordagem destaca-se por sua flexibilidade e capacidade de captar a integralidade dos fenômenos, valorizando os contextos e as interações sociais que influenciam as práticas pedagógicas. Mais do que coletar dados, a pesquisa qualitativa busca interpretar os significados emergentes das experiências e práticas

educacionais, revelando nuances que refletem a riqueza e a complexidade da realidade investigada.

De acordo com Gamboa (2003), a pesquisa qualitativa é um processo dinâmico, no qual o pesquisador assume o papel de mediador na construção do conhecimento. Esse diálogo constante entre pesquisador e participantes possibilita a produção de saberes que refletem as singularidades do campo educacional. Nesta pesquisa, foram adotadas técnicas como a observação participante, entrevistas semiestruturadas e análise documental histórica, todas alinhadas aos princípios qualitativos defendidos por Gamboa.

A observação participante, descrita por Gamboa (2003) como uma técnica que permite a imersão do pesquisador no ambiente investigado, foi essencial para compreender o contexto educacional e captar detalhes muitas vezes imperceptíveis em abordagens tradicionais. Durante as atividades realizadas no Museu Matemático, foi possível observar como os alunos interagiam com os artefatos históricos e como esses objetos mediavam o desenvolvimento de conceitos teóricos. Essa prática propiciou uma análise mais completa das interações entre os sujeitos e os recursos pedagógicos disponíveis.

As entrevistas semiestruturadas, por sua vez, permitiram um aprofundamento nos relatos dos participantes. Gamboa (2003) argumenta que esse tipo de entrevista, por sua flexibilidade, facilita a exploração de temas emergentes durante o diálogo, possibilitando que os entrevistados expressem suas vivências e percepções de maneira espontânea. Nesse estudo, as entrevistas foram cruciais para captar como alunos e professores vivenciaram o processo de ensino-aprendizagem mediado pelo Museu Matemático, revelando aspectos subjetivos e contextuais das práticas educacionais.

A análise documental histórica também desempenhou um papel importante ao oferecer uma visão panorâmica do desenvolvimento dos conceitos matemáticos e das práticas pedagógicas ao longo do tempo. Segundo Gamboa (2003), essa técnica permite ao pesquisador estabelecer conexões entre o passado e o presente, destacando as transformações e permanências nas estratégias educacionais. No caso desta pesquisa, documentos como materiais didáticos e registros de atividades no Museu Matemático contribuíram para compreender a evolução das práticas de ensino e sua relevância no contexto atual.

Para tratar os dados coletados, foi utilizada a análise de conteúdo, conforme proposta de Bardin (2016). Essa metodologia permitiu organizar e interpretar sistematicamente as informações, identificando padrões, categorias e temas recorrentes nas entrevistas, observações e documentos analisados. A triangulação dos dados, ao integrar diferentes fontes, garantiu

maior validade e confiabilidade aos resultados, possibilitando uma leitura crítica e contextualizada do processo de ensino-aprendizagem.

Com foco no desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos, esta pesquisa explorou como o Museu Matemático contribuiu para a transição do conhecimento concreto para o concreto pensado, destacando o papel dos artefatos históricos e das práticas interativas. Os resultados evidenciaram que a metodologia qualitativa foi fundamental para captar as nuances desse processo, oferecendo subsídios para a reflexão sobre práticas pedagógicas integradoras.

Em síntese, a abordagem qualitativa adotada, fundamentada nos princípios de Gamboa (2003), permitiu uma compreensão aprofundada e contextualizada dos fenômenos educacionais investigados. Ao valorizar a experiência dos sujeitos e o contexto histórico das práticas pedagógicas, esta pesquisa reafirma o papel da educação como espaço de construção coletiva de significados. A análise documental, nesse cenário, funcionou como um elo entre o pesquisador e a realidade investigada, permitindo a construção de interpretações críticas e contextualizadas sobre o ensino da matemática. Após a fundamentação teórica da metodologia qualitativa e das técnicas de coleta e análise de dados, descrevemos, a seguir, o desenvolvimento da pesquisa em sala de aula.

3.2 A Pesquisa em Sala de Aula

A fundamentação teórico-metodológica adotada para o desenvolvimento desta pesquisa, ancorada na práxis pedagógica, não foi uma escolha aleatória. Um dos principais motivos que me levaram a explorar essa investigação foi o desafio de contribuir para a educação matemática, não apenas no sentido de formar trabalhadores alinhados às exigências do mercado capitalista, mas também de promover a formação de cidadãos críticos, capazes de transformar uma sociedade marcada pela exploração em uma sociedade que valorize o conhecimento.

Dessa forma, o experimento didático-formativo foi organizado com o objetivo de ensinar o conceito de energia mecânica, baseando-se nos pressupostos teóricos da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria do Ensino Desenvolvidor. A escolha desse tipo de energia, que abrange energia cinética e energia potencial, justifica-se pela sua relevância tanto no contexto da física quanto da matemática, além de sua presença em diversas situações do cotidiano. A análise crítica da conservação e da transformação da energia mecânica em sistemas distintos foi empregada como ferramenta educativa, visando conectar o ensino de matemática a aplicações práticas que influenciam diretamente a compreensão dos alunos sobre fenômenos físicos.

No experimento, os alunos foram incentivados a investigar fenômenos como o movimento de objetos sob influência de forças externas, a relação entre energia potencial gravitacional e velocidade adquirida, e os efeitos da resistência do meio em sistemas físicos. Essas atividades, além de ilustrar os princípios fundamentais da energia mecânica, proporcionaram aos estudantes a oportunidade de aplicar ferramentas matemáticas, como funções, gráficos e proporções, para modelar e interpretar fenômenos reais de maneira quantitativa. Davídov (1988) argumenta que o tipo de pensamento desenvolvido nos estudantes está diretamente relacionado à função social da escola e à sua concepção didática. Nesse sentido, ele critica a escola tradicional, na qual o trabalho com conhecimentos e habilidades muitas vezes se restringe a uma dimensão utilitária e empírica, voltada apenas para a prática cotidiana. A proposta aqui apresentada visa transcender essas limitações, promovendo uma compreensão mais profunda e crítica do conceito de energia mecânica, inserindo-o em um contexto que desafie os alunos a analisarem e avaliarem problemas reais da sociedade. Para isso, buscamos criar um ambiente que propicie uma compreensão racional e humanizada do mundo, capacitando os estudantes a desenvolverem um pensamento crítico e autônomo sobre a sociedade em que vivem e o ambiente que ocupam.

3.2.1 Etapas do Experimento Didático-Formativo

Ao criar um ambiente pedagógico que promove a abstração e a generalização, a pesquisa buscou desenvolver nos estudantes uma compreensão teórica do mundo, integrando os conceitos de física e matemática a uma visão mais ampla da sociedade. Conforme Moura (2010a, p. 139), a formação do pensamento teórico exige uma organização do ensino que permita aos estudantes realizarem atividades intelectuais que os levem a abstrair e generalizar os conhecimentos, construindo conceitos científicos de forma consistente. Para tanto, foram criadas condições que incentivassem os alunos a participarem do processo de aprendizagem, transformando dados empíricos em conceitos teóricos por meio de práticas expressivas.

Dessa forma, o experimento não se limitou ao ensino técnico ou instrumental dos conceitos de energia mecânica, mas procurou conectar o conteúdo às questões sociais e culturais que permeiam o cotidiano dos estudantes. A abordagem proposta reforça a importância de um ensino que instigue nos alunos a curiosidade científica, o pensamento crítico e a capacidade de usar os conhecimentos adquiridos para interpretar e transformar a realidade em que estão inseridos.

O foco do experimento é construir uma réplica funcional da Máquina a Vapor de Heron, um dispositivo histórico que converte a pressão do vapor em movimento rotacional. Além de criar a réplica, o objetivo é investigar como esse dispositivo pode ser utilizado para elevar água e avaliar sua eficiência energética em comparação com tecnologias modernas.

A Máquina a Vapor de Heron, também conhecida como aeolípila, foi um dos primeiros dispositivos a demonstrar o princípio da propulsão a vapor. Seu funcionamento baseia-se no aquecimento da água dentro de uma esfera fechada, convertendo-a em vapor e liberando-o por dois bicos curvados, o que gera um movimento rotacional devido à terceira lei de Newton, que afirma que para toda ação há uma reação de mesma intensidade e direção oposta. (Fonte de internet).

Abaixo vou listar os aspectos físicos utilizando da Máquina:

Pressão e Equação dos Gases Ideais

A pressão interna do vapor gerado pode ser calculada pela equação dos gases ideais:

$$P \times V = n \times R \times T$$

Onde:

P é a pressão do gás no interior da esfera,

V é o volume da esfera,

n é o número de mols do gás,

R é a constante dos gases,

T é a temperatura absoluta.

Essa equação relaciona a variação da pressão e da temperatura dentro da máquina e ajuda a compreender a força gerada pelo vapor ao ser expelido.

Força de Propulsão e Torque

O vapor que sai pelos bicos da esfera gera uma força de reação que impulsiona o giro do dispositivo. Essa força pode ser determinada pela seguinte fórmula:

$$F = \dot{m} \times v$$

Onde:

F é a força exercida pelo vapor,

$\dot{m}$ (m ponto) representa a taxa de fluxo de massa do vapor, ou seja, a quantidade de massa liberada por unidade de tempo,

v é a velocidade do vapor ao sair dos bicos.

O movimento rotacional gerado pode ser calculado pelo torque, que é dado por:

$$\tau = r \times F$$

Onde:

τ representa o torque aplicado à esfera,

r é o raio da esfera,

F é a força exercida pelo vapor ao sair dos bicos.

Velocidade Angular e Energia Cinética

À medida que o vapor é liberado, a esfera adquire uma velocidade angular, que pode ser determinada pela seguinte relação:

$$\omega = \tau \div I$$

Onde:

ω é a velocidade angular,

I é o momento de inércia da esfera, que depende da distribuição de massa ao redor do eixo de rotação.

A energia cinética associada à rotação da esfera é dada pela fórmula:

$$E_c = \frac{1}{2} \times I \times \omega^2$$

A situação-problema proposta aborda a utilização da Máquina a Vapor de Heron como recurso didático para a investigação de conceitos relacionados à elevação de água e à eficiência energética. A atividade é estruturada com base em parâmetros físicos concretos da máquina: seu funcionamento é fundamentado na conversão da pressão do vapor em movimento rotacional, a esfera onde o vapor se acumula possui 0,30 metros de diâmetro e duas ocorrências de 0,01 metro cada, e o experimento parte da utilização de 1 kg de água à temperatura inicial de 20°C, cujo calor específico é de 4,186 J/kg°C. A tarefa proposta envolve a aplicação prática da máquina na elevação de um volume de 0,05 m³ de água a uma altura de 2 metros, considerando-se que a densidade da água é de 1.000 kg/m³.

Em termos de eficiência, estima-se que apenas 10% da energia térmica fornecida à máquina seja convertida em trabalho útil, enquanto um sistema moderno, como uma bomba elétrica, apresenta uma eficiência de cerca de 70%. A partir destas condições, os alunos são convidados a resolver um conjunto de questões que articulam cálculos matemáticos e reflexões conceituais. A primeira delas solicita o cálculo da energia necessária para aquecer a água até

seu ponto de ebulição (100°C) e realizar sua vaporização, utilizando-se o valor do calor latente de vaporização da água ($2.260.000 \text{ J/kg}$). Em seguida, os estudantes devem determinar a quantidade de água que pode ser efetivamente elevada a 2 metros de altura, considerando que apenas 10% da energia disponível é aproveitada pela máquina. A comparação entre a máquina de Heron e a bomba elétrica moderna também é proposta, com o objetivo de calcular o volume de água que esta última seria capaz de aumentar, utilizando a mesma quantidade de energia inicial.

Além dos cálculos, a atividade orienta uma análise matemática mais ampla sobre os conceitos de trabalho, energia e eficiência, articulando saberes científicos e tecnológicos em uma abordagem reflexiva. O exercício culmina em uma reflexão crítica sobre o impacto histórico e tecnológico da Máquina de Heron, destacando seu papel como precursor no desenvolvimento de tecnologias baseadas no vapor e sua relevância no ensino de conceitos científicos em contextos educacionais contemporâneos. Essa discussão permite ainda que os estudantes relacionem tais princípios a questões energéticas e ambientais atuais, ampliando a compreensão do conteúdo para além do domínio técnico.

Ao desafiar os alunos a aplicar conhecimentos matemáticos em um problema contextualizado, uma proposta pedagógica promove o pensamento crítico, a interdisciplinaridade e a vinculação entre teoria e prática. A atividade favorece, assim, a compreensão de temas como a transformação de energia, a eficiência de diferentes dispositivos e os impactos sociais e ambientais associados às escolhas tecnológicas. Como salienta Gamboa (2003), o ensino de conceitos científicos deve estar profundamente conectado ao contexto social, promovendo a autonomia intelectual dos estudantes e fortalecendo a sua capacidade de intervenção consciente na realidade.

3.3 Os Sujeitos da Pesquisa

Para compreender as ideias e concepções dos estudantes sobre o ensino da matemática e suas práticas de aprendizagem, foi realizada uma coleta de dados abrangente em abril de 2024. Essa etapa incluiu a aplicação de um questionário estruturado (Apêndice B), além da análise de documentos escolares, como o Regimento Escolar e o Projeto Político Pedagógico (PPP), bem como observações feitas durante a execução do experimento didático-formativo. Esses dados

permitiram traçar um perfil detalhado dos assuntos da pesquisa e das dinâmicas presentes na sala de aula, além de identificar as dificuldades enfrentadas pelos alunos.

A pesquisa foi realizada com estudantes do Ensino Médio noturno da Escola CEJA, uma instituição voltada para jovens e adultos com idades entre 18 e 63 anos. Muitos desses alunos enfrentam desafios socioeconômicos importantes, que impactam diretamente seu desempenho escolar e sua participação nas atividades acadêmicas. Grande parte deles pertence a famílias em situação de vulnerabilidade social, caracterizada por altos índices de desemprego, desestruturação familiar e instabilidade financeira.

Os alunos residem, em sua maioria, em regiões periféricas, onde as condições de infraestrutura são precárias. Nessas áreas, a falta de saneamento básico, transporte público inadequado e acesso limitado a serviços essenciais, como saúde e lazer, são realidades frequentes. Esses fatores dificultam a rotina escolar, obrigando a concentração, a motivação para os estudos e, muitas vezes, a frequência às aulas. Além disso, a dependência de programas assistenciais para a subsistência é comum, reforçando os desafios diários enfrentados por esses estudantes.

A precariedade das condições de vida também afeta as famílias, que frequentemente enfrentam insegurança alimentar e vivem em moradias confortáveis. O ambiente comunitário, marcado por ruas sem asfalto, iluminação deficiente e ausência de áreas de lazer, contribui para aumentar a evasão escolar e o desinteresse pelos estudos. Muitos jovens precisam assumir trabalhos informais para ajudar no sustento familiar, dificultando a dedicação necessária aos estudos.

Nesse contexto, a escola CEJA desempenha um papel fundamental ao oferecer não apenas ensino, mas também apoio social e emocional. A instituição busca criar um ambiente acolhedor que fortaleça a autoestima dos alunos, incentivando-os a permanecerem na escola e a construir perspectivas de um futuro melhor. Outro fator que impacta o processo de aprendizagem é a baixa participação das famílias na vida escolar dos alunos. Muitas dessas famílias são monoparentais, e as mães, que muitas vezes são as únicas responsáveis pela criação dos filhos, enfrentam longas jornadas de trabalho, limitando o acompanhamento das atividades escolares. Há também um número expressivo de estudantes que gerenciam seus estudos de forma autônoma, sem o apoio familiar direto. Esses jovens, que geralmente trabalham durante o dia, enfrentam o desafio de equilibrar trabalho e estudo, o que frequentemente compromete sua concentração e rendimento escolar.

A escola tem buscado superar esses obstáculos por meio de encontros periódicos com as famílias e da manutenção de uma comunicação contínua. No entanto, a adesão é baixa,

refletindo as dificuldades enfrentadas pelas famílias em termos de disponibilidade de tempo e recursos. A instituição, por sua vez, desenvolve ações para apoiar os alunos, promovendo iniciativas que reforçam o vínculo entre eles e a equipe escolar. Apesar das adversidades, muitos estudantes expressaram o desejo de continuar seus estudos em nível superior, com aspirações de ingressar em carreiras como medicina, direito e engenharia. No entanto, eles têm consciência das limitações materiais e da necessidade de contribuir financeiramente para suas famílias. A região apresenta poucas oportunidades de estudo e trabalho formal, levando muitos alunos a buscar empregos informais para atender às demandas econômicas imediatas.

A escola CEJA busca oferecer suporte e orientação para que esses jovens planejem um futuro mais promissor. No entanto, a falta de recursos financeiros, a instabilidade social e a ausência de apoio familiar consistente representam desafios para a realização desses sonhos. Ainda assim, a instituição permanece empenhada em seu compromisso com a educação, criando condições para que seus alunos se sintam valorizados e capazes de superar as dificuldades que enfrentam.

4 REFLEXÕES E CONTRIBUIÇÕES DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL NO CONTEXTO ESCOLAR

Este capítulo apresenta as análises obtidas por meio da observação e do experimento didático-formativo, com o objetivo de refletir criticamente sobre o processo de aprendizagem e a apropriação do conceito de energia pelos estudantes. A análise está organizada em três momentos principais: (1) a discussão do conhecimento prévio dos estudantes, com base na avaliação diagnóstica realizada antes do experimento; (2) a exploração das etapas do experimento, com foco na formação do pensamento teórico dos alunos; e (3) a reflexão sobre as transformações observadas no conhecimento dos estudantes, destacando o desenvolvimento do pensamento teórico em relação ao conceito de energia.

4.1 Observação em Sala de Aula: um processo inicial para uma reflexão crítica

A observação em sala de aula foi essencial para compreender o contexto inicial dos estudantes e suas concepções sobre o conceito de energia. A avaliação diagnóstica revelou que, embora os alunos apresentassem noções cotidianas sobre energia como sua associação com movimento ou eletricidade, essas ideias eram fragmentadas e careciam de uma compreensão científica mais ampla. Esse diagnóstico evidenciou a necessidade de superar concepções espontâneas e promover a construção de um pensamento teórico alinhado aos princípios do Ensino Desenvolvidor.

Durante o experimento didático-formativo, os estudantes foram envolvidos em atividades que exigiam abstração e generalização, elementos centrais da proposta de Davíдов (1988). A mediação do professor, aliada ao uso de modelos e representações concretas, facilitou a transição de um pensamento empírico para um pensamento teórico. Em cada etapa do experimento, os alunos foram desafiados a estabelecer relações entre diferentes fenômenos, o que permitiu a construção de um conceito mais amplo e integrado de energia. Ao final do processo, as transformações no pensamento dos estudantes tornaram-se evidentes: eles não apenas demonstraram maior capacidade de explicar fenômenos científicos, mas também passaram a aplicar o conceito de energia em contextos variados, evidenciando uma apropriação consciente e crítica do conhecimento.

A observação das aulas e da dinâmica escolar, realizada entre março e abril de 2024, totalizando 12 horas-aula, permitiu identificar práticas pedagógicas que influenciam diretamente o aprendizado dos estudantes. Em uma das aulas de matemática, por exemplo, a

professora dedicou-se à revisão de exercícios considerados essenciais para a prova. No entanto, a abordagem fragmentada e a falta de problematização limitaram o aprofundamento teórico, resultando em dificuldades dos alunos para resolver problemas de forma autônoma. Como apontado por Davídov (1989), esse modelo de ensino restringe o desenvolvimento do pensamento teórico, privilegiando a manipulação mecânica de informações.

Esse cenário reflete uma prática pedagógica que, segundo Marzari (2016), não contribui para o desenvolvimento de habilidades cognitivas mais avançadas. A professora, ao oferecer respostas prontas sem estimular a reflexão ou a construção independente do conhecimento, perpetuou uma visão utilitária do aprendizado. Como resultado, muitos alunos limitaram-se a copiar as soluções apresentadas no quadro, sem compreender os conceitos subjacentes. Essa constatação reforça a necessidade de práticas que promovam a problematização e a investigação crítica, elementos fundamentais para o desenvolvimento do pensamento teórico.

A motivação dos estudantes também emergiu como um fator crucial durante as observações. Conforme Davídov (1989), a motivação não é apenas um elemento coadjuvante, mas um motor essencial do aprendizado, pois conecta o interesse do estudante à essência do conteúdo. No entanto, as práticas descontextualizadas e mecânicas observadas geraram frustração e apatia entre os alunos, enfraquecendo seu vínculo com a aprendizagem. Como destacado por Marzari (2016), a motivação é um processo dinâmico e multifatorial, influenciado por contextos sociais e emocionais. Quando os alunos percebem que as atividades são relevantes e conectadas à sua realidade, há maior engajamento e disposição para aprender.

Diante dessas constatações, fica evidente a necessidade de repensar as práticas pedagógicas tradicionais, incorporando estratégias que estimulem a aplicação e a formação do pensamento teórico. A contextualização do ensino, aliada a metodologias investigativas, pode transformar o ambiente escolar, tornando-o mais atraente. Por exemplo, a utilização de experimentos, projetos interdisciplinares e discussões em grupo pode estimular a curiosidade e o pensamento crítico, promovendo não apenas a apropriação de conceitos científicos, mas também o desenvolvimento de habilidades sociais e emocionais.

Em síntese, as observações realizadas destacam a importância de um ensino que vá além da transmissão de conteúdos, promovendo a construção do conhecimento pelos estudantes. O Ensino Desenvolvimental, com sua ênfase na abstração, generalização e mediação docente, oferece um caminho para superar as limitações das práticas tradicionais, preparando os alunos para agir criticamente em um mundo em constante transformação.

4.2 Transformações Observadas Durante o Experimento Didático-Formativo

O experimento didático-formativo foi concebido e estruturado à luz da Teoria do Ensino Desenvolvidamental, com o objetivo de promover a apropriação crítica e consciente de conceitos científicos pelos alunos. Essa abordagem buscou superar as limitações do ensino tradicional, frequentemente centrado na memorização de informações, e introduzir práticas pedagógicas que conectassem o aprendizado a questões sociais, culturais e ambientais. Dessa forma, ampliou-se o entendimento dos estudantes sobre o conceito de energia, transformando-o em uma ferramenta para a compreensão e intervenção na realidade.

O planejamento do experimento iniciou-se com a definição de objetivos pedagógicos claros, alinhados aos princípios do Ensino Desenvolvidamental. Esses objetivos priorizaram o desenvolvimento do pensamento teórico, conforme proposto por Davídov (1988), que defende que o ensino deve transcender o empírico, possibilitando aos estudantes abstrair, generalizar e compreender as relações subjacentes aos fenômenos estudados. Com base em uma avaliação diagnóstica inicial, foram identificadas as necessidades e potencialidades dos alunos, o que permitiu a elaboração de atividades que abordassem problemas concretos relacionados à energia, como consumo doméstico, sustentabilidade e impactos ambientais.

As atividades foram organizadas para estimular o engajamento dos alunos e promover o desenvolvimento de habilidades cognitivas avançadas, como análise crítica, argumentação e resolução de problemas. Discussões em grupo, simulações e experimentos práticos foram utilizados para explorar questões relevantes, integrando os conteúdos científicos às experiências cotidianas dos estudantes. Essa abordagem demonstrou que o conhecimento científico não se limita ao domínio técnico, mas que tem implicações diretas na vida em sociedade.

Inicialmente, o experimento foi planejado com foco na matemática, mas, diante das condições institucionais e da atuação do professor de física, a proposta foi redirecionada para o ensino do conceito de energia mecânica, articulando conteúdo da física com ferramentas matemáticas. Essa mudança proporcionou uma oportunidade única de integrar os princípios da Teoria do Ensino Desenvolvidamental ao ensino de física, explorando a energia como uma grandeza transformável e conservada em diferentes sistemas. O professor de física desempenhou um papel central no experimento, adotando uma abordagem teórico-prática que envolveu os alunos em discussões e atividades práticas.

No início do experimento, muitos alunos apresentaram dificuldades em compreender conceitos abstratos relacionados à energia. Contudo, à medida que as atividades avançavam, os estudantes começaram a relacionar os conteúdos teóricos às suas realidades. Discussões sobre

consumo de energia no cotidiano, por exemplo, ajudaram os alunos a refletir sobre questões como eficiência energética, conservação de recursos e impacto ambiental. Ao final do experimento, observou-se que os alunos demonstraram maior consciência sobre o papel da ciência na sociedade e maior capacidade de conectar conceitos científicos a questões práticas.

O experimento revelou desafios importantes, especialmente no que se refere à resistência inicial dos alunos à metodologia desenvolvimental. Acostumados a práticas pedagógicas expositivas e à recepção passiva de informações, muitos estudantes demonstraram dificuldades ao serem desafiados a construir conhecimento de maneira reflexiva. Além disso, a falta de experiência em trabalho colaborativo e a insegurança em expressar ideias durante as apresentações foram obstáculos enfrentados por parte dos alunos.

Outro desafio foi a limitação da interdisciplinaridade. A falta de disponibilidade de outros professores para se envolver no experimento restringiu a integração de conteúdos de matemática, que inicialmente compunham a proposta do projeto. Nesse contexto, o professor de física assumiu integralmente a condução do experimento, adaptando as atividades para atender aos objetivos no ensino de energia.

Apesar dessas dificuldades, o experimento proporcionou oportunidades de crescimento tanto para os alunos quanto para o professor. A metodologia desenvolvimental incentivou os alunos a assumir uma postura mais autônoma no aprendizado, promovendo discussões e apresentações que ampliaram sua compreensão dos conceitos teóricos. Para o professor, o experimento foi uma oportunidade de aplicar uma metodologia inovadora, desenvolvendo estratégias que tornaram os conceitos abstratos mais acessíveis e conectados à realidade dos estudantes.

Uma das principais conquistas do experimento foi a transformação no modo como os alunos compreendem o conceito de energia. Inicialmente, muitos possuíam uma visão empírica limitada a exemplos visíveis, como consumo de eletricidade e uso de combustíveis. Entretanto, ao longo do experimento, os alunos passaram a construir uma compreensão teórica, entendendo a energia como uma grandeza conservada que pode ser transformada em diferentes sistemas. Esse movimento do concreto para o abstrato reflete o processo de formação de conceitos teóricos descrito por Davídov (1989), para quem "o ensino deve conduzir os alunos de uma compreensão empírica para uma compreensão teórica das relações essenciais, fundamentais para a formação de conceitos científicos".

Esse avanço ficou especialmente evidente nas discussões em grupo sobre o impacto social e ambiental do consumo de energia. Inicialmente, os alunos abordavam a questão de forma superficial, focando apenas na economia de recursos. No entanto, com a mediação do

professor e o intercâmbio de ideias, desenvolveram uma análise crítica de questões mais amplas, como os impactos das hidrelétricas e a dependência de fontes não renováveis.

O experimento didático-formativo demonstrou que o Ensino Desenvolvimental, ao conectar o conhecimento científico à realidade dos estudantes, promove uma educação que vai além da mera transmissão de informações.

4.3 Análise das Ações Pedagógicas no Contexto do Experimento Didático-Formativo

O experimento didático-formativo foi concebido e estruturado com base na Teoria do Ensino Desenvolvimental, cujo objetivo é promover a apropriação crítica e consciente de conceitos científicos pelos alunos. Essa abordagem foi orientada pela necessidade de superar práticas pedagógicas tradicionais, muitas vezes limitadas à memorização e reprodução de informações, e introduzir estratégias que conectassem o aprendizado a questões sociais, culturais e ambientais, ampliando a compreensão dos estudantes sobre o conceito de energia.

A definição de objetivos pedagógicos alinhados aos princípios desenvolvimentais foi um passo crucial no planejamento do experimento. Esses objetivos priorizaram o desenvolvimento do pensamento teórico, descrito por Davídov (1988) como a capacidade de abstrair, generalizar e compreender as relações subjacentes aos fenômenos. Com base em uma avaliação diagnóstica inicial, foi possível identificar as necessidades e potencialidades dos alunos, possibilitando a elaboração de atividades contextualizadas que abordassem questões práticas, como consumo energético, sustentabilidade e impactos ambientais.

As atividades foram organizadas com foco em promover a reflexão crítica e o engajamento dos estudantes. Discussões em grupo, simulações e experimentos práticos foram utilizados como ferramentas para explorar questões relevantes. Essa abordagem não apenas facilitou a compreensão teórica dos conceitos, mas também incentivou o desenvolvimento de habilidades cognitivas avançadas, como análise crítica, argumentação lógica e resolução de problemas. A experiência buscou integrar os conteúdos científicos às vivências cotidianas dos estudantes, demonstrando que o conhecimento vai além do domínio técnico e possui implicações diretas na vida em sociedade.

Embora a proposta inicial do experimento envolvesse a matemática, as estatísticas da escola e a disponibilidade do professor de física redirecionaram a temática para o ensino do conceito de energia. Essa mudança abriu novas possibilidades de aplicação da Teoria do Ensino Desenvolvimental ao ensino de física, explorando a energia como uma grandeza transformável e conservada em sistemas diversos. A participação do professor de física foi essencial para a

realização do experimento, destacando-se pela utilização de uma abordagem teórico-prática que incentivou a discussão sobre consumo energético e preservação ambiental.

No início do experimento, muitos alunos enfrentaram dificuldades para compreender conceitos abstratos relacionados à energia. Essa limitação inicial pode ser explicada pela prevalência de práticas pedagógicas tradicionais, que privilegiam o ensino expositivo e a memorização. Entretanto, ao longo do experimento, os estudantes começaram a relacionar os conteúdos teóricos às suas realidades, especialmente durante as discussões sobre consumo de energia no cotidiano, eficiência energética e impactos ambientais. Para que os estudantes construíssem uma compreensão teórica sólida sobre energia mecânica, cada etapa do experimento didático-formativo foi planejada com base em conceitos-chave previamente definidos.

A atividade teve como núcleo o funcionamento da Máquina de Heron, possibilitando a investigação dos seguintes conteúdos: energia cinética e energia potencial, compreendidas a partir da observação de objetos em movimento e em repouso em diferentes alturas; energia térmica e conversão em trabalho, exploradas por meio do aquecimento da água até o ponto de ebulição e da análise de sua transformação em movimento rotacional na máquina. A comparação entre a eficiência da Máquina de Heron e a de uma bomba elétrica moderna permitiu discutir a conservação de energia e os limites práticos das tecnologias em diferentes épocas. Além disso, atividades específicas foram propostas para analisar a relação entre altura e velocidade, estimulando os alunos a aplicar fórmulas matemáticas e interpretar graficamente os fenômenos observados. Foram trabalhados ainda os impactos de forças externas, como atrito e resistência do ar, com foco na compreensão das perdas energéticas nos sistemas reais. Todo esse processo foi mediado por discussões orientadas, experimentos guiados e tarefas de modelagem, que permitiram aos alunos transitar do empírico ao teórico por meio da problematização, da abstração e da generalização, conforme propõe Davídov (1988).

Uma das principais transformações observadas foi a mudança no modo como os alunos compreenderam o conceito de energia. Inicialmente, eles demonstraram uma visão empírica e fragmentada, limitada a exemplos visíveis, como consumo de eletricidade e combustíveis. Com o avanço do experimento, passaram a construir uma compreensão teórica, entendendo a energia como uma grandeza abstrata que pode ser transformada e conservada em diferentes sistemas. Esse processo de transição, do concreto para o abstrato, reflete o que Davídov (1988) descreveu

como a formação de conceitos, que permite ao aluno analisar criticamente as relações subjacentes e as dinâmicas que estruturam os fenômenos observados.

Outro destaque foi o impacto das atividades colaborativas na construção do conhecimento. A formação de grupos heterogêneos, considerando os diferentes níveis de conhecimento dos alunos, criou um ambiente rico em interações sociais, alinhado ao conceito de Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI), proposto por Vigotski (2001). Essas interações permitiram que os alunos superassem suas dificuldades iniciais e internalizassem conceitos teóricos por meio da mediação social.

Contudo, o experimento também revelou desafios importantes. Muitos alunos demonstraram resistência inicial à utilização de um modelo de ensino que exige protagonismo. Além disso, a falta de integração interdisciplinar limitou a abrangência do experimento. Apesar disso, a metodologia desenvolvimental incentivou os alunos a assumirem uma postura mais reflexiva, rompendo com a passividade típica do ensino tradicional.

Uma das conquistas mais expressivas do experimento foi a ampliação da percepção dos alunos sobre a relevância do conceito de energia. Eles passaram a compreender que a energia não se limita a cálculos e fórmulas, mas envolve também questões sociais, econômicas e ambientais. Por exemplo, nas discussões sobre os impactos das hidrelétricas e a dependência de fontes não renováveis, os alunos demonstraram avanço no pensamento crítico, superando uma abordagem superficial e analisando as implicações sociais e ecológicas da produção de energia.

Conforme destacado por Davídov (1988), o ensino deve proporcionar ao aluno condições para transitar de uma compreensão empírica para uma compreensão teórica dos fenômenos, fundamentada na análise crítica das relações subjacentes. Essa transformação ficou evidente durante o experimento, quando os alunos começaram a aplicar conceitos teóricos em suas discussões e propor soluções para problemas práticos, como a conservação de energia.

Ao final do experimento, os relatos dos alunos indicaram uma mudança expressiva em sua postura em relação ao aprendizado. Muitos manifestaram maior confiança em suas capacidades e maior interesse pelo tema, destacando a relevância de conectar o conhecimento científico às questões que permeiam suas realidades. Essa experiência reforça a ideia de que o Ensino Desenvolvimental, ao valorizar a construção coletiva do conhecimento e a interação social, promove não apenas o aprendizado técnico, mas também o engajamento crítico e reflexivo.

O experimento didático-formativo declarou que, ao integrar os princípios da Teoria do Ensino Desenvolvimental ao ensino de física, é transformar possível a dinâmica da sala de aula

e promover uma educação que vai além da transmissão de informações. Os resultados evidenciaram que, ao conectar o conhecimento científico à realidade dos estudantes, o ensino se tornou um poderoso instrumento de emancipação intelectual e social. Conforme Marzari (2016, p. 102), o ensino que promove a reflexão e a problematização dos conteúdos amplia as capacidades cognitivas dos alunos, incentivando-os a se tornarem protagonistas de sua própria aprendizagem.

A experiência reafirma a relevância do Ensino Desenvolvimental como um arcabouço teórico e prático para a construção de uma educação transformadora.

Antes da realização da primeira ação do experimento didático-formativo, foi aplicada uma avaliação diagnóstica com o objetivo de identificar o nível de compreensão dos alunos sobre o conceito de energia. Embora essa etapa não se integre formalmente às operações previstas por Davídov, ela se mostrou estratégica para orientar o planejamento do experimento. Os resultados revelaram que a maioria dos estudantes apresentava uma compreensão empírica, fragmentada e restrita a experiências cotidianas, o que evidenciava a necessidade de proporções ações que possibilitassem uma transição do pensamento empírico para o pensamento teórico.

A primeira ação do experimento, fundamentada na proposta de Davidov (1988), teve como foco a descoberta do núcleo conceitual do objeto de estudo, neste caso, a energia. O objetivo não era oferecer definições prontas ou descontextualizadas, mas criar condições para que os alunos, por meio de um processo investigativo, desvendassem a relação geral e universal que caracteriza o conceito. Essa etapa foi essencial para introduzir o movimento lógico-histórico do conceito de energia, permitindo-lhes compreender sua construção ao longo do tempo e reconhecer sua presença nos mais diversos sistemas naturais e tecnológicos. Assim, buscou-se criar bases para o desenvolvimento do pensamento teórico, apoiando uma compreensão mais profunda e conectada às leis que regem as ciências físicas.

Operações da Ação 1

A primeira operação da Ação 1 consistiu na apresentação de uma situação-problema que fornece a transformação de dados concretos em abstrações teóricas. Os alunos foram questionados a observar situações cotidianas relacionadas ao consumo de energia elétrica, como o uso de aparelhos, lâmpadas e dispositivos eletrônicos, a fim de identificar regularidades e padrões que ultrapassassem a experiência imediata. A partir dessas observações empíricas, foram estimulados a buscar relações mais amplas, capazes de revelar leis gerais associadas à conservação e à transformação da energia. Essa etapa teve como propósito romper com uma concepção utilitária e fragmentada da energia, apoiando a

compreensão de seu caráter universal e de sua presença em diversos sistemas físicos e sociais.

A segunda operação abordou o movimento lógico-histórico do conceito de energia, destacando sua trajetória desde os primeiros entendimentos empíricos até a formulação da Lei de Conservação da Energia. Com o auxílio de recursos como vídeos, textos históricos e experimentos simples, os alunos puderam reconstruir o percurso histórico do conceito, percebendo que seu significado atual é fruto de um processo contínuo de desenvolvimento científico. Essa abordagem permitiu compreender que os conceitos científicos, como o de energia, não são ideias prontas ou naturais, mas construções sociais e históricas, marcadas por disputas, avanços e reelaborações ao longo do tempo. Tal compreensão foi fundamental para que os estudantes internalizassem o caráter sonoro e não estático da ciência.

A terceira operação consiste na generalização do conceito de energia, com ênfase em sua aplicabilidade universal. Por meio de discussão em grupo e atividades práticas, os alunos identificaram as diferentes formas de energia, mecânica, térmica, química, elétrica, monitorando que todas obedecem ao princípio da conservação. Essa etapa foi essencial para ampliar a compreensão teórica dos estudantes, permitindo que eles percebessem o conceito de energia como uma ideia estruturante da ciência, aplicável a características diversas, tanto naturais quanto tecnológicas. Ao relacionarem essas formas com situações concretas, os alunos podem integrar conhecimentos anteriormente dispersos, construindo uma visão mais sistematizada e abrangente do objeto de estudo.

Relato de um Aluno: Aluno A

Durante a operação de transformação dos dados, o Aluno A revelou, inicialmente, um conhecimento bastante limitado sobre o conceito de energia, restringindo-o ao consumo elétrico em sua residência. Em um dos momentos da atividade, comentou:

"Eu descobri que energia era só eletricidade. Não fazia ideia de que a mesma coisa que faz a lâmpada acender também move um carro ou gera calor no fogão."

Essa fala surgiu após uma atividade em que os estudantes analisavam o consumo energético de eletrodomésticos e comparavam os sistemas como motores e aquecedores. No início, o Aluno A demonstrou resistência em participar, limitando-se a observar os colegas. Entretanto, com o estímulo do professor, que mediava a discussão com exemplos concretos e perguntas mobilizadoras, o aluno começou a se envolver e a compartilhar suas percepções.

O momento de maior impacto ocorreu durante a demonstração de um pêndulo, utilizado para ilustrar a transformação do potencial energético em energia cinética. Ao observar o movimento oscilatório, o aluno expressou surpresa e interesse:

"Então, a energia que está guardada no alto vira movimento? É isso que acontece"

com tudo o que se mexe?"

Posteriormente, em uma discussão sobre o funcionamento de hidrelétricas, o Aluno A fez uma conexão espontânea com a experiência anterior:

"Acho que agora entendi. A água lá no alto tem energia guardada por causa da altura, e quando ela cai, essa energia vira movimento, que vira eletricidade. Isso é o mesmo que acontece no pêndulo, só que usado para produzir energia que chega às nossas casas."

Esse relato evidencia um processo de transição do pensamento empírico para o teórico, tal como descrito por Davídov (1988). Inicialmente, o aluno apresentou uma visão fragmentada e específica das energias. Com o decorrer das atividades, passou a compreender a energia como uma grandeza abstrata e universal, regida por leis que explicam sua transformação e conservação em diferentes sistemas.

Durante esta etapa do experimento, o núcleo conceitual da energia foi apresentado como o princípio de que ela não pode ser criada nem destruída, apenas transformada de uma forma em outra — uma ideia central da Lei da Conservação de Energia. Outros elementos fundamentais também foram destacados ao longo das atividades:

- Transformação: a energia pode mudar de forma, como de potencial para cinética, ou de química para térmica;
- Conservação: em qualquer transformação, a quantidade total de energia em um sistema isolado permanece constante, apenas sendo redistribuída;
- Aplicabilidade universal: o conceito de energia se aplica a uma ampla gama de contextos naturais e tecnológicos, desde processos biológicos até o funcionamento de máquinas e sistemas industriais.

Essa primeira ação foi essencial para promover uma compreensão mais ampla e teórica do conceito de energia. Ao serem introduzidos ao movimento lógico-histórico do conceito, os alunos passaram a reconhecê-lo como uma construção histórica e dinâmica, cujas aplicações se estendem muito além da sala de aula.

Como destaca Davídov (1988), a transição do pensamento empírico para o teórico representa um marco fundamental no processo de aprendizagem, pois permite ao aluno compreender as relações gerais e profundas que estruturam as características observáveis. Ao final da ação, muitos estudantes, como o Aluno A, manifestaram maior segurança em relação ao tema e demonstraram a capacidade de relacionar os conhecimentos construídos com situações do cotidiano, superando concepções fragmentadas e desenvolvendo uma compreensão mais sistematizada e crítica do objeto de estudo.

A segunda ação do experimento didático-formativo teve como foco a modelagem

da relação geral do conceito de energia. Conforme destaca Davídov (1988), a modelagem constitui uma etapa central no processo de aprendizagem desenvolvimental, pois possibilita que os alunos representem de maneira objetiva — seja por meio de esquemas, diagramas ou textos — os conceitos que vêm internalizando ao longo da atividade. Mais do que verificar o grau de compreensão conceitual, essa etapa auxilia os estudantes na organização do pensamento teórico, reforçando a conexão entre abstrações científicas e situações concretas do cotidiano.

Nesse contexto, uma modelagem foi utilizada como instrumento pedagógico para aprofundar a reflexão dos alunos sobre os princípios de conservação e transformação da energia. Por meio da construção de representações visuais, escritas ou tridimensionais, os estudantes foram desafiados a traduzir o conhecimento teórico em modelos compreensíveis e instrucionais, capazes de expressar as relações gerais envolvidas nas energias observadas. O exercício da modelagem contribuiu não apenas para consolidar conceitos, mas também para estimular a autonomia intelectual, a criatividade e o julgamento lógico.

Operação da Ação 2

A operação desta ação consistiu em orientar os alunos a selecionar situações do cotidiano em que o conceito de energia estivesse presente de forma significativa, e a criar modelos explicativos que evidenciassem sua transformação e conservação. Entre as preferências escolhidas destacaram-se o funcionamento de um automóvel, o aquecimento de alimentos em um forno, a geração de energia elétrica em hidrelétricas e o uso de eletricidade em residências. Cada grupo ou aluno foi incentivado a mapear as etapas do processo energético envolvido, identificando as formas de energia presentes (como química, térmica, elétrica ou mecânica) e as transformações que ocorrem ao longo do sistema.

A segunda ação do experimento didático-formativo teve como foco a modelagem da relação geral do conceito de energia. Conforme ressalta Davídov (1988), a modelagem representa uma etapa essencial no processo de aprendizagem desenvolvimental, pois permite que os alunos expressem, de forma objetiva — por meio de representações gráficas, textuais ou tridimensionais —, os conceitos que vêm sendo internalizados ao longo das atividades. Essa etapa, além de verificar o nível de compreensão dos estudantes, contribui para a estruturação do pensamento teórico, conectando abstrações científicas a situações concretas do cotidiano.

Nesse contexto, uma modelagem foi utilizada como ferramenta pedagógica para aprofundar a reflexão dos alunos sobre os princípios de conservação e transformação da energia. Os estudantes foram incentivados a construir representações que ilustrassem, de

maneira coerente, como a energia se manifesta, se transforma e se conserva em diferentes sistemas. A elaboração desses modelos favoreceu o exercício da autonomia intelectual, o raciocínio lógico e a criatividade, ao mesmo tempo em que consolidava os conhecimentos desenvolvidos nas etapas anteriores do experimento.

A operação correspondente a essa ação consistiu em orientar os alunos a selecionar tendências do cotidiano em que o conceito de energia estivesse presente de forma significativa. Entre os exemplos escolhidos, destacam-se o funcionamento de automóveis, o aquecimento de alimentos em fornos, a geração de energia elétrica em usinas hidrelétricas e o uso de eletricidade em residências. A partir dessas situações, os estudantes passaram a construir modelos explicativos, buscando identificar as diferentes formas de energia envolvidas e as transformações que ocorrem ao longo dos processos. Essa construção foi realizada por meio da elaboração de representações gráficas, como diagramas e fluxogramas, bem como de textos explicativos e até maquetes simples que auxiliavam na visualização das etapas energéticas.

Após a criação dos modelos, os alunos avaliaram os colegas e o professor, promovendo um momento de análise e discussão coletiva. Essa socialização das representações permitiu a comparação de diferentes interpretações, o esclarecimento de dúvidas e o aprofundamento conceitual. O professor, participante como mediador, incentivou os estudantes a relacionarem os modelos elaborados aos princípios científicos planejados ao longo do experimento, reforçando a compreensão do conceito de energia como uma grandeza conservada e transformável em diferentes contextos. Assim, a modelagem cumpriu um papel decisivo na formulação do pensamento teórico, para permitir que os alunos visualizassem, organizassem e comunicassem suas compreensões de forma estruturada e significativa.

Essa operação foi decisiva para que os alunos pudessem visualizar as inter-relações entre diferentes formas de energia e considerar a conservação como princípio organizador das características físicas. Ao representar graficamente tais transformações, os estudantes não apenas comunicaram suas compreensões, mas também aprofundaram seu entendimento sobre a lógica interna do conceito, consolidando o movimento do empírico ao teórico.

Durante a construção do modelo, a Aluna B optou por representar o funcionamento de um automóvel. Em seu diagrama, destacou o processo de transformação da energia química contido no combustível em energia térmica no motor, que por sua vez é convertido em energia mecânica para movimentar o veículo. Ela também observou que parte da energia se dissipa na forma de calor, confirmando que nem toda a energia é utilizada diretamente na geração de

movimento. Essa percepção foi expressa de maneira bastante significativa durante a apresentação de seu modelo ao grupo, quando comentei:

Eu nunca tinha parado para pensar que o motor de um carro não usa toda a energia do combustível para se mover. Parte vira calor e se perde, mas a energia total ainda está ali, só muda de forma. Isso me fez perceber que a conservação da energia funciona em tudo, mesmo quando parece que ela está 'sumindo'.

Essa reflexão evidenciou um avanço notável em sua compreensão conceitual. No início, a aluna apresentou uma visão fragmentada do conceito de energia, associando-o apenas ao movimento visível do carro. No entanto, ao construir o modelo e discutir com seus colegas, ela passou a refletir a energia como uma grandeza universal, presente em diferentes sistemas, que se transforma continuamente, mas cuja quantidade total permanece constante.

A modelagem, nesse sentido, revelou-se um recurso potente para externalizar representações mentais, tornando visíveis as conexões que os alunos estavam construindo entre os conceitos científicos e suas experiências cotidianas. Para o professor, esse momento também foi importante, pois foi possível identificar dificuldades específicas de compreensão e reorientar as atividades subsequentes de forma mais eficaz. Além disso, a produção de modelos impulsionou o desenvolvimento de habilidades cognitivas importantes, como a abstração, a análise crítica e a capacidade de comunicação. Durante a comparação entre os diferentes modelos modificados, os estudantes perceberam que, apesar das diferenças nos contextos financeiros representados, todos obedeceram aos mesmos princípios universais de transformação e conservação da energia.

Segundo Davidov (1988), a modelagem representa um passo fundamental no desenvolvimento do pensamento teórico, pois exige que o aluno organize, generalize e articule os conceitos a uma estrutura lógica e sistemática. Nessa ação, os estudantes não apenas representaram o conceito de energia: eles também o internalizaram de maneira mais profunda, compreendendo tanto suas aplicações práticas quanto suas implicações teóricas.

A experiência com a modelagem demonstrada que esta etapa é crucial para a formação de conceitos científicos sólidos. Muitos alunos, ao final da ação, manifestaram-se mais confiantes em suas capacidades de análise e sistematização, demonstrando progresso no

desenvolvimento do pensamento teórico. A própria Aluna B resumiu sua trajetória com as seguintes palavras:

Antes, eu descobri que a energia era só o que a gente usa em casa ou no carro, mas agora vejo que é um conceito muito maior. É como se tudo ao nosso redor fosse parte de um ciclo de transformação. Isso mudou minha forma de pensar.

Esse relato sintetiza o efeito transformador da atividade: ao promover o engajamento intelectual e a construção ativa de conhecimento, a mostrar-se uma ferramenta pedagógica alinhada aos pressupostos do Ensino Desenvolvimental, favorecendo uma aprendizagem expressiva, crítica e inserida à realidade dos estudantes.

A terceira ação do experimento deu continuidade ao processo formativo, focando na aplicação prática do conceito de energia por meio de discussão em grupo. O objetivo central foi criar um ambiente colaborativo em que os alunos possam consolidar os conhecimentos construídos nas etapas anteriores, articulando-os com situações reais e cotidianas. Inspirada nos princípios da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davídov (1988), essa ação enfatizou o papel das interações sociais como condição essencial para a formação do pensamento teórico. Por meio do diálogo, da argumentação e da mediação do professor, buscamos fomentar habilidades reflexivas e analíticas, incentivando os alunos a compreender e problematizar as informações à luz de princípios científicos.

Na terceira ação do experimento, a primeira operação concentrou-se na discussão de situações-problema relacionadas à aplicação do conceito de energia em contextos do cotidiano. Os alunos foram organizados em grupos heterogêneos e receberam propostas de análise que projetam a articulação dos conhecimentos construídos nas etapas anteriores. Entre os temas discutidos foram o consumo de energia de eletrodomésticos, os desafios e benefícios das fontes de energia renovável e o impacto ambiental do uso de combustíveis fósseis. Cada grupo analisando a situação apresentada, buscando compreender os elementos envolvidos e propor soluções ou recomendações fundamentadas nos princípios científicos já funcionais.

Essa operação teve como objetivo central promover o diálogo entre os estudantes, estimulando a troca de ideias, a construção coletiva de significados e o desenvolvimento da argumentação teórica. Durante a discussão, os alunos foram desafiados a interpretar dados, identificar padrões e aplicar os conceitos científicos a problemas concretos, fortalecendo o vínculo entre teoria e prática. A mediação do professor foi essencial nesse processo, competitiva

para garantir que as discussões permanecessem focadas e produtivas, e para incentivos ao aprofundamento das análises realizadas.

Ao final das discussões em grupo, os alunos socializaram suas conclusões com a turma. Nesse momento, o professor assumiu um papel como mediador das apresentações, promovendo uma escuta crítica das propostas, incentivando questionamentos entre os grupos e estimulando a argumentação fundamentada. Essa dinâmica contribuiu significativamente para o desenvolvimento de competências discursivas, reflexivas e científicas, reforçando a internalização dos conceitos em discussão.

Um exemplo representativo dessa etapa foi o envolvimento de Aluno C em uma das situações-problema, que tratava do uso de energia renovável em sua comunidade. Inicialmente, o aluno expressou ceticismo quanto à previsão da energia solar, afirmando que “*energia solar é muito cara e difícil de instalar*”. No entanto, ao participar do debate com os colegas e analisar os dados apresentados pelo professor, começou a reconsiderar sua posição e demonstrar interesse crescente pelo tema. A troca de experiências entre os alunos — alguns dos quais relatando casos reais de uso de energia solar em suas comunidades — ampliou o horizonte do Aluno C, despertando nele a curiosidade e o desejo de investigar mais profundamente o assunto. Durante a apresentação do grupo, ele declarou:

Sempre achei que a energia solar era algo inacessível para a maioria das pessoas, mas aprendi que existem programas que ajudam as famílias a instalar painéis solares, o que pode economizar dinheiro a longo prazo e ainda reduzir o impacto ambiental.

Esse relato evidencia não apenas a ampliação do repertório informativo do aluno, mas também uma mudança em sua postura diante do conhecimento. Ao conectar os conceitos teóricos à realidade social, o Aluno C desenvolveu uma compreensão mais crítica e contextualizada sobre o tema, o que demonstra a potência da discussão em grupo como espaço formativo. Essa operação cumpriu, assim, um papel decisivo na consolidação do pensamento teórico, ao articular os saberes científicos sobre questões reais e ao incentivo ao protagonismo discente na construção coletiva do conhecimento.

Essa reflexão evidenciou uma mudança significativa na compreensão do Aluno C, que passou a articular o conhecimento teórico sobre energia com sua aplicabilidade prática, apoiando também as implicações sociais e econômicas associadas a esse conceito. O ambiente colaborativo de discussão em grupo revelou-se fundamental nesse processo, pois promoveu uma aprendizagem dinâmica, em que os alunos puderam não apenas consolidar os saberes

construídos nas ações anteriores, mas também desenvolver habilidades de análise crítica, argumentação e tomada de decisão fundamentada.

Ao se debruçarem sobre situações-problemas ancoradas em contextos reais e cotidianos, os estudantes perceberam com maior nitidez a conexão entre os conceitos científicos e os desafios enfrentados pela sociedade, ampliando sua compreensão sobre o papel da energia como elemento estruturante de processos sociais, econômicos e ambientais. Nesse cenário, a mediação do desempenho social teve um papel central na formação do pensamento teórico, conforme planejado por Davídov (1988), ao favorecer a externalização de ideias, o confronto de perspectivas e a construção coletiva de novos conhecimentos.

A atuação do professor como mediador foi decisiva para o sucesso dessa ação. Mais do que conduziu as discussões, o professor desafiou os alunos a aprofundar suas análises, a argumentar com maior consistência e a reformular suas hipóteses com base em princípios científicos. Essa prática reforçou a concepção de que o aprendizado não se dá de forma isolada, mas é resultado de um processo intersubjetivo, sustentado pela linguagem, pelo diálogo e pela cooperação.

O relato de Aluno C ilustra com clareza o potencial transformador da discussão em grupo. Inicialmente ancorado em uma visão empírica e limitada do conceito de energia, ele foi capaz de expandir sua compreensão, relacionando-a a temas como sustentabilidade, economia doméstica e justiça social. Esse movimento do particular ao geral, do concreto ao abstrato, revela avanços avançados no desenvolvimento do pensamento teórico, que passou a se sustentar em fundamentos científicos e em análises contextualizadas.

Ao final dessa ação, foi possível observar que os alunos avançaram na construção de uma compreensão mais ampla, articulada e consistente sobre o conceito de energia. As discussões em grupo, ancoradas na mediação social, permitiram a identificação de relações universais e a generalização de conceitos, superando as concepções fragmentadas e espontâneas que predominaram no início do experimento. Essa etapa reforça, portanto, a importância de integrar práticas colaborativas ao processo de ensino, promovendo uma educação que valoriza o protagonismo discente, a interação social e a conexão entre ciência e realidade. Como resultado, os alunos não apenas ampliaram seu repertório conceitual, mas também desenvolveram competências fundamentais para analisar criticamente o mundo em que vivem e propor soluções criativas e socialmente comprometidas para os desafios contemporâneos.

A quarta ação do experimento didático-formativo centra-se na realização de experimentos práticos, oferecendo aos alunos a oportunidade de observar, manipular e analisar diretamente as características relacionadas à conservação e à transformação de energia. Essa

abordagem prática, fundamentada nos princípios da Teoria do Ensino Desenvolvidor, teve como propósito consolidar o conhecimento teórico por meio da experiência concreta, ao mesmo tempo em que estimulava o pensamento investigativo, a autonomia e a articulação entre abstração e realidade observável.

Conforme enfatiza Davídov (1988), a resolução de tarefas particulares associada a um conceito geral é fundamental para o desenvolvimento do pensamento teórico. Ao aplicar os princípios gerais da energia em situações específicas e contextualizadas, os alunos puderam aprofundar sua compreensão do núcleo conceitual do objeto de estudo, percebendo sua aplicabilidade em diferentes sistemas e realidades.

A primeira operação dessa ação consistiu no planejamento dos experimentos. Os alunos foram desafiados a construir propostas experimentais que ilustrassem, de forma clara, os processos de transformação e conservação da energia. Esse momento foi decisivo para que os estudantes assumissem um papel atento na construção do conhecimento, definindo hipóteses, estabelecendo procedimentos e antecipando possíveis resultados. Entre os temas escolhidos pelos grupos, destacaram-se experimentos envolvendo a conversão de energia elétrica em térmica, como o uso de resistências e aquecedores; a transformação de energia cinética em potencial, por meio da observação de pêndulos e objetos em rampas inclinadas; e o funcionamento de dispositivos simples, como molas, utilizados para demonstrar o princípio da conservação de energia.

Essa etapa inicial do planejamento proporcionou uma importante articulação entre os conceitos teóricos previamente planejados e as manifestações empíricas da energia nos sistemas observáveis. A necessidade de estruturar o experimento, antecipar seus desdobramentos e complicações suas escolhas fez com que os alunos mobilizassem saberes diversos, conectando teoria e prática de forma mais profunda.

Na sequência, durante a execução dos experimentos, os alunos colocaram na prática os planos elaborados, registrando observações, interpretando dados e refletindo coletivamente sobre os resultados obtidos. Essa fase foi marcada por uma intensa interação entre os estudantes e pelo papel do professor como mediador do processo, orientando a inovação e promovendo o diálogo reflexivo a partir das situações vivenciadas. Em um dos grupos, por exemplo, os alunos investigaram a conversão de energia potencial em energia cinética utilizando uma rampa. Ao soltar um objeto de diferentes alturas, observaram como a energia armazenada devido à posição gravitacional era gradualmente transformada em movimento, evidenciando o princípio da conservação da energia. Esse tipo de experiência concretamente possibilitou aos estudantes relacionar as abstrações conceituais às características físicas observáveis, fortalecendo sua

compreensão e ampliando sua capacidade de análise.

A realização dos experimentos práticos apresentados é uma estratégia potente para consolidar o pensamento teórico, pois desafiou os alunos a interpretar as especificações à luz dos princípios científicos propostos anteriormente, promovendo uma aprendizagem mais ativa, investigativa e conectada à realidade.

Após a realização dos experimentos, os alunos passaram à fase de análise e interpretação dos dados obtidos, comparando-os com as hipóteses formuladas durante o planejamento. Esse processo envolve a identificação de padrões de comportamento nos sistemas apresentados, o registro de eventuais discrepâncias entre os resultados esperados e os efetivamente verificados, bem como a discussão coletiva sobre possíveis implicações para esses descompassos. A análise crítica dos dados foi fundamental para consolidar a compreensão dos leis que regem a conservação e a transformação da energia, promovendo uma reflexão mais profunda sobre os conceitos em estudo e reforçando a articulação entre teoria e prática.

Um exemplo particularmente expressivo desse momento foi protagonizado por Aluno C, durante um experimento que investigava a conversão de energia elétrica em térmica. Utilizando um aquecedor simples para aquecer água em um recipiente, o grupo ajudou o aumento progressivo da temperatura. O Aluno C demonstrou grande curiosidade ao perceber que, embora a energia elétrica não fosse visível, seus efeitos eram evidentes. Inicialmente, o aluno se manifestou com dificuldade em compreender por que a temperatura continuava a subir, mesmo sem que a energia estivesse sendo percebida de forma direta. Ao longo da discussão com os colegas e com o apoio do professor, que interveio com questionamentos pontuais, ele foi incentivado a refletir sobre o destino da energia elétrica e sua relação com o aquecimento da água.

Durante uma conversa, o aluno apresentou sua percepção com o grupo, afirmando:

"Eu sabia que o aquecedor esquentava, mas nunca tinha pensado no que acontecia com a energia nesse processo. Agora, entendo que a energia não desaparece, ela só muda de forma."

Essa constatação revelou um avanço importante em sua compreensão, abaixo do que ele passou a considerar o princípio da conservação da energia a partir da experiência concreta. Ao final da atividade, o Aluno C expressou uma nova percepção sobre o uso da energia no cotidiano, declarando:

"Agora faz mais sentido pensar que a energia não é algo que se perde. Quando ligamos algo na tomada, estamos transformando a energia elétrica de outras formas, como luz, calor ou movimento. Isso me faz querer entender mais sobre como economizar energia em

casa."

Esse relato destaca não apenas o progresso cognitivo do aluno, mas também o impacto formativo do experimento em sua visão de mundo. A compreensão da energia como uma grandeza que se conserva e se transforma continuamente extrapolou o campo conceitual e passou a influenciar sua percepção sobre práticas cotidianas, como o consumo consciente de eletricidade. Dessa forma, a experiência prática assumiu um papel central na mediação entre o conhecimento científico e a realidade vivida pelos alunos, promovendo um aprendizado crítico e contextualizado.

A realização de simulações e experimentos desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos. Ao observar diretamente as manifestações físicas relacionadas à energia, os estudantes puderam consolidar os conhecimentos adquiridos nas etapas anteriores do experimento, conectando abstrações teóricas a situações concretas e observáveis. Essa abordagem prática também contribuiu para o fortalecimento da curiosidade científica, despertando o interesse investigativo e favorecendo o engajamento dos alunos nas atividades propostas.

O processo de análise crítica dos dados obtidos, aliado ao confronto com as hipóteses inicialmente formuladas, promoveu o desenvolvimento de habilidades de investigação e raciocínio lógico, preparando os alunos para lidar com problemas complexos de forma estruturada e reflexiva. A mediação do professor foi essencial nesse percurso, atuando como facilitador das descobertas, orientando as interpretações e garantindo que as observações empíricas fossem compreendidas à luz dos princípios científicos que sejam específicos ao núcleo conceitual do objeto de estudo.

Conforme ressalta Davídov (1988), a resolução de tarefas particulares é um elemento central para a formação de conceitos teóricos, pois permite aos alunos identificar relações universais e generalizar os princípios construídos ao longo do processo. A quarta ação do experimento evidenciou que a experimentação prática pode funcionar como uma poderosa ferramenta pedagógica para superar compreensões empíricas fragmentadas, favorecendo a apropriação crítica e sistematizada dos conceitos científicos.

Ao integrar teoria e prática de forma articulada, a realização de simulações e experimentos contribuíram para o desenvolvimento de uma educação científica mais crítica, reflexiva e contextualizada. O vínculo entre os conceitos teóricos e as experiências vívidas possibilitou que os alunos compreendessem a relevância social e a prática do conhecimento científico, ampliando sua motivação e seu interesse pelo aprendizado. Assim, essa ação destacou a importância de metodologias pedagógicas que promovam a interação entre o aluno,

o professor e o objeto de estudo, proporcionando uma aprendizagem que ultrapassa a mera memorização de conteúdos e que prepara os estudantes para compreender e transformar a realidade em que estão inseridos.

A quinta e última ação do experimento didático-formativo consistiu na realização de um seminário de reflexão crítica. Essa etapa teve como finalidade consolidar os conhecimentos construídos ao longo do processo, por meio da socialização de ideias, da análise das aplicações práticas do conceito de energia e da avaliação coletiva da experiência pedagógica vívida. Alinhada aos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, esta atividade apresentou a linguagem e o diálogo como elementos essenciais na internalização de conceitos científicos. Conforme aponta Vigotski (1989), a interação social ocupa um lugar central na aprendizagem, uma vez que os conceitos são primeiramente construídos no plano interpsicológico, para depois serem interiorizados pelo sujeito. O seminário, nesse sentido, configurou-se como um espaço privilegiado de mediação e comunicação, favorecendo a aprendizagem colaborativa e a sistematização do conhecimento científico a partir da troca de experiências e da reflexão coletiva.

A quinta ação do experimento didático-formativo foi dividida em três momentos principais. O primeiro consistiu na organização temática e no trabalho em grupo. Os alunos foram distribuídos em equipes e orientados a escolher, de forma independente, temas relacionados ao conceito de energia que apresentem relevância para suas realidades e comunidades. Entre os temas selecionados pelos grupos, destacaram-se questões como o uso de energia em contextos industriais e suas implicações sociais e econômicas, a sustentabilidade e o papel das fontes renováveis, bem como a eficiência energética em ambientes domésticos e coletivos. Cada grupo ficou responsável por realizar pesquisas, discutir coletivamente e elaborar uma apresentação articulando as experiências vivenciadas ao longo do experimento com os conceitos teóricos treinados. Essa etapa favoreceu a sistematização do conhecimento e reforçou a articulação entre teoria e prática.

O segundo momento da ação envolveu a apresentação dos resultados. Durante o seminário, os grupos compartilharam suas reflexões com os colegas e com o professor, em um ambiente de diálogo e escuta ativa. As apresentações foram marcadas pela tentativa de conectar os conceitos científicos às experiências cotidianas, utilizando exemplos concretos para ilustrar suas análises. Alguns grupos participaram, por exemplo, de estudos sobre o impacto econômico e ambiental do uso de energia solar, discutiram o desperdício de energia em equipamentos

domésticos e propuseram estratégias para promover a conservação de energia em seus próprios contextos. A comunicação oral tornou-se, nesse processo, uma ferramenta central para a consolidação do conhecimento. Ao verbalizarem suas ideias, os alunos não apenas organizaram seu raciocínio, mas também aprofundaram sua compreensão dos conceitos discutidos. Esse movimento confirma o papel essencial da linguagem no processo de aprendizagem, conforme destaca Vigotski (2001), ao evidenciar que o pensamento se desenvolve na e pela relação com o outro.

Na terceira e última etapa da ação, os alunos participaram de uma discussão coletiva, voltada para a reflexão crítica sobre o percurso formativo. Foram incentivados a avaliar como sua compreensão do conceito de energia foi transformada ao longo do experimento, comparando essa experiência com as metodologias tradicionais de ensino aos quais eles estavam acostumados. Além disso, refletimos sobre a relevância social e ambiental dos conhecimentos construídos, especialmente no que diz respeito à sustentabilidade, ao consumo consciente e às possíveis aplicações em suas comunidades.

Um exemplo revelador desse processo foi a participação de Aluna D, que optou por apresentar o tema das energias renováveis, com ênfase na energia solar. Em sua exposição, ela explicou como os painéis solares funcionam e destacou tanto os benefícios quanto os desafios associados à sua adoção, apontando impactos ambientais e econômicos para sua comunidade. Em um momento de reflexão pessoal, declarou:

"Nunca pensei que a energia solar pudesse ser algo acessível. Sempre achei que fosse cara e distante da nossa realidade. Mas agora vejo que pode ser uma solução prática e importante para economizar energia e cuidar do meio ambiente."

Esse comentário evidenciou a maneira como o seminário permitiu à lua conectar os conteúdos teóricos a questões concretas, promovendo uma análise crítica e situada da realidade. Posteriormente, ao compartilhar sua experiência de apresentação, relatada:

"No começo, fiquei nervoso porque achei que não ia saber o que falar. Mas, à medida que fui apresentando, percebi que eu sabia do que estava falando. Isso me deu confiança para explicar as coisas de forma mais claras e até responder perguntas dos colegas."

Esse testemunho revela não apenas o avanço na compreensão do conceito de energia, mas também o fortalecimento da autoconfiança e das habilidades comunicativas da lua,

indicando que a atividade final do experimento contribuiu não apenas para as declarações conceituais, mas também para o desenvolvimento pessoal e social dos estudantes.

Essa experiência reforçou o papel do seminário como uma etapa essencial para a consolidação do aprendizado, fortalecendo não apenas o domínio conceitual dos alunos, mas também o desenvolvimento de habilidades como a comunicação, a argumentação e a autoconfiança. Ao assumir a responsabilidade de apresentar e defender suas ideias diante dos colegas, os estudantes apresentaram progressos significativos em sua capacidade de organizar o pensamento, manifestar-se com clareza e sustentar sua posição com base em argumentos científicos e experiências vivenciadas.

O seminário de reflexão crítica desempenhou, portanto, um papel decisivo na promoção de uma aprendizagem transformadora. A apresentação dos resultados permitiu que os alunos sistematizassem as ideias construídas ao longo do experimento e, ao projetá-las com seus pares, internalizassem de forma mais profunda e integrada os conceitos científicos de trabalho. Além disso, esse momento favoreceu o desenvolvimento de competências discursivas e sociais, contribuindo para o fortalecimento da autonomia intelectual e da confiança nas próprias capacidades.

Outro aspecto importante foi a possibilidade de teoria articular e prática de maneira concreta. As investigações realizadas e os temas escolhidos pelos grupos permitiram que os estudantes relacionassem o conceito de energia a situações reais de suas vidas, como o uso consciente dos recursos energéticos, a busca por alternativas sustentáveis e os impactos ambientais do consumo. Essa aproximação com a realidade contribuiu para que o conhecimento científico deixasse de ser percebido como algo distante, tornando-se um instrumento de leitura crítica do mundo.

A realização do seminário evidenciou, de forma clara, os princípios centrais da Teoria do Ensino Desenvolvimental e da Teoria Histórico-Cultural, especialmente no que se refere à importância da mediação social no processo de aprendizagem. Conforme Vigotski (1991), o conhecimento é construído primeiramente no plano interpsicológico, a partir das interações sociais, para depois ser internalizado de forma individual. Esse processo foi intensamente vivido no seminário, em que as trocas de ideias, os debates e a escuta ativa entre os alunos desenvolveram tanto a compreensão coletiva quanto o aprofundamento pessoal do conceito de energia.

A metodologia adotada nesta etapa proporcionou uma experiência de aprendizagem colaborativa que rompeu com os limites do ensino tradicional, baseada na exposição passiva de

conteúdos. De acordo com Davídov (1998), o ensino deve possibilitar ao aluno o avanço rumo a uma compreensão teórica das ciências, conectando os princípios científicos às realidades práticas. O seminário cumpriu plenamente esse papel, ao fomentar a reflexão crítica sobre as aplicações sociais, econômicas e ambientais do conceito de energia, ampliando o alcance formativo da atividade.

Assim, a quinta ação do experimento revelou-se uma etapa fundamental para consolidar o aprendizado e avaliar os resultados alcançados com a metodologia desenvolvimental. Apesar dos desafios iniciais como a insegurança de alguns alunos diante da exposição pública e o estranhamento em relação ao formato dialógico, o seminário se configurou como uma oportunidade enriquecedora para todos os envolvidos.

Os resultados indicam que uma combinação de práticas pedagógicas colaborativas, investigativas e reflexivas é capaz de transformar significativamente a dinâmica da sala de aula, promovendo não apenas um aprendizado mais profundo, mas também uma formação mais crítica, participativa e socialmente comprometida.

As ações pedagógicas desenvolvidas ao longo do experimento didático-formativo evidenciaram o potencial da Teoria do Ensino Desenvolvimental para promover uma aprendizagem crítica, consciente e significativa do conceito de energia. Ao seguir a proposta lógica de Davídov (1988), o experimento foi estruturado de modo a favorecer a transição do pensamento empírico para o pensamento teórico, promovendo a formação de conceitos científicos a partir da análise de situações concretas, da mediação social e da sistematização do conhecimento.

A sequência didática inovadora possibilitou que os alunos se apropriassem do conceito de energia não como um conteúdo isolado ou meramente técnico, mas como uma construção teórica com profundas implicações sociais, econômicas e ambientais. Desde o diagnóstico inicial até o seminário de reflexão crítica, cada ação foi pensada como parte de um processo formativo que articula o sujeito, o objeto de conhecimento e o contexto social. As operações didáticas realizadas — como a transformação de dados empíricos, a descrição lógico-histórica do conceito, a modelagem, a experimentação e a argumentação coletiva — proporcionaram aos estudantes a experiência de um percurso de construção conceitual ancorado na realidade e na investigação.

Ao longo do experimento, foi possível observar avanços avançados no desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos. Eles passaram a compreender a energia como uma grandeza universal, passível de transformação e conservação, presente em múltiplos sistemas e características. Mais do que isso, nossa capacidade de aplicar esse conceito em

diferentes contextos, propor soluções fundamentadas, dialogar com diferentes perspectivas e considerar a ciência como uma ferramenta para compreender e transformar o mundo.

A mediação do professor, a interação entre os alunos e a valorização do saber dos estudantes foram fatores decisivos para a consolidação desses avanços. A aprendizagem não foi concebida como uma transferência de informações, mas como um processo coletivo de investigação e orientação do conhecimento. Nesse sentido, a experiência reforça a importância de práticas pedagógicas que superem o ensino tradicional e valorizem o protagonismo discente, a cooperação e a articulação entre teoria e prática.

Por fim, a realização do experimento didático-formativo permitiu não apenas validar a proposta pedagógica inspirada na Teoria do Ensino Desenvolvidor, mas também indicar caminhos possíveis para uma educação científica mais crítica, dialógica e socialmente comprometida. Ao integrar o conceito de energia a questões reais e relevantes para os estudantes, o ensino se mostra capaz de mobilizar saberes, formar sujeitos reflexivos e contribuir para a construção de uma escola mais significativa, emancipadora e externa para a formação humana integral.

Para além da organização geral do experimento didático-formativo, cada atividade foi concebida com o propósito de favorecer a construção de conceitos específicos ligados à energia mecânica. Ao observar o funcionamento da Máquina de Heron, os estudantes foram levados a compreender a transformação de energia térmica em trabalho mecânico, ao acompanhar o processo de aquecimento da água, geração de vapor e rotação das esferas. A partir da análise do movimento das esferas, foi possível introduzir o conceito de energia cinética, enquanto a observação da água acumulada nas seringas permitiu discutir a noção de energia potencial gravitacional, em função da altura e da quantidade de massa envolvida.

Para aprofundar a compreensão desses fenômenos, foram propostas tarefas de modelagem, nas quais os alunos discutiram a relação entre altura e velocidade em sistemas em movimento, e a influência de forças externas, como atrito e resistência do ar, sobre o desempenho da máquina. A comparação entre a Máquina de Heron e uma bomba elétrica moderna foi trabalhada em uma etapa posterior, por meio de vídeos, debates orientados e um experimento com maquete funcional, incentivando a análise da eficiência, dos princípios de funcionamento e das diferenças tecnológicas, relacionando-as ao contexto histórico de cada artefato.

Essas ações foram organizadas em uma sequência que respeitou a lógica do Ensino Desenvolvidor: partiu-se da identificação de uma situação contraditória (por que e como a máquina gira com vapor?), que gerou interesse e problematização, avançando para momentos

de modelagem, análise, generalização e retorno ao concreto. A mediação pedagógica, nesse processo, foi centrada na promoção de discussões coletivas, estímulo à argumentação e retomada dos conceitos em diferentes situações, permitindo aos alunos não apenas memorizar fórmulas, mas compreender criticamente os fenômenos estudados.

A análise da Máquina de Heron também possibilitou a introdução de conteúdos matemáticos fundamentais. A observação do movimento circular da estrutura giratória permitiu trabalhar noções de geometria, como circunferência, raio e diâmetro, bem como a medida de ângulos formados durante as rotações. Além disso, foram mobilizados conceitos de razão e proporção, especialmente ao comparar os tempos de rotação em diferentes níveis de aquecimento ou volumes de água, promovendo reflexões sobre variáveis dependentes e independentes. A interpretação de gráficos que relacionavam tempo, temperatura e velocidade angular proporcionou a exploração de funções matemáticas, sobretudo lineares e quadráticas, favorecendo a compreensão da variação de grandezas físicas. A modelagem da trajetória das esferas e a estimativa da velocidade com base na distância percorrida e no tempo aproximado abriram espaço para a aplicação da cinemática com suporte algébrico, integrando linguagem matemática à observação empírica. Dessa forma, o experimento com a máquina a vapor revelou-se um potente articulador entre conceitos da física e da matemática escolar, oferecendo aos alunos uma vivência concreta das aplicações e origens históricas do conhecimento matemático.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação investigou o impacto da História da Matemática, aliada à Teoria do Ensino Desenvolvimental, na promoção do pensamento teórico em estudantes do 1º ano do Ensino Médio. Ao utilizar um Museu Matemático como recurso pedagógico inovador, buscamos conectar os conceitos matemáticos a contextos históricos e sociais, proporcionando uma aprendizagem mais expressiva. Fundamentada nas contribuições de Vygotsky, Leontiev e Davídov, a pesquisa adotou uma abordagem qualitativa, explorando como o uso de artefatos históricos pode facilitar a transição dos alunos do conhecimento empírico para o teórico. Os resultados obtidos não apenas confirmaram a eficácia dessa abordagem, mas também abriram caminhos para reflexões profundas sobre o ensino da matemática e suas implicações pedagógicas, sociais e epistemológicas.

Os dados coletados revelaram que a interação com artefatos como a Teorema de Tales, o Pêndulo e o Teorema de Pitágoras permitiram aos alunos desenvolverem uma compreensão mais sólida e ampla de conceitos matemáticos fundamentais, como proporcionalidade e geometria. Os resultados qualitativos apontaram um aumento na capacidade dos alunos de resolver problemas complexos e na habilidade de abstração. Esses avanços evidenciam que a integração entre história, matemática e prática experimental não apenas facilita a compreensão, mas também motiva os alunos a perceberem a relevância da matemática em sua vida cotidiana e em questões sociais mais amplas. A experiência no Museu Matemático mostrou-se um catalisador para a formação de um pensamento crítico, essencial para a construção de cidadãos mais conscientes.

No campo teórico, a pesquisa reforçou as proposições de Vygotsky sobre a Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI), demonstrando que a mediação do professor é fundamental para que os alunos internalizem conceitos abstratos. A aplicação da teoria de Davídov foi central para a análise dos resultados, especialmente no que diz respeito à formação de conceitos. A interação com os artefatos do museu permitiu aos alunos vivenciarem os conceitos matemáticos em situações concretas, favorecendo o avanço do pensamento teórico. No entanto, a pesquisa também identificou desafios, como a necessidade de uma mediação mais flexível e responsiva por parte do professor, adaptando-se aos diferentes níveis de compreensão dos alunos e aos obstáculos impostos por conceitos matemáticos mais complexos. Esses desafios destacam a importância de uma formação docente, capaz de alinhar teoria e prática.

A implementação do Museu Matemático revelou-se uma estratégia interessante para promover uma "compreensão integrada" dos conceitos matemáticos, conforme evidenciado

pelas avaliações, observações e relatórios dos alunos. Algumas atividades práticas realizadas, com alguns experimentos pedagógicos do museu, foram a aplicação do Teorema de Tales e a experimentação com roldanas simples e compostas, não apenas facilitaram a aprendizagem, mas também incentivaram os alunos a relacionarem conceitos abstratos a situações práticas. Essa abordagem prática e contextualizada permitiu que os estudantes internalizassem os conceitos de maneira mais expressiva e crítica, demonstrando que a matemática não é um campo distante da realidade, mas uma ferramenta viva e dinâmica para interpretar e transformar o mundo.

Além das contribuições pedagógicas, esta pesquisa oferece implicações práticas expressivas. O desenvolvimento de um caderno pedagógico, com atividades e orientações baseadas no uso do Museu Matemático, fornece aos professores um recurso valioso para replicar essa metodologia em diferentes contextos. Ao valorizar a história como eixo central do ensino, em vez de apenas um pano de fundo, a proposta promove um ensino de matemática mais conectado às ciências humanas e sociais, ressignificando o aprendizado e fortalecendo o vínculo entre teoria e prática. Essa integração interdisciplinar não apenas enriquece o currículo, mas também prepara os alunos para enfrentar os desafios de um mundo cada vez mais complexo e interconectado.

Em termos de impacto na literatura, esta pesquisa avança ao posicionar o Museu Matemático como uma ferramenta inovadora que não apenas humaniza a matemática, mas também oferece uma estrutura para a formação de conceitos teóricos e analíticos. Conforme argumenta Davídov (1988), o ensino que prioriza a construção de conceitos teóricos é essencial para a formação de indivíduos capazes de compreender e transformar a realidade, e esta pesquisa fornece evidências concretas de que isso é possível por meio de abordagens interativas e contextuais.

No entanto, é necessário reconhecer as limitações desta pesquisa para assegurar a transparência e a integridade da análise. O estudo foi realizado em um contexto específico, com uma amostra limitada de alunos, o que limita a generalização dos achados para outros contextos e faixas etárias. Além disso, a pesquisa não explorou em profundidade o papel da formação docente na mediação pedagógica do Museu Matemático. Investigações futuras poderiam ampliar a aplicação dessa abordagem em diferentes contextos socioculturais e avaliar a possibilidade de replicação do modelo com alunos de outras idades. Outro ponto a ser considerado é a necessidade de acompanhamento a longo prazo, para compreender os impactos duradouros dessa metodologia no desenvolvimento do pensamento teórico e crítico dos alunos.

Ao final dessa dissertação contribui para a discussão sobre a renovação do ensino de Matemática ao propor uma abordagem que combina a História da Matemática e o Ensino Desenvolvimental, demonstrando como o Museu Matemático pode funcionar como um recurso pedagógico que contribui com a promoção de um aprendizado matemático mais integrado. Ao conectar os alunos com a trajetória histórica da matemática, o museu não apenas ensina conteúdos específicos, mas amplia a visão dos alunos sobre o papel da matemática como uma ferramenta para compreender e interagir com o mundo. Sugere-se que pesquisas futuras investiguem as percepções dos alunos através de entrevistas mais aprofundadas, além de explorar o impacto desta metodologia em escolas de diferentes regiões, permitindo uma compreensão mais ampla sobre o potencial transformador da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem. Essas investigações poderão oferecer novos conhecimentos sobre o papel da mediação pedagógica e da prática contextualizada.

Por fim, esta pesquisa reafirma a relevância de uma educação matemática que vai além da mera transmissão de conteúdos, propondo um ensino que valoriza a história, a prática experimental e a mediação pedagógica como pilares para a formação de cidadãos críticos. A criação do Museu Matemático não apenas enriqueceu o aprendizado dos alunos, mas também contribuiu para a construção de uma visão mais ampla e humanizada da matemática, demonstrando que ela é, antes de tudo, uma ferramenta para compreender e transformar o mundo. O legado desta pesquisa reside, portanto, na demonstração de que a matemática pode ser um campo de conhecimento dinâmico, integrado à realidade e essencial para a construção de uma sociedade mais consciente.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, José Roberto. **A evolução dos conceitos matemáticos**: da pré-história à matemática moderna. São Paulo: Cultura, 2013.
- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- DAVÍDOV, Vasili Vasilievich. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigación psicológica teórica e experimental. Moscou: Editorial Progreso, 1989.
- DAVÍDOV, Vasili Vasilievich. **Problemas do Ensino Desenvolvidor**: investigação psicológica teórica e experimental. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2008.
- DAVÝDOV, Vasili Vasilievich. **Tipos de generalização no ensino**. São Paulo: Editora Unesp, 1988.
- DUARTE, Newton. **Vigotski e o “aprender a aprender”**: crítica às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana. 4. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.
- EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. 3. ed. São Paulo: Unicamp, 2004.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 68. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2018.
- GAMBOA, Sônia. **Metodologias qualitativas em educação**: desafios e possibilidades. Campinas: Papirus, 2003.
- LEONTIEV, Alexei Nikolaievich. **A atividade, a consciência e a personalidade**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.
- LIBÂNEO, José Carlos.; FREITAS, Raquel Aparecida Marra da Silva. **Vygotsky, Leontiev, Davidov**: três gerações e seus aportes para a teoria histórico-cultural. Goiânia: UCG, 2008.
- LURIA, Alexander Romanovich. **Cognitive Development**: Its Cultural and Social Foundations. Cambridge: Harvard University Press, 1986.
- MARX, Karl; ENGELS, Friedrich. **A ideologia alemã**. 1. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- MARZARI, Vanessa Silveira. **Práticas pedagógicas reflexivas**: o papel do professor no desenvolvimento do pensamento crítico. Porto Alegre: Artmed, 2016.
- MOURA, Manoel Oriosvaldo. **A teoria histórico-cultural e a educação escolar**. São Paulo: Cortez, 2010a.
- MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **A formação do pensamento teórico e o ensino de matemática**. São Paulo: Cortez, 2010b.

PRESTES, Zoia Ribeiro. Zona de desenvolvimento iminente e a tradução de Vigotski. **Revista Brasileira de Linguística Aplicada**, v. 10, n. 1, p. 101-123, 2010.

SAVIANI, Demerval. **Pedagogia histórico-crítica**: primeiras aproximações. 12. ed. Campinas: Autores Associados, 2019.

VIGOTSKI, Lev Semenovich. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VIGOTSKI, Lev Semenovich. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VIGOTSKI, Lev Semenovich. **Pensamento e linguagem**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Produto Educacional: MUSEU MATEMÁTICO: PASSO A PASSO NA CRIAÇÃO DE ARTEFATOS EDUCACIONAIS

APÊNDICE B

QUESTIONÁRIO PARA ALUNOS

Este questionário tem como objetivo compreender melhor as suas ideias e concepções sobre o ensino e a aprendizagem da matemática. Suas respostas serão tratadas com total sigilo e utilizadas apenas para fins de pesquisa acadêmica. Não há respostas certas ou erradas; suas opiniões sinceras são muito importantes.

1. Dados Pessoais (Marque apenas uma opção em cada item):

- a- Sexo: () Masculino () Feminino () Outro (especifique: _____)
- b- Faixa Etária: () 15-17 anos () 18-20 anos () 21-23 anos () Acima de 23 anos
- c- Série/Ano Escolar: _____
- d- Tipo de Escola que você estudou anterior a essa: () Pública () Privada

2. Concepções sobre a Matemática:

- a. Como você define a matemática? (Resposta aberta)
- b. Quais são, na sua opinião, as principais aplicações da matemática no dia a dia? (Resposta aberta)
- c. Você considera a matemática uma disciplina fácil, difícil ou mediana? Justifique sua resposta. (Resposta aberta)
- d. Você gosta de matemática? Por quê? (Resposta aberta)
- e. Em que áreas da matemática você se sente mais confiante/seguro(a)? (Resposta aberta)
- f. Em que áreas da matemática você se sente menos confiante/seguro(a)? (Resposta aberta)

3. Práticas de Aprendizagem em Matemática:

- a. Como você costuma estudar matemática? (Resposta aberta - Ex: resolvendo exercícios, lendo o livro, assistindo aulas, etc.)

- b. Quais recursos você utiliza para estudar matemática (ex: livros, cadernos, internet, aplicativos)? (Resposta aberta)
- c. Você costuma tirar dúvidas com professores ou colegas? Como você faz isso? (Resposta aberta)
- d. Você se considera um(a) aluno(a) ativo(a) ou passivo(a) durante as aulas de matemática? Explique. (Resposta aberta)
- e. Você acha que as aulas de matemática são interessantes e estimulantes? Por quê? (Resposta aberta)
- f. Você acredita que o método de ensino de matemática utilizado na sua escola é bom? Justifique sua resposta. (Resposta aberta)
- g. O que você considera mais importante para aprender matemática: memorização, compreensão ou prática? (Marque apenas uma opção)
() Memorização () Compreensão () Prática
- h. Você utiliza algum tipo de tecnologia (calculadora, computador, aplicativos) para estudar matemática? Quais? (Resposta aberta)

4. Sugestões:

- a. O que poderia ser melhorado nas aulas de matemática para que você aprendesse melhor? (Resposta aberta)
- b. Você tem alguma sugestão para melhorar o ensino de matemática na sua escola? (Resposta aberta)

Obrigado pela sua colaboração!

Observação: será garantido o anonimato dos participantes.

**MUSEU MATEMÁTICO: PASSO A PASSO NA CRIAÇÃO DE ARTEFATOS
EDUCACIONAIS**



VALDIR MERIB MACHADO

DUELCI APARECIDO DE FREITAS VAZ



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|---|---|
| ☐ Tese | ☐ Artigo Científico |
| ☐ Dissertação | ☐ Capítulo de Livro |
| ☐ Monografia – Especialização | ☐ Livro |
| ☐ TCC - Graduação | ☐ Trabalho Apresentado em Evento |
| ☒ Produto Técnico e Educacional - Tipo: Material Didático | |

Nome Completo do Autor: Valdir Merib Machado

Matrícula: 20231020280094

Título do Trabalho: MUSEU MATEMÁTICO: PASSO A PASSO NA CRIAÇÃO DE ARTEFATOS EDUCACIONAIS

Autorização - Marque uma das opções

1. ☒ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. ☐ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ____/____/____ (Embargo);
3. ☐ Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- ☐ O documento está sujeito a registro de patente.
☐ O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
☐ Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais incluídos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Jataí, 03/09/2025.
Local Data

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|---|---|
| ☐ Tese | ☐ Artigo Científico |
| ☐ Dissertação | ☐ Capítulo de Livro |
| ☐ Monografia – Especialização | ☐ Livro |
| ☐ TCC - Graduação | ☐ Trabalho Apresentado em Evento |
| ☒ Produto Técnico e Educacional - Tipo: Material Didático | |

Nome Completo do Autor: Duelci Aparecido de Freitas VAZ

Matrícula:

Título do Trabalho: MUSEU MATEMÁTICO: PASSO A PASSO NA CRIAÇÃO DE ARTEFATOS EDUCACIONAIS

Autorização - Marque uma das opções

1. ☒ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. ☐ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ____/____/____ (Embargo);
3. ☐ Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- ☐ O documento está sujeito a registro de patente.
☐ O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
☐ Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais incluídos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

_____, Goiânia _____, 20 ____/____/2025 _____.
Local Data

Duelci Aparecido de Freitas Vaz

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA



**MUSEU MATEMÁTICO: PASSO A PASSO NA CRIAÇÃO DE ARTEFATOS
EDUCACIONAIS**

Valdir Merib Machado

Duelci Aparecido de Freitas Vaz

Produto Educacional vinculado à dissertação:

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ENSINO DESENVOLVIMENTAL NA
CONSTRUÇÃO DE UM MUSEU MATEMÁTICO**

JATAÍ

2025

Autorizo, para fins de estudo e de pesquisa, a reprodução e a divulgação total ou parcial desta dissertação, em meio convencional ou eletrônico, desde que a fonte seja citada.



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ

VALDIR MERIB MACHADO

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ENSINO DESENVOLVIMENTAL NA CONSTRUÇÃO DE UM MUSEU MATEMÁTICO

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação para Ciências e Matemática, defendida e aprovada, em 27 de junho do ano de 2025, pela banca examinadora constituída por: **Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz**, orientador e presidente da banca, **Prof. Dr. Maxwell Gonçalves Araújo** (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - IFG), membro interno, **Prof. Dr. Gustavo da Silva Mocó** (Secretaria de Educação do Estado de Goiás - Seduc-GO) e **Prof. Dr. Elias Rafael de Sousa** (Centro Universitário Alfredo Nasser -UNIFAN), membros externos.

(assinado eletronicamente)

Duelci Aparecido de Freitas Vaz
Presidente da Banca (Orientador – IFG)

(assinado eletronicamente)

Maxwell Gonçalves Araújo
Membro interno (IFG)

(assinado eletronicamente)

Gustavo da Silva Mocó
Membro externo (Seduc-GO)

(assinado eletronicamente)

Elias Rafael de Sousa
Membro externo (UNIFAN)

(assinado eletronicamente)

Valdir Merib Machado
Estudante do PPGECEM/IFG

Documento assinado eletronicamente por:

- GUSTAVO DA SILVA MOCO, GUSTAVO DA SILVA MOCO - Docente - Secretaria de Estado da Educação de Goiás (01409705000120), em 22/07/2025 01:28:16.
- Elias Rafael de Sousa, Elias Rafael de Sousa - 234515 - Docente de ensino superior na área de pesquisa educacional - Ifg - Câmpus Goiânia (10870883000225), em 08/07/2025 15:31:50.
- Maxwell Goncalves Araujo, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 01/07/2025 18:01:19.
- Duelci Aparecido de Freitas Vaz, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 01/07/2025 13:52:49.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 30/06/2025. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 666021

Código de Autenticação: e33ab8c8e4



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Av. Presidente Juscelino Kubitschek,, 775, Residencial Flamboyant, JATAÍ / GO, CEP 75804-714
(64) 3514-9699 (ramal: 9699)

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Bomba de água manual	13
Figura 2 – Espiral de Arquimedes	21
Figura 3- Representação do Teorema de Pitágoras com material concreto	26
Figura 4: Demonstração Geométrica do Teorema de Pitágoras	27
Figura 5: Roldanas de Arquimedes	33
Figura 6: Ilustração Didática do Teorema de Tales.....	40
Figura 7: Atividade experimental desenvolvida com estudantes	47
Figura 8: Um clássico da matemática	54
Figura 9: Esferas de Newton	61
Figura 10: Dispositivo a vapor de Heron	69
Figura 11: Astrolábio	75

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	11
1 PARAFUSO DE ARQUIMEDES	13
2 ESPIRAL DE ARQUIMEDES	11
3 TEOREMA DE PITAGORAS	26
4 ROLDANA DE ARQUIMEDES	33
5 TEOREMA DE TALES	40
6 CÁLCULO DO RAIOS DA TERRA	47
7 PROBLEMA DE BRAQUISTRÓCRONA	54
8 PÊNDULO DE NEWTON	61
9 MÁQUINA A VAPOR DE HERON	69
10 ASTROLÁBIO	75
REFERÊNCIAS	83



APRESENTAÇÃO

O presente caderno pedagógico tem como objetivo fornecer um caderno prático e detalhado para a construção de artefatos matemáticos, que compõem o Museu Matemático. A criação desses artefatos visa promover uma aprendizagem significativa e contextualizada da matemática, unindo teoria e prática em atividades interativas. Cada artefato foi cuidadosamente pensado para conectar os conceitos matemáticos com suas aplicações históricas, oferecendo aos alunos uma experiência de aprendizagem lúdica e crítica.

A proposta do Museu Matemático surge da necessidade de tornar o ensino de matemática mais dinâmico e envolvente, integrando a história da matemática com as práticas pedagógicas do dia a dia. Com base na teoria Histórico Cultural de Lev Vigotski e a teoria do Ensino Desenvolvimental de V. V. Davíдов, este caderno oferece uma abordagem que visa desenvolver o pensamento teórico dos alunos, permitindo que eles compreendam as leis e relações subjacentes aos fenômenos matemáticos. Ao longo da construção dos artefatos, os alunos terão a oportunidade de aplicar conceitos matemáticos de forma prática, colaborativa e contextualizada, ampliando sua compreensão crítica sobre o papel da matemática na sociedade.

Cada artefato aqui apresentado é acompanhado de um passo a passo detalhado de sua construção, bem como uma explicação sobre o conceito matemático envolvido e sua relevância histórica. O Museu Matemático é, portanto, uma ferramenta pedagógica que não apenas ensina matemática, mas também instiga o aluno a explorar, refletir e interagir com o conhecimento, tornando-se protagonista de seu processo de aprendizagem.

Esperamos que este caderno sirva como um guia para professores e alunos no desenvolvimento de atividades interativas, contribuindo para um ensino mais crítico, consciente e integrador da matemática.

Passamos agora à descrição das experiências vivenciadas em sala de aula. A aplicação prática do material desenvolvido constitui uma etapa fundamental desta pesquisa, pois permite compreender como as propostas contidas no caderno ganham vida no ambiente escolar, envolvendo professores e estudantes em processos de investigação e construção coletiva do conhecimento.

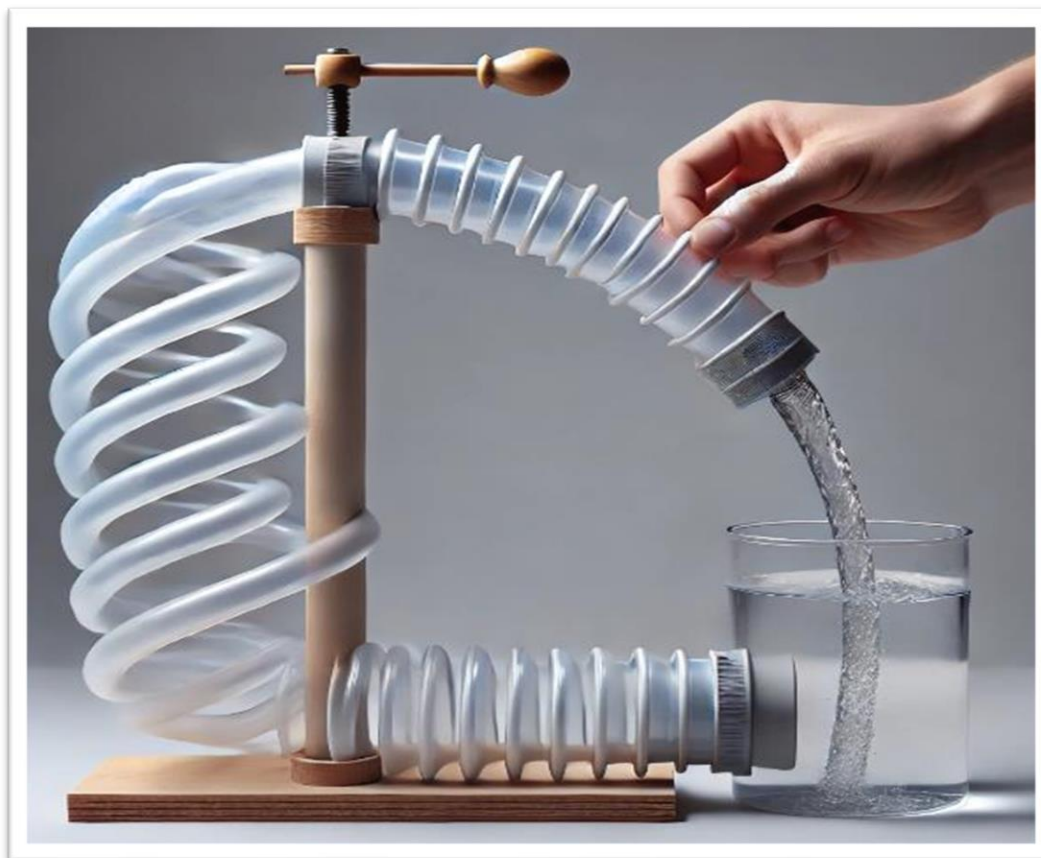
É nesse momento que teoria e prática se entrelaçam de forma concreta, revelando o potencial do Museu Matemático como instrumento mediador do aprendizado e promotor do desenvolvimento do pensamento teórico. As atividades realizadas proporcionaram não apenas à experimentação dos artefatos pedagógicos, mas também a observação das interações, das reflexões e das aprendizagens que emergiram ao longo do percurso formativo.

Nas páginas seguintes, serão apresentados os experimentos didático-formativos conduzidos no âmbito desta pesquisa, detalhando as etapas planejadas, os desafios encontrados e os avanços observados junto aos participantes. Este relato busca oferecer aos educadores e pesquisadores uma visão clara e inspiradora sobre a implementação prática do caderno pedagógico, reforçando sua contribuição para a ressignificação do ensino da matemática.

1PARAFUSO DE ARQUIMEDES

O Parafuso de Arquimedes é um dispositivo que exemplifica a engenhosidade dos antigos gregos ao aplicarem conceitos matemáticos e físicos para solucionar problemas práticos. Tradicionalmente atribuído a Arquimedes de Siracusa (287 a.C. – 212 a.C.), este mecanismo se destacou por sua simplicidade e eficiência, sendo utilizado principalmente para elevar água e outros materiais líquidos ou granulares.

Figura 1 – Bomba de água manual



Fonte: Imagem gerada por Inteligência Artificial, 2024.

Contexto Histórico

Embora associado a Arquimedes, há indícios de que o Parafuso de Arquimedes tenha suas origens em culturas anteriores, como a mesopotâmica e a egípcia. Há relatos de que, durante suas viagens ao Egito, Arquimedes teria observado e refinado tecnologias

similares empregadas na elevação de água do rio Nilo para irrigação agrícola. Seu aprimoramento do dispositivo consolidou seu uso em diversas partes do mundo antigo, especialmente em regiões onde o controle da água era crucial para a sobrevivência.

No Egito, o Parafuso de Arquimedes se tornou uma ferramenta vital para irrigar terras agrícolas em períodos de seca e inundação. Já na Grécia e no Império Romano, o dispositivo encontrou aplicações em mineradoras e na drenagem de locais alagados. O legado de Arquimedes como matemático, engenheiro e inventor foi imortalizado pela eficácia do dispositivo, que continua em uso até hoje em versões adaptadas.

O Funcionamento

O Parafuso de Arquimedes é composto por um tubo helicoidal que pode ser montado em um cilindro ou funcionar de forma independente. Quando inclinado, a extremidade inferior é submersa no líquido, e o movimento de rotação do parafuso faz com que o líquido seja capturado em espaços helicoidais. À medida que o parafuso gira, o líquido é transportado para cima, até alcançar a extremidade superior.

Este princípio simples, mas revolucionário, baseia-se na ideia de que a água, ou outro material, fica aprisionada em "bolsões" criados pelas hélices do parafuso. Cada giro eleva o material progressivamente, dispensando sistemas mais complexos ou mão de obra excessiva.

Do ponto de vista matemático, o Parafuso de Arquimedes pode ser descrito como uma aplicação prática de curvas helicoidais. Arquimedes, conhecido por seu domínio da geometria e mecânica, provavelmente utilizou seu conhecimento em espirais e na relação entre ângulos e superfícies inclinadas para projetar o dispositivo.

A eficiência do Parafuso de Arquimedes também pode ser relacionada à conservação de energia e ao aproveitamento de forças mecânicas. A análise moderna do funcionamento do parafuso considera parâmetros como o ângulo de inclinação, a velocidade de rotação e o coeficiente de atrito, fatores que influenciam a quantidade de material transportado por unidade de tempo.

O Parafuso de Arquimedes transcendeu séculos como um exemplo de tecnologia sustentável. Na antiguidade, ele revolucionou a agricultura e a mineração. Durante o

Renascimento, engenheiros e inventores estudaram sua mecânica para desenvolver novas tecnologias. Hoje, ele é utilizado em estações de tratamento de água e esgoto, bem como em usinas de energia hidráulica, onde hélices semelhantes captam energia do movimento da água.

Além disso, o Parafuso de Arquimedes permanece um recurso didático fundamental, demonstrando princípios básicos de física e mecânica para estudantes de engenharia e ciências. Ele serve como um elo entre o conhecimento histórico e a aplicação tecnológica moderna, destacando a genialidade de Arquimedes e sua contribuição à ciência.

O Parafuso de Arquimedes não é apenas uma invenção prática; ele é uma representação da capacidade humana de integrar matemática e mecânica para solucionar problemas reais. Sua história reflete o poder do conhecimento interdisciplinar e a atemporalidade de conceitos matemáticos, provando que as soluções do passado continuam a influenciar a tecnologia do presente e do futuro.

Experimento Didático-Formativo

Objetivo Geral:

Desenvolver o pensamento teórico dos alunos por meio da compreensão das propriedades geométricas e físicas do Parafuso de Arquimedes, explorando conceitos como volume, geometria helicoidal e transporte de líquidos, além de promover a conexão com aplicações práticas e tecnológicas contemporâneas.

Objetivo Geral:

Desenvolver o pensamento teórico dos alunos por meio da compreensão das propriedades geométricas e físicas do Parafuso de Arquimedes, explorando conceitos como volume, geometria helicoidal e transporte de líquidos, além de promover a conexão com aplicações práticas e tecnológicas contemporâneas.

Ação 1: Transformação dos Dados da Tarefa para Revelar a Relação Universal

Objetivo Específico:

Guiar os estudantes na abstração da relação essencial entre as variáveis envolvidas no funcionamento do Parafuso de Arquimedes, como o volume de água transportado e o ângulo de inclinação do parafuso.

Operações:

1. Análise da tarefa: Introdução do Parafuso de Arquimedes e suas partes. O professor explica como o parafuso é usado para transportar água e apresenta um problema concreto: calcular o volume de água transportado em uma rotação completa do parafuso, considerando seu diâmetro e inclinação.

2. Identificação dos elementos relevantes: Os alunos identificam as variáveis principais (comprimento do parafuso, ângulo de inclinação, diâmetro da hélice, volume de líquido transportado) e discutem as medições necessárias para resolver o problema.

3. Descoberta da relação geral: Com a mediação do professor, os alunos compreendem a relação entre o volume de água, o ângulo de inclinação e a geometria helicoidal do parafuso, percebendo como a forma helicoidal facilita o transporte de líquidos.

4. Criação de um modelo gráfico: Os alunos desenvolvem uma representação visual da relação entre a inclinação do parafuso e o volume de líquido transportado, visualizando como diferentes inclinações influenciam essa capacidade.

Ação 2: Modelação da Relação Universal

Objetivo Específico:

Modelar a relação entre o ângulo de inclinação e o volume de líquido transportado pelo parafuso, permitindo que os alunos representem matematicamente a essência do conceito.

Operações:

1. Modelação gráfica: Os alunos produzem gráficos relacionando o volume transportado com a inclinação do parafuso, discutindo variações em função da inclinação e do comprimento da espiral.

2. Representação simbólica: Formalização da relação em uma equação matemática, permitindo cálculos do volume transportado com base em diferentes parâmetros.

3. Simulação do conceito: Os alunos realizam simulações modificando ângulo e diâmetro do parafuso, observando como essas mudanças afetam o volume transportado.

Ação 3: Transformação do Modelo da Relação Universal

Objetivo Específico:

Explorar as propriedades da relação estudada, investigando como variações nos parâmetros impactam o volume transportado e a eficiência do Parafuso de Arquimedes.

Operações:

1. Aplicação do modelo: Os alunos aplicam o modelo a diferentes configurações do Parafuso de Arquimedes.

2. Análise das propriedades: Estudo de variações extremas de inclinação, refletindo sobre a otimização do dispositivo.

3. Generalização: Relacionar o Parafuso de Arquimedes a outros sistemas de transporte de líquidos, como bombas hidráulicas.

4. Refinamento do modelo: Inclusão de fatores como atrito e resistência do material, aprimorando a compreensão prática.

Ação 4: Construção do Sistema de Tarefas Particulares para Resolver por Procedimento Geral

Objetivo Específico:

Aplicar o modelo generalizado em problemas práticos, consolidando o conhecimento adquirido.

Operações:

1. Criação de novas tarefas: Grupos de alunos elaboram problemas práticos envolvendo o Parafuso de Arquimedes.

2. Resolução das tarefas: Aplicação das fórmulas e procedimentos desenvolvidos.

3. Exploração de variações: Testes com diferentes fluidos e ajustes na hélice.

4. Formalização de um algoritmo: Desenvolvimento de um algoritmo geral para resolver problemas relacionados ao Parafuso de Arquimedes.

Ação 5: Controle sobre o Cumprimento das Ações Anteriores

Objetivo Específico:

Avaliar o progresso dos alunos na compreensão dos conceitos e aplicação dos modelos.

Operações:

1. Verificação das respostas: Revisão coletiva das soluções propostas.

2. Discussão das dificuldades: Reflexão sobre os desafios enfrentados e ajustes necessários.

3. Autoavaliação: Os alunos identificam áreas que precisam de maior atenção.

Ação 6: Avaliação da Assimilação do Procedimento Geral

Objetivo Específico:

Verificar a internalização do procedimento geral pelos alunos e sua aplicação em novos contextos.

Operações:

1. Aplicação em novos contextos: Proposição de desafios inéditos pelo professor.

2. Discussão em grupo: Resolução colaborativa dos novos desafios.

3. Autoavaliação final: Reflexão sobre o processo de aprendizagem.

Conclusão do Experimento:

Ao término deste experimento, os alunos terão compreendido a geometria helicoidal e o funcionamento do Parafuso de Arquimedes, reconhecendo como princípios de volume, inclinação e transporte de líquidos se aplicam a contextos práticos. Essa compreensão ascende do pensamento concreto ao abstrato, consolidando o aprendizado de forma crítica.

Construção do Parafuso de Arquimedes

Objetivo:

Criar uma réplica funcional do Parafuso de Arquimedes, permitindo aos alunos visualizar e compreender a aplicação prática do conceito.

Materiais Necessários:

- Tubo de PVC (diâmetro de 2,5 a 5 cm, comprimento de aproximadamente 1 metro);
- Arame flexível;
- Fita adesiva resistente;
- Tesoura ou cortador de arame;
- Recipiente grande para teste;
- Água;
- Cola forte (opcional);
- Alça ou cabo de madeira;
- Funil (opcional).

Passo a Passo:

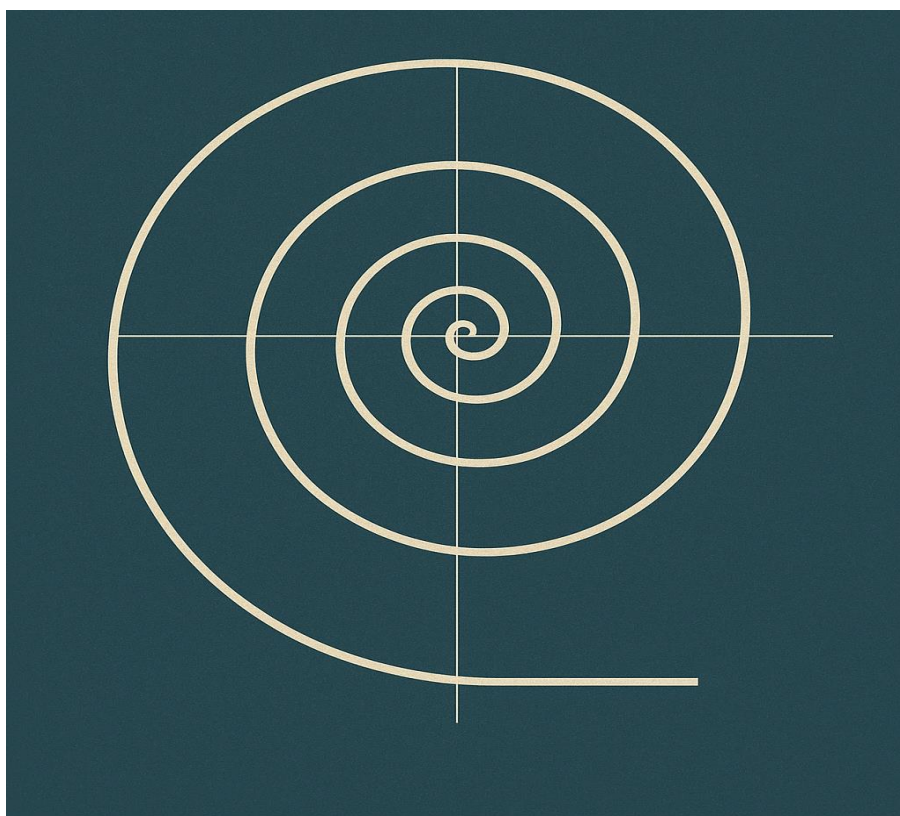
1. Preparação do tubo de PVC como eixo central.
2. Modelagem do arame em espiral uniforme ao redor do tubo.
3. Fixação firme do arame ao tubo com fita adesiva ou cola.
4. Instalação da alça para facilitar a rotação.
5. Teste do dispositivo com água, observando a movimentação do líquido.
6. Verificação do funcionamento sob diferentes ângulos e velocidades.

Ao concluir a construção e os testes, os alunos serão convidados a refletir sobre o processo, conectando a prática aos conceitos matemáticos e físicos, consolidando a compreensão do funcionamento do Parafuso de Arquimedes.

2 ESPIRAL DE ARQUIMEDES

A Espiral de Arquimedes é uma curva plana descrita pela primeira vez por Arquimedes de Siracusa (287 a.C. – 212 a.C.), um dos maiores matemáticos da Antiguidade. Essa espiral, que leva seu nome, foi apresentada no tratado *Sobre as Espirais* (*On Spirals*), no qual Arquimedes explorou suas propriedades e aplicações práticas.

Figura 2 – Espiral de Arquimedes



Fonte: Elaborada pelo autor a partir de imagem gerada por inteligência artificial (DALL·E, 2024)

Contexto Histórico

Arquimedes desenvolveu a espiral como ferramenta para resolver problemas geométricos desafiadores, como a trisseção de ângulos e a quadratura do círculo. Durante sua vida, ele se dedicou profundamente ao estudo das curvas e suas aplicações

na matemática e na mecânica. A Espiral de Arquimedes exemplifica como conceitos abstratos podem ser aplicados na solução de problemas concretos.

Definição Matemática

A Espiral de Arquimedes é o lugar geométrico descrito por um ponto que se move com velocidade constante ao longo de uma linha reta que gira uniformemente em torno de um ponto fixo (o centro).

Propriedades Geométricas

- **Espaçamento Constante:** A distância entre as voltas da espiral é constante, característica que a diferencia de outras espirais, como a logarítmica.
- **Simetria Rotacional:** Mantém padrões regulares em torno do centro.
- **Aplicações em Quadratura e Trissecção:** Arquimedes utilizou a espiral para dividir ângulos e calcular áreas, explorando abordagens inovadoras para sua época.

Aplicações Históricas e Modernas

- **Na Antiguidade:** Utilizada para calcular áreas e resolver problemas de geometria plana, antecipando conceitos do cálculo integral.
- **Na Física e Engenharia:** Empregada no design de antenas helicoidais e mecanismos de precisão.
- **Na Indústria e nas Artes:** Inspira padrões estéticos e soluções técnicas em diversos campos.

Relevância Didática

A Espiral de Arquimedes é uma introdução fundamental ao estudo de coordenadas polares, proporcionando aos estudantes um exemplo claro de como curvas são geradas por movimentos combinados. Ilustra, ainda, conceitos de crescimento linear, periodicidade e aplicação prática de equações polares.

Conclusão

A Espiral de Arquimedes transcende sua definição matemática; ela simboliza a engenhosidade de Arquimedes, que integrou teoria e prática em suas descobertas. Séculos após sua criação, a espiral continua a inspirar matemáticos, engenheiros e artistas, evidenciando a atemporalidade do legado deixado por Arquimedes.

Experimento Didático-Formativo

Objetivo Geral:

Desenvolver o pensamento teórico dos alunos por meio da compreensão da geometria da Espiral de Arquimedes, suas propriedades e aplicações, envolvendo cálculo de comprimento e área da espiral.

Ação 1: Transformação dos Dados da Tarefa para Revelar a Relação Universal

Objetivo Específico:

Guiar os alunos na abstração da relação entre variáveis da espiral, como raio e ângulo, e suas implicações geométricas.

Operações:

1. Introdução à Espiral de Arquimedes e suas propriedades. Os alunos observam a geração da espiral por modelo gráfico.
2. Identificação das variáveis: raio inicial, taxa de crescimento do raio por revolução e número de voltas.
3. Descoberta da relação geral entre comprimento da espiral e número de voltas, introduzindo ângulos em coordenadas polares.
4. Criação de modelo gráfico ou digital para visualizar a influência do raio e do ângulo de rotação no crescimento da espiral.

Ação 2: Modelação da Relação Universal

Objetivo Específico:

Modelar matematicamente a relação entre o raio, o ângulo e o comprimento da espiral.

Operações:

1. Criação de gráficos relacionando comprimento da espiral e número de voltas.

2. Representação simbólica da relação matemática entre variáveis.
3. Simulação prática ou computacional, utilizando softwares de geometria dinâmica.

Ação 3: Transformação do Modelo para Estudo das Propriedades

Objetivo Específico:

Investigar como variações nos parâmetros impactam o comprimento e a área da espiral.

Operações:

1. Aplicação do modelo para diferentes valores de crescimento do raio e número de voltas.
2. Análise das propriedades do modelo, refletindo sobre as diferenças em relação a outras formas geométricas.
3. Generalização para outras espirais, como a logarítmica.
4. Refinamento do modelo, considerando diferentes proporções entre raio e ângulo de rotação.

Ação 4: Construção do Sistema de Tarefas Particulares

Objetivo Específico:

Aplicar o modelo generalizado em problemas práticos.

Operações:

1. Criação de problemas que envolvam cálculo do comprimento e da área da espiral.
2. Resolução utilizando as fórmulas desenvolvidas.
3. Exploração de variações e limites do modelo.
4. Formalização de um algoritmo para resolução geral de problemas com espirais.

Ação 5: Controle sobre as Ações Anteriores

Objetivo Específico:

Avaliar a compreensão e aplicação dos modelos desenvolvidos.

Operações:

1. Revisão coletiva das respostas.

2. Discussão das dificuldades e possíveis melhorias.
3. Autoavaliação dos estudantes sobre sua compreensão do conteúdo.

Ação 6: Avaliação da Assimilação do Procedimento Geral

Objetivo Específico:

Verificar a internalização do procedimento geral pelos alunos e sua aplicação em novos contextos.

Operações:

1. Apresentação de novos desafios envolvendo espirais.
2. Discussão colaborativa das soluções.
3. Autoavaliação final, refletindo sobre a aprendizagem e a generalização do conceito.

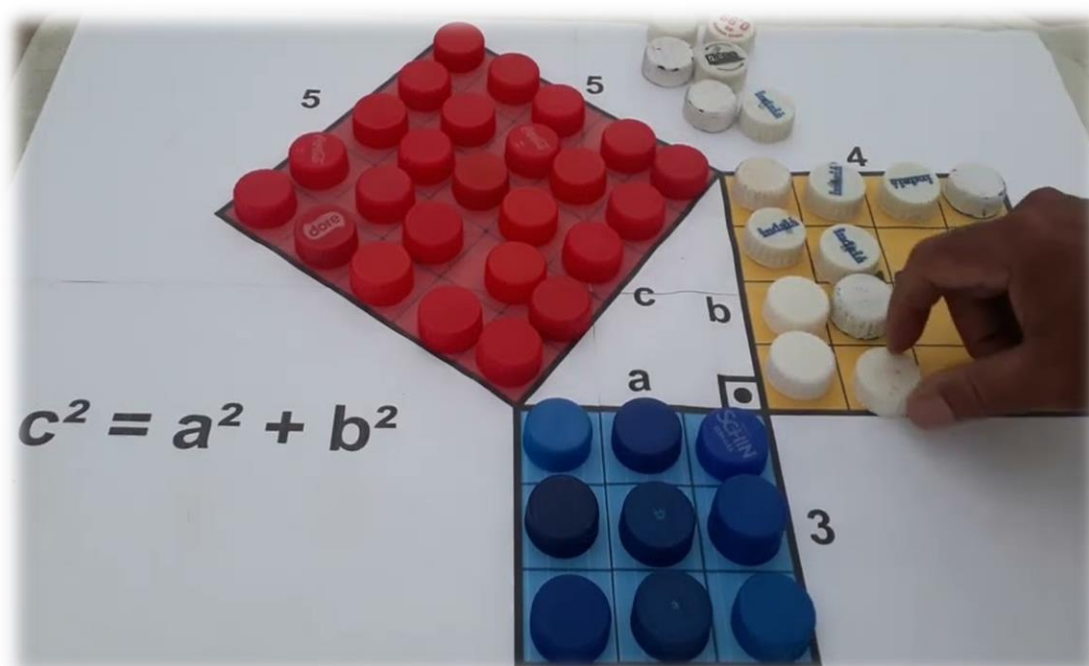
Considerações do Experimento

Ao final deste experimento, os alunos deverão ser capazes de compreender profundamente a geometria da Espiral de Arquimedes, aplicando o modelo desenvolvido para calcular seu comprimento e área em diferentes contextos, reconhecendo suas aplicações práticas e valor matemático.

3 TEOREMA DE PITÁGORAS

O Teorema de Pitágoras é um dos resultados mais importantes e conhecidos da matemática, essencial no estudo da geometria. Ele relaciona os comprimentos dos lados de um triângulo retângulo e é atribuído ao filósofo e matemático grego Pitágoras (aproximadamente 570 a.C. – 495 a.C.). No entanto, há evidências de que o teorema já era conhecido e utilizado por civilizações anteriores, como os babilônios e os egípcios.

Figura 3- Representação do Teorema de Pitágoras com material concreto



Fonte: Elaborada pelo pesquisador (2024).

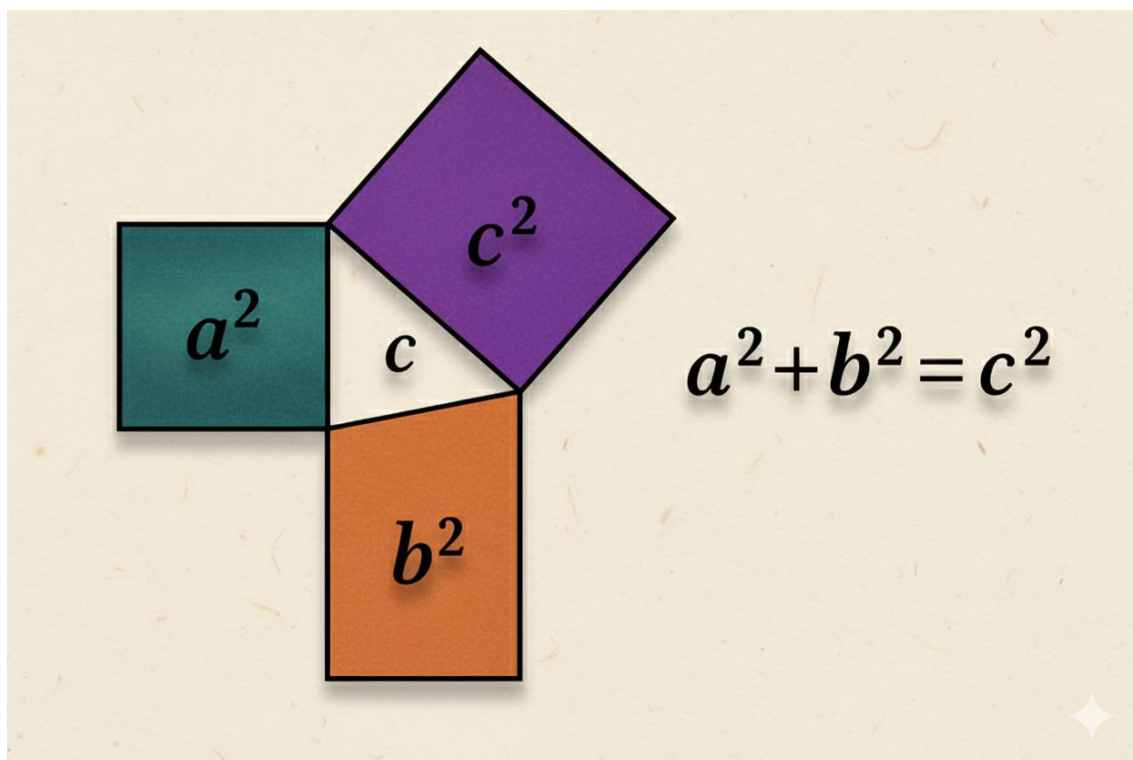
O Enunciado

O teorema afirma que:

Em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

Matematicamente, para um triângulo retângulo com hipotenusa **c** e catetos **a** e **b**, temos: **$a^2 + b^2 = c^2$** .

Figura 4: Demonstração Geométrica do Teorema de Pitágoras



Fonte: Elaborada pelo autor a partir de imagem gerada por inteligência artificial (DALL·E, 2024).

História

- **Antes de Pitágoras:** Tábuas babilônicas, como a Plimpton 322 (c. 1900 a.C.), já apresentavam trios pitagóricos — números inteiros que satisfazem a relação $a^2 + b^2 = c^2$. Os egípcios utilizavam "cordas de 12 nós" para formar triângulos na proporção 3:4:5.
- **Pitágoras e seus discípulos:** Embora conhecido antes, acredita-se que Pitágoras ou seus seguidores tenham sido os primeiros a demonstrar formalmente o teorema. A escola pitagórica valorizava as relações entre números e formas, destacando a harmonia geométrica.
- **Índia e China:** Textos como o *Sulba Sutras* (c. 800 a.C.) e o *Chou Pei Suan Ching* (c. 500 a.C.) também contêm referências ao teorema.

Demonstrações

Há mais de 400 demonstrações conhecidas para o Teorema de Pitágoras, incluindo:

1. **Demonstração geométrica clássica:** Usando áreas dos quadrados construídos sobre os lados do triângulo.
2. **Demonstração algébrica:** Reorganização das áreas para mostrar a relação entre os lados.
3. **Demonstração de Bhaskara:** Baseada no rearranjo de figuras geométricas, famosa por sua simplicidade.
4. **Triângulos semelhantes:** Utilizando a semelhança dos triângulos formados pela altura da hipotenusa.

Aplicações

- **Geometria e Trigonometria:** Cálculo de distâncias, diagonais, e base para fórmulas trigonométricas.
- **Ciências Naturais:** Determinação de deslocamentos e trajetórias em física; cálculo de distâncias astronômicas.
- **Engenharia e Construção:** Definição de comprimentos e ângulos em projetos estruturais.
- **Tecnologia:** Aplicações em computação gráfica, algoritmos de IA e análise de dados.
- **Navegação:** Essencial para geolocalização e sistemas GPS.

A Beleza do Teorema

Mais do que uma fórmula, o Teorema de Pitágoras representa como a abstração matemática contribui para a compreensão do mundo. Sua universalidade conecta culturas e épocas.

Conclusão

O Teorema de Pitágoras é um marco do pensamento matemático, atravessando civilizações e permanecendo fundamental para o ensino e a prática da matemática, até os dias atuais.

Experimento Didático-Formativo

Objetivo Geral:

Desenvolver o pensamento teórico dos alunos por meio da compreensão do Teorema de Pitágoras, suas demonstrações e aplicações práticas.

Ação 1: Transformação dos Dados da Tarefa para Revelar a Relação Universal

Objetivo Específico:

Guiar os alunos na abstração da relação entre os lados do triângulo retângulo.

Operações:

1. Introdução ao Teorema de Pitágoras, com desenho de triângulo no quadro.
2. Identificação das variáveis essenciais: catetos **a**, **b** e hipotenusa **c**.
3. Descoberta da relação $a^2 + b^2 = c^2$, com mediação do professor.
4. Criação de modelo gráfico para visualizar e calcular áreas.

Ação 2: Modelação da Relação Universal

Objetivo Específico:

Modelar a relação entre os lados e as áreas dos quadrados associados.

Operações:

1. Modelação gráfica de diferentes triângulos retângulos.
2. Representação simbólica e aplicação da equação em vários exemplos.
3. Simulação prática ou digital do teorema.

Ação 3: Transformação do Modelo para Estudo das Propriedades

Objetivo Específico:

Explorar as propriedades do teorema e suas variações.

Operações:

1. Aplicação do teorema em problemas reais, como cálculos de rampas ou diagonais.
2. Análise de triângulos com diferentes proporções.
3. Generalização para contextos tridimensionais.
4. Refinamento do modelo, explorando diferentes demonstrações.

Ação 4: Construção do Sistema de Tarefas Particulares

Objetivo Específico:

Aplicar o teorema em problemas práticos e teóricos.

Operações:

1. Criação de problemas por parte dos grupos de alunos.
2. Resolução utilizando o teorema e os procedimentos aprendidos.
3. Exploração de variações nas condições das tarefas.
4. Desenvolvimento de algoritmo geral para resolução de problemas com triângulos retângulos.

Ação 5: Controle sobre as Ações Anteriores

Objetivo Específico:

Verificar a compreensão e domínio do teorema pelos alunos.

Operações:

1. Revisão das respostas e dos procedimentos aplicados.
2. Discussão sobre as dificuldades encontradas.
3. Autoavaliação da aprendizagem.

Ação 6: Avaliação da Assimilação do Procedimento Geral

Objetivo Específico:

Certificar que os alunos internalizaram o procedimento e aplicam o teorema em novos contextos.

Operações:

1. Resolução de problemas inéditos, incluindo situações tridimensionais.
2. Discussão em grupo sobre as novas soluções encontradas.
3. Autoavaliação final dos grupos sobre o aprendizado do conceito.

Conclusão do Experimento

Ao final, os estudantes terão internalizado o conceito do triângulo retângulo e a relação entre seus lados, aplicando o Teorema de Pitágoras em diferentes contextos. O experimento favorece a transição do pensamento concreto ao abstrato, consolidando o aprendizado por meio de provas, aplicações e simulações.

Construção do Artefato: Teorema de Pitágoras

Objetivo:

Construir um modelo visual e prático para ilustrar o Teorema de Pitágoras, utilizando tampinhas para representar as áreas dos quadrados sobre os lados de um triângulo retângulo.

Materiais Necessários:

- Tampinhas de diferentes cores
- Cartolina ou papelão
- Régua, lápis e tesoura
- Cola e fita adesiva (opcional)
- Transferidor
- Marcadores coloridos (opcional)

Passo a Passo:**1. Desenho do Triângulo:**

Desenhar um triângulo retângulo na cartolina, garantindo o ângulo reto com o transferidor.

2. Desenho dos Quadrados:

Construir os quadrados sobre cada lado do triângulo, respeitando as medidas dos lados.

3. Organização das Tampinhas:

Preencher os quadrados com tampinhas coloridas, criando uma visualização clara das áreas.

4. Colagem das Tampinhas:

Fixar as tampinhas nas áreas correspondentes para representar as áreas dos quadrados.

5. Escrita da Fórmula:

Registrar a fórmula $c^2 = a^2 + b^2$ abaixo do modelo.

6. Explicação Visual:

Observar como a quantidade de tampinhas nos quadrados dos catetos corresponde à quantidade do quadrado da hipotenusa.

Explicação Pedagógica:

Este artefato oferece uma representação concreta da relação entre as áreas dos quadrados construídos sobre os lados de um triângulo retângulo, facilitando a compreensão visual e prática do Teorema de Pitágoras.

4 ROLDANA SIMPLES E COMPOSTA DE ARQUIMEDES

A roldana composta, atribuída a Arquimedes (287 a.C. – 212 a.C.), é um exemplo da genialidade do matemático e inventor grego em aplicar princípios físicos para resolver problemas práticos. Baseado em fundamentos da mecânica, esse sistema foi projetado para multiplicar a força humana, facilitando a elevação de objetos pesados com menor esforço.

Figura 5 – Roldanas de Arquimedes



Fonte: Elaborada pelo autor a partir de imagem gerada por inteligência artificial (DALL·E, 2024).

A Roldana Composta: Um Avanço na Mecânica Antiga

A roldana composta, atribuída a Arquimedes (287 a.C. – 212 a.C.), é um exemplo da genialidade do matemático e inventor grego em aplicar princípios físicos para resolver problemas práticos. Baseado em fundamentos da mecânica, esse sistema foi projetado para multiplicar a força humana, facilitando a elevação de objetos pesados com menor esforço.

Contexto Histórico

Arquimedes, renomado por suas contribuições à matemática, geometria e engenharia, viveu em um tempo em que os mecanismos eram essenciais na construção

civil e nas atividades militares. Embora polias simples já fossem conhecidas, ele foi o primeiro a sistematizar seu uso e criar sistemas compostos que aumentavam significativamente a eficiência mecânica.

A famosa frase atribuída a Arquimedes — *"Dê-me um ponto de apoio e moverei o mundo."* — resume o princípio que fundamenta a roldana composta: o uso da alavancagem mecânica.

Funcionamento

A roldana composta combina polias fixas e móveis para reduzir a força necessária ao levantamento de uma carga. O princípio da vantagem mecânica afirma que a força aplicada é inversamente proporcional ao número de cordas que sustentam a carga.

Componentes básicos:

1. **Polias fixas:** Alteram a direção da força aplicada.
2. **Polias móveis:** Reduzem a força necessária, dividindo o peso da carga.

Funcionamento matemático:

Em uma roldana composta com n cordas sustentando a carga, a força necessária é reduzida para F/n , sendo F o peso da carga. Ou seja, ao aumentar o número de polias móveis, o esforço necessário diminui proporcionalmente.

Aplicações Históricas

- **Construção:** Movimentação de grandes blocos de pedra.
- **Defesa militar:** Manipulação de armas de cerco e movimentação de embarcações durante o cerco de Siracusa.
- **Transporte:** Facilitou operações de carga e descarga no comércio marítimo.

Relevância na Física e Engenharia

- **Eficiência mecânica:** Redução da força com aumento da distância percorrida pela corda, evidenciando a conservação da energia.
- **Modernidade:** Ainda hoje utilizada em guindastes, elevadores e equipamentos de içamento.
- **Ensino de física:** Ilustra conceitos como vantagem mecânica, força, trabalho e conservação de energia.

Legado de Arquimedes

Seu trabalho com máquinas simples demonstra a aplicação prática de conceitos matemáticos abstratos, antecipando princípios da mecânica formalizados séculos depois por Galileu e Newton.

Conclusão

A roldana composta de Arquimedes foi um marco na ciência e na tecnologia, reduzindo o esforço físico em uma época de recursos limitados e inaugurando novas possibilidades na engenharia mecânica. Sua combinação de simplicidade e eficiência segue inspirando gerações.

Experimento Didático-Formativo

Objetivo Geral:

Desenvolver o pensamento teórico dos alunos por meio da compreensão do funcionamento de máquinas simples, como a roldana composta, explorando os conceitos de força, trabalho, proporção e eficiência mecânica.

Construção da Roldana Composta

Materiais Necessários:

- Dois ou mais carretéis ou roldanas
- Corda ou barbante resistente
- Suporte robusto para fixação das roldanas
- Peso ou objeto pesado

- Tesoura
- Ganchos de metal (opcional)
- Cola ou fita adesiva (opcional)

Passo a Passo:

1. Fixar as roldanas:

Instale uma roldana fixa no suporte superior e outra, móvel, ligada ao peso.

2. Passar a corda:

Passe a corda pela roldana fixa e depois pela móvel, amarrando a extremidade a um ponto fixo no suporte.

3. Fixar o peso:

Prenda o peso à roldana móvel. Ao puxar a corda, observe a redução do esforço necessário para levantar a carga.

4. Operação da roldana composta:

Ao operar, os alunos perceberão que a força necessária é reduzida, embora a distância que a corda precisa percorrer seja maior.

Explicação Pedagógica:

- **Roldana simples:** Reduz a força necessária, aumentando a distância percorrida pela corda.
- **Roldana composta:** Multiplica a vantagem da roldana simples, reduzindo ainda mais a força necessária, mas aumentando a distância total de tração.

Ambos os sistemas ilustram o conceito de vantagem mecânica e são excelentes recursos para entender os princípios físicos aplicados por Arquimedes.

Ações do Experimento Didático-Formativo

Ação 1: Transformação dos dados da tarefa para revelar a relação universal

Objetivo Específico:

Compreender a relação entre força aplicada, força obtida e número de roldanas no sistema.

Operações:

- Introdução conceitual e histórica da roldana composta.
- Identificação das variáveis essenciais (força aplicada, força obtida, número de roldanas).
- Descoberta da relação inversa entre força aplicada e número de roldanas.
- Criação de modelos gráficos ou esquemáticos do sistema.

Ação 2: Modelação da relação universal**Objetivo Específico:**

Representar matematicamente a relação força/número de roldanas.

Operações:

- Construção de gráficos que relacionem força aplicada e força obtida.
- Representação simbólica da equação matemática do sistema.
- Simulações variando o número de roldanas para observar os efeitos.

Ação 3: Transformação do modelo para estudo de suas propriedades**Objetivo Específico:**

Investigar o comportamento do modelo em diferentes condições.

Operações:

- Aplicação do modelo em problemas reais.
- Análise de variações extremas (muitas ou poucas roldanas).
- Generalização para outros sistemas mecânicos (guindastes, elevadores).
- Refinamento do modelo considerando fatores como atrito e elasticidade.

Ação 4: Construção do sistema de tarefas particulares

Objetivo Específico:

Aplicar o modelo em problemas práticos diversos.

Operações:

- Criação de problemas práticos com diferentes cargas e alturas.
- Resolução aplicando o modelo matemático da relação força/número de roldanas.
- Exploração de variações nas condições das tarefas.
- Desenvolvimento de algoritmo geral para resolução de problemas com roldanas.

Ação 5: Controle sobre as ações anteriores**Objetivo Específico:**

Avaliar a compreensão dos estudantes sobre a relação força/número de roldanas.

Operações:

- Revisão das soluções e modelos aplicados.
- Discussão sobre dificuldades enfrentadas.
- Autoavaliação do aprendizado pelo grupo.

Ação 6: Avaliação da assimilação do procedimento geral**Objetivo Específico:**

Certificar a internalização do procedimento e sua aplicação em novos contextos.

Operações:

- Aplicação em desafios adicionais com outras máquinas simples.
- Discussão em grupo sobre adaptações do modelo.
- Autoavaliação final dos aprendizados e aplicações práticas.

Considerações do Experimento

Ao final, espera-se que os estudantes tenham internalizado o conceito de vantagem mecânica e compreendam como a roldana composta reduz o esforço físico em

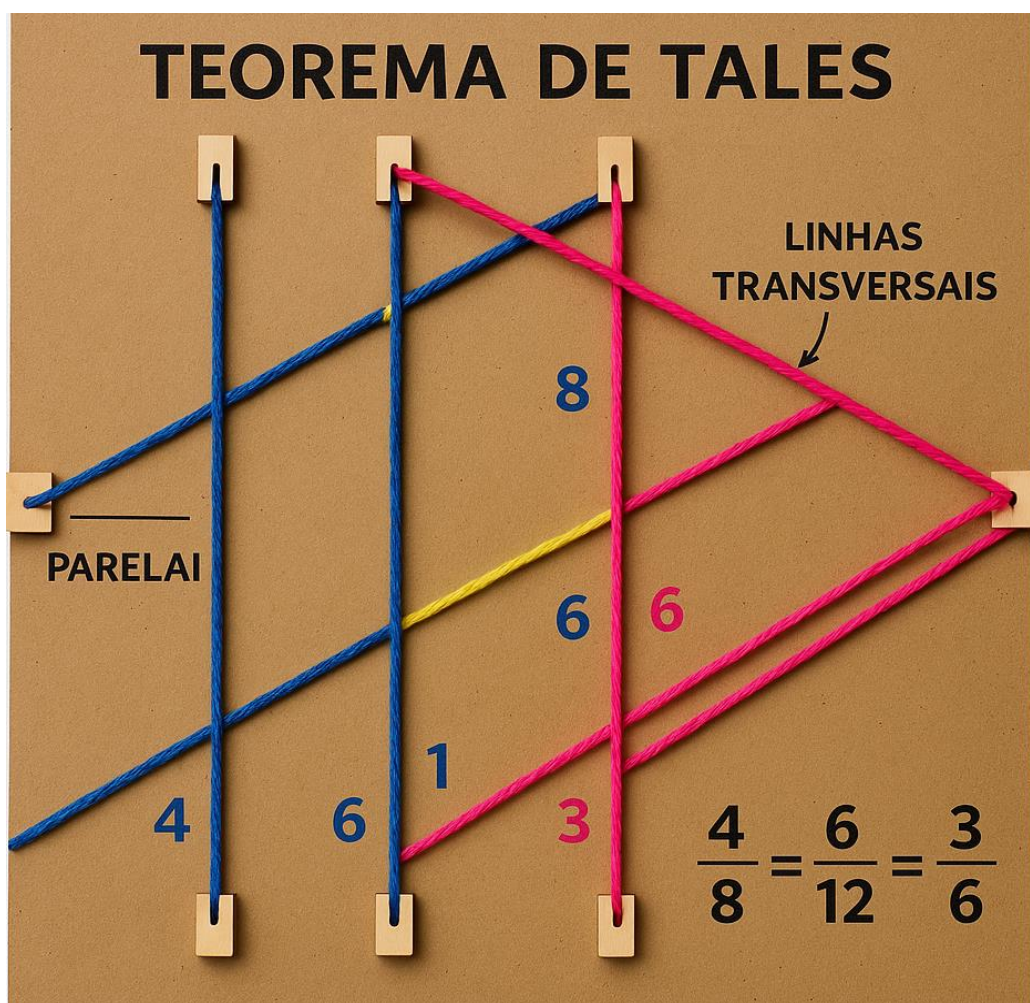
sistemas de levantamento de carga. Este experimento promove a transição do pensamento concreto ao abstrato, consolidando a aprendizagem por meio da modelagem matemática e da experimentação prática.

5 TEOREMA DE TALES

Tales de Mileto, um dos Sete Sábios da Grécia, é considerado o fundador da geometria grega e da filosofia ocidental. Viveu em Mileto, na Ásia Menor (atual Turquia). Teria estudado na Babilônia e no Egito, onde aprendeu e adaptou conceitos geométricos, transformando-os em princípios sistemáticos.

Segundo relatos, Tales utilizou seu teorema para medir a altura das pirâmides e a distância de navios em alto-mar, utilizando apenas sombras e relações proporcionais. Esses feitos evidenciam não só seu domínio da matemática prática, mas também sua habilidade em conectar teoria e aplicação.

Figura 6 - Ilustração Didática do Teorema de Tales



Fonte: Elaborada pelo autor a partir de imagem gerada por inteligência artificial (DALL·E, 2024).

Demonstrações

O Teorema de Tales pode ser demonstrado por meio de conceitos básicos de geometria:

1. Proporcionalidade das Paralelas:

Pela semelhança de triângulos: quando retas paralelas cortam duas transversais, formam-se triângulos semelhantes. A proporcionalidade decorre da igualdade das razões entre lados correspondentes.

2. Triângulo Retângulo no Semicírculo:

Sabendo que o ângulo central de um círculo mede 180° , qualquer ângulo inscrito que intercepte o diâmetro será de 90° , garantindo a formação de um triângulo retângulo.

Aplicações

- **Medição de Alturas e Distâncias:**

Tales utilizou relações de proporcionalidade para determinar a altura das pirâmides egípcias, comparando a sombra da pirâmide com a de um objeto de altura conhecida.

- **Construções Arquitetônicas:**

Proporções são fundamentais para garantir que elementos estruturais sejam dimensionados corretamente.

- **Astronomia:**

O princípio de proporcionalidade é aplicado para medir distâncias entre corpos celestes e prever eclipses.

- **Ensino de Geometria:**

Introduz noções de semelhança, proporcionalidade e propriedades dos triângulos.

Relevância Didática

O Teorema de Tales é uma ferramenta poderosa no ensino da matemática, facilitando a compreensão das relações proporcionais e da semelhança de triângulos. Aplicações práticas, como medir alturas inacessíveis utilizando sombras e réguas, tornam a geometria concreta e atraente para os estudantes.

Conclusão

O Teorema de Tales é um exemplo notável de como conceitos geométricos simples podem resolver problemas práticos e esclarecer as relações fundamentais no espaço. Sua permanência e utilidade, desde a Antiguidade até hoje, demonstram a força do pensamento lógico em conectar teoria e prática.

Experimento Didático-Formativo

Objetivo Geral:

Desenvolver o pensamento teórico dos alunos por meio da compreensão do Teorema de Tales e suas aplicações em semelhança de triângulos, proporções e relações geométricas.

Ação 1: Transformação dos dados da tarefa para revelar a relação universal

Objetivo Específico:

Guiar os estudantes na abstração da relação proporcional entre segmentos de retas e triângulos semelhantes.

Operações:

1. Apresentação de problema prático usando sombras para calcular a altura de objetos.
2. Identificação das variáveis principais: altura, comprimento das sombras e proporções.
3. Descoberta da relação constante entre altura e sombra sob a mesma fonte de luz.
4. Criação de modelo gráfico com triângulos semelhantes para visualizar a proporcionalidade.

Ação 2: Modelação da relação universal

Objetivo Específico:

Modelar a relação entre os lados dos triângulos semelhantes, formalizando o Teorema de Tales.

Operações:

1. Modelação gráfica dos triângulos semelhantes e identificação das proporções entre os lados.
2. Formalização da relação em proporções matemáticas.
3. Simulações aplicando a proporcionalidade a diversos problemas práticos.

Ação 3: Transformação do modelo para estudo de suas propriedades**Objetivo Específico:**

Explorar as propriedades do Teorema de Tales e sua aplicação em diferentes problemas.

Operações:

1. Aplicação prática do Teorema de Tales para resolver problemas de distâncias e alturas inacessíveis.
2. Análise de variações no problema, como diferentes fontes de luz.
3. Generalização do uso do teorema em outras áreas da matemática.
4. Refinamento do modelo para incluir figuras mais complexas e tridimensionais.

Ação 4: Construção do sistema de tarefas particulares**Objetivo Específico:**

Aplicar o Teorema de Tales em diferentes problemas, consolidando o aprendizado.

Operações:

1. Criação de problemas práticos, como medir a largura de um rio ou a altura de um edifício.
2. Resolução das tarefas usando as proporções de semelhança.
3. Exploração de variações nas dimensões dos triângulos.

4. Desenvolvimento de um algoritmo geral para resolver problemas com o Teorema de Tales.

Ação 5: Controle sobre as ações anteriores

Objetivo Específico:

Avaliar o progresso dos alunos na compreensão das proporções geométricas.

Operações:

1. Verificação das soluções e consistência das proporções aplicadas.
2. Discussão sobre dificuldades encontradas e como foram superadas.
3. Autoavaliação da compreensão do teorema.

Ação 6: Avaliação da assimilação do procedimento geral

Objetivo Específico:

Verificar a internalização do Teorema de Tales e sua aplicação autônoma.

Operações:

1. Apresentação de novos desafios geométricos para aplicação do teorema.
2. Discussão em grupo sobre aplicação em contextos mais complexos.
3. Autoavaliação final, destacando a evolução da compreensão do conceito.

Conclusão do Experimento

O objetivo final deste experimento é que os alunos compreendam profundamente a proporcionalidade geométrica, reconhecendo sua aplicabilidade em várias situações. Trabalhando com semelhança de triângulos e proporções, consolidam o conhecimento de forma crítica e autônoma, aplicando o Teorema de Tales em contextos diversos.

Este experimento segue a proposta de ascensão do concreto ao abstrato e retorno ao concreto, conforme a abordagem de Davídov, promovendo a internalização do conceito e sua aplicação prática.

Construção do Artefato: Teorema de Tales

Objetivo:

Demonstrar o Teorema de Tales por meio de um artefato que ilustre a relação proporcional entre segmentos formados por linhas paralelas e transversais.

Materiais Necessários:

- Régua e compasso
- Barbantes ou fios (para linhas paralelas e transversais)
- Cartolina ou papelão grande
- Tesoura
- Cola
- Marcadores coloridos
- Transferidor
- Fita métrica ou régua grande

Passo a Passo:

1. Desenhar as linhas paralelas:

Trace duas ou três linhas paralelas na cartolina.

2. Desenhar as linhas transversais:

Trace duas linhas transversais cruzando as paralelas em ângulo visível.

3. Medir e marcar os segmentos:

Meça os segmentos formados pelas interseções e anote suas medidas.

4. Adição dos barbantes:

Cole barbantes sobre as linhas, usando cores diferentes para paralelas e transversais.

5. Relação proporcional:

Mostre que os segmentos nas transversais são proporcionais.

6. Escrever a fórmula:

Registre a relação proporcional do Teorema de Tales no artefato.

7. Finalização:

Verifique que a representação visual esteja clara para demonstrar o teorema.

Explicação Pedagógica:

Este artefato permite uma visualização prática do Teorema de Tales, tornando mais acessível a compreensão da proporcionalidade entre segmentos formados por linhas paralelas e transversais. É um recurso eficiente para conectar teoria e prática no ensino da geometria.

6 O CÁLCULO DO RAIO DA TERRA

O cálculo do raio da Terra, realizado por Eratóstenes de Cirene (276 a.C. – 194 a.C.), é um dos maiores marcos da ciência antiga. Matemático, astrônomo e bibliotecário da famosa Biblioteca de Alexandria, Eratóstenes, com observações simples e aplicação da geometria, conseguiu estimar com notável precisão o tamanho do nosso planeta.

Naquela época, os gregos já aceitavam a esfericidade da Terra, baseada em observações astronômicas e argumentos filosóficos. O desafio era determinar o tamanho desta esfera.

Figura 7: Atividade experimental desenvolvida com estudantes



Fonte: Produção do pesquisador (2024).

Eratóstenes soube de um fenômeno curioso na cidade de Siena (atual Assuã, Egito): ao meio-dia do solstício de verão, os raios solares atingiam o fundo de um poço verticalmente, indicando que o Sol estava no zênite. Já em Alexandria, na mesma data e horário, os objetos ainda projetavam sombras, revelando que o Sol não estava diretamente acima. Essa diferença de inclinação foi o ponto de partida para seu cálculo.

O Método de Eratóstenes

Eratóstenes seguiu estes passos:

1. Medida do Ângulo Solar em Alexandria:

Mediu o ângulo da sombra projetada por um obelisco, calculando cerca de $7,2^\circ$.

2. Geometria Esférica:

Compreendeu que o ângulo medido correspondia ao arco entre Alexandria e Siena na superfície da Terra.

3. Distância entre Alexandria e Siena:

Estimou-se a distância em **5.000 estádios** (cerca de 157,5 metros cada).

4. Cálculo da Circunferência:

Sabendo que $7,2^\circ$ corresponde a $1/50$ da circunferência total (pois $7,2^\circ \times 50 = 360^\circ$), multiplicou a distância entre as cidades por 50, obtendo 250.000 estádios (aproximadamente 39.375 km).

5. Cálculo do Raio da Terra:

Usando $C = 2\pi r$, estimou o raio em aproximadamente 6.262 km, muito próximo do valor atual: cerca de 6.371 km.

A Precisão de Eratóstenes

Para os recursos da época, o cálculo foi extraordinariamente preciso. A maior margem de erro estava na distância entre as cidades, baseada em medições por caravanas, não por instrumentos geodésicos.

Impacto e Relevância

- **Geografia:**

Fundamentou o desenvolvimento da cartografia científica.

- **Legado Científico:**

Demonstrou o uso da observação e da matemática para entender fenômenos naturais em grande escala.

- **Educação Matemática:**

É um exemplo didático clássico para ensinar geometria esférica e proporção.

- **Exploração:**

Influenciou avanços na navegação marítima e na compreensão das dimensões da Terra.

Conclusão

O trabalho de Eratóstenes é uma prova brilhante de como a observação atenta e a aplicação lógica podem transcender limitações tecnológicas. Seu método e resultados continuam a inspirar cientistas e educadores, demonstrando a força da curiosidade e da engenhosidade humanas.

Experimento Didático-Formativo

Objetivo Geral:

Desenvolver o pensamento teórico dos alunos, compreendendo os métodos geométricos utilizados para calcular o raio da Terra, explorando conceitos de geometria esférica, proporções e trigonometria.

Ação 1: Transformação dos dados da tarefa

Objetivo Específico:

Compreender a relação entre a medida da circunferência da Terra e o ângulo de observação.

Operações:

- Apresentação do problema histórico.
- Identificação das variáveis: distância entre cidades, ângulo do sol, altura dos objetos.
- Descoberta da relação proporcional entre ângulo da sombra e distância na superfície terrestre.

- Criação de modelo gráfico representando a relação.

Ação 2: Modelação da relação universal

Objetivo Específico:

Modelar graficamente e simbolicamente a relação entre o ângulo de observação e a circunferência da Terra.

Operações:

- Modelação gráfica da Terra e dos ângulos de sombra.
- Formalização da relação proporcional em equações.
- Simulação de diferentes valores de distância e ângulos.

Ação 3: Estudo das propriedades do modelo

Objetivo Específico:

Explorar como variações de ângulos e distâncias impactam o cálculo do raio.

Operações:

- Aplicação prática do modelo em diferentes cenários.
- Análise das variações do modelo em casos extremos.
- Generalização do modelo para outros corpos celestes.
- Refinamento do modelo considerando altura do observador e curvatura atmosférica.

Ação 4: Sistema de tarefas particulares

Objetivo Específico:

Aplicar o modelo em problemas práticos variados.

Operações:

- Criação de novos problemas sobre circunferências de outros corpos esféricos.
- Resolução das tarefas aplicando o modelo geral.
- Exploração de variações de parâmetros.
- Desenvolvimento de algoritmo geral para cálculo do raio.

Ação 5: Controle sobre as ações anteriores

Objetivo Específico:

Avaliar a compreensão dos estudantes.

Operações:

- Verificação das soluções.
- Discussão das dificuldades encontradas.
- Autoavaliação da aprendizagem.

Ação 6: Avaliação da assimilação do procedimento geral

Objetivo Específico:

Confirmar a internalização do procedimento.

Operações:

- Aplicação do conceito em novos contextos.
- Discussão em grupo sobre adaptações do modelo.
- Autoavaliação final, refletindo sobre a importância do experimento.

Considerações do Experimento

Este experimento propicia aos alunos uma compreensão profunda dos conceitos de geometria esférica e proporção, seguindo a abordagem de Dávidov para ascensão do concreto ao abstrato e retorno ao concreto. Os alunos internalizam a teoria ao aplicar o método de Eratóstenes, compreendendo não apenas o cálculo em si, mas também sua relevância histórica e científica.

Construção do Artefato: Método de Eratóstenes

Objetivo:

Construir um modelo visual e prático que simule o método de Eratóstenes para calcular o raio da Terra.

Materiais Necessários:

- Dois postes ou bastões iguais
- Base de papelão ou madeira
- Lanterna ou lâmpada
- Transferidor
- Barbante ou régua
- Cola ou fita adesiva

Passo a Passo:

1. Montagem dos dois postes:

Fixe-os na base, representando as cidades de Siena e Alexandria.

2. Simulação da luz solar:

Posicione a lanterna de modo que sua luz represente os raios solares.

3. Medida das sombras:

Incline a luz para que um poste não projete sombra e o outro, sim.

4. Medida do ângulo:

Use o transferidor para medir o ângulo da sombra.

5. Medida da distância:

Meça a distância entre os dois postes.

6. Cálculo:

Aplique a fórmula da proporção:

$$\frac{\text{circunferência da Terra}}{\text{distância entre as cidades}} = \frac{360^\circ}{\text{ângulo medido}}$$

Calcule o raio da Terra a partir da circunferência.

7. **Explicação:**

Explique como Eratóstenes usou esses princípios para realizar seu cálculo.

Explicação Pedagógica:

Este artefato proporciona uma vivência prática de geometria esférica, reforçando conceitos de proporção e observação científica aplicada à compreensão do mundo real.

7 PROBLEMA DE BRAQUISTÓCRONA

O problema da braquistócrona é um clássico da matemática e da física. Seu nome vem do grego *brachistos* (o mais curto) e *chronos* (tempo). A questão consiste em determinar a curva pela qual uma partícula, sob a ação da gravidade e sem atrito, se deslocaria de um ponto a outro no menor tempo possível. Surpreendentemente, a trajetória mais curta em distância, que seria a linha reta, não é a resposta correta. A solução é uma curva chamada cicloide.

Figura 8: Um clássico da matemática



Fonte: Produção do pesquisador (2024).

Origens do Problema

Formulado em 1696 por Johann Bernoulli, o problema foi lançado como desafio a grandes matemáticos de sua época, incluindo Isaac Newton, Gottfried Leibniz e Jacob Bernoulli. Tornou-se rapidamente uma referência na história do cálculo variacional, inaugurando uma nova forma de pensar problemas que envolvem otimização.

A Solução

Resolver o problema requer encontrar a curva $y(x)$ que minimize o tempo de descida da partícula. Com auxílio do cálculo e da mecânica, conclui-se que a curva ideal é uma cicloide invertida, definida parametricamente por:

$$x = r(\theta - \sin \theta), \quad y = r(1 - \cos \theta)$$

Onde:

- r é o raio da cicloide;
- θ é o parâmetro angular.

Essa solução se conecta ao princípio de Fermat, que afirma que a luz sempre segue o caminho de menor tempo — neste caso, aplicado ao movimento de partículas.

Contribuições Notáveis

- **Isaac Newton:**

Resolveu o problema em apenas uma noite, usando métodos geométricos, e mostrou a conexão com as leis do movimento.

- **Johann e Jacob Bernoulli:**

Johann apresentou a primeira solução completa usando conceitos de energia cinética e potencial. Jacob, por sua vez, ofereceu outra solução que ajudou a consolidar o problema como fundamental no estudo do cálculo variacional.

- **Gottfried Leibniz:**

Aplicou seu método de cálculo diferencial e integral para encontrar a solução, reforçando a interdisciplinaridade do problema.

Impacto na Matemática

O problema da braquistócrona impulsionou o desenvolvimento do **cálculo variacional**, ramo da matemática que busca encontrar funções que otimizam certas grandezas.

Além disso, abriu caminho para conceitos como:

- **Princípio da ação mínima** de Maupertuis;

- **Princípio de Hamilton**, base da mecânica clássica, óptica e teoria quântica.

Aplicações Modernas

O estudo da braquistócrona segue relevante em:

- **Engenharia de transportes:**

Aplicado em projetos de montanhas-russas e túneis otimizados.

- **Dinâmica de fluidos:**

Modelagem de fluxos que minimizam tempos de trânsito.

- **Óptica:**

Trajetórias da luz em diferentes meios.

Conclusão

Mais do que um desafio matemático histórico, o problema da braquistócrona é uma demonstração poderosa de como a matemática pode resolver questões práticas do mundo físico. Seu estudo marca a transição para uma matemática dinâmica e aplicada, legado que inspira até hoje.

Experimento Didático-Formativo

Objetivo Geral:

Desenvolver o pensamento teórico dos alunos ao explorar o problema da braquistócrona, com foco na otimização de trajetórias e na aplicação de conceitos de cálculo diferencial, geometria e física.

Ação 1: Transformação dos dados da tarefa

Objetivo Específico:

Compreender a relação entre o tempo mínimo de deslocamento e a forma da curva ideal (ciclóide).

Operações:

- Apresentação do problema histórico.
- Identificação de variáveis: gravidade, altura, tempo.
- Descoberta da curva cicloide como solução.
- Criação de um modelo gráfico da cicloide.

Ação 2: Modelação da relação universal**Objetivo Específico:**

Representar graficamente e simbolicamente a relação entre tempo de deslocamento e a forma da curva.

Operações:

- Desenho da cicloide e de outras trajetórias para comparação.
- Formalização da equação da cicloide.
- Simulação do deslocamento ao longo das diferentes trajetórias.

Ação 3: Estudo das propriedades do modelo**Objetivo Específico:**

Investigar como variações no ponto de partida ou na gravidade afetam o tempo de deslocamento.

Operações:

- Aplicação do modelo em diferentes cenários.
- Análise comparativa com outras curvas.
- Generalização para outras trajetórias otimizadas.
- Refinamento do modelo considerando fatores como atrito.

Ação 4: Sistema de tarefas particulares**Objetivo Específico:**

Aplicar o modelo da cicloide em novos problemas de otimização.

Operações:

- Criação de problemas variados sobre trajetórias ideais.
- Resolução dos problemas com base na equação da cicloide.
- Exploração de variações nas condições do problema.
- Desenvolvimento de um algoritmo para determinar a curva ideal.

Ação 5: Controle sobre as ações anteriores**Objetivo Específico:**

Avaliar a compreensão dos alunos.

Operações:

- Verificação das respostas.
- Discussão das dificuldades enfrentadas.
- Autoavaliação dos grupos sobre o processo de aprendizagem.

Ação 6: Avaliação da assimilação do procedimento geral**Objetivo Específico:**

Confirmar a internalização do procedimento geral.

Operações:

- Aplicação do conceito em novos contextos e desafios.
- Discussão em grupo sobre adaptação do modelo a outras situações.
- Autoavaliação final sobre a aprendizagem e aplicações do conceito.

Conclusão do Experimento

Os alunos terão compreendido profundamente o problema da braquistócrona e a importância da otimização de trajetórias. Trabalhando com a solução histórica da cicloide, integrarão conhecimentos de matemática e física, desenvolvendo pensamento teórico e crítico. Este processo acompanha a proposta de ascensão do concreto ao abstrato e retorno ao concreto, da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov.

Construção do Artefato: Problema da Braquistócrona

Objetivo:

Construir um modelo prático para demonstrar o conceito da curva braquistócrona por meio de trilhos com diferentes formas.

Materiais Necessários:

- Três trilhos: reto, parabólico e em formato de cicloide.
- Esferas de aço, vidro ou plástico.
- Base inclinada (aprox. 1 metro de altura).
- Cronômetros.
- Marcadores para pontos de partida e chegada.
- Régua ou fita métrica.
- Cola ou fixadores.

Passo a Passo:

1. Preparação da base:

Instale a base inclinada para fixar os trilhos.

2. Construção dos trilhos:

- *Trilho reto*: Direto do ponto A ao B.
- *Trilho parabólico*: Curva suave.
- *Trilho cicloide*: Curva mais acentuada no início, suavizando ao final.

3. **Fixação dos trilhos:**

Assegure que todos tenham o mesmo ponto de início e fim.

4. **Teste com esferas:**

Solte as esferas simultaneamente e cronometre o tempo de descida.

5. **Medição dos tempos:**

Compare os resultados. A esfera no trilho em formato de cicloide deve chegar primeiro, mesmo percorrendo um caminho mais longo.

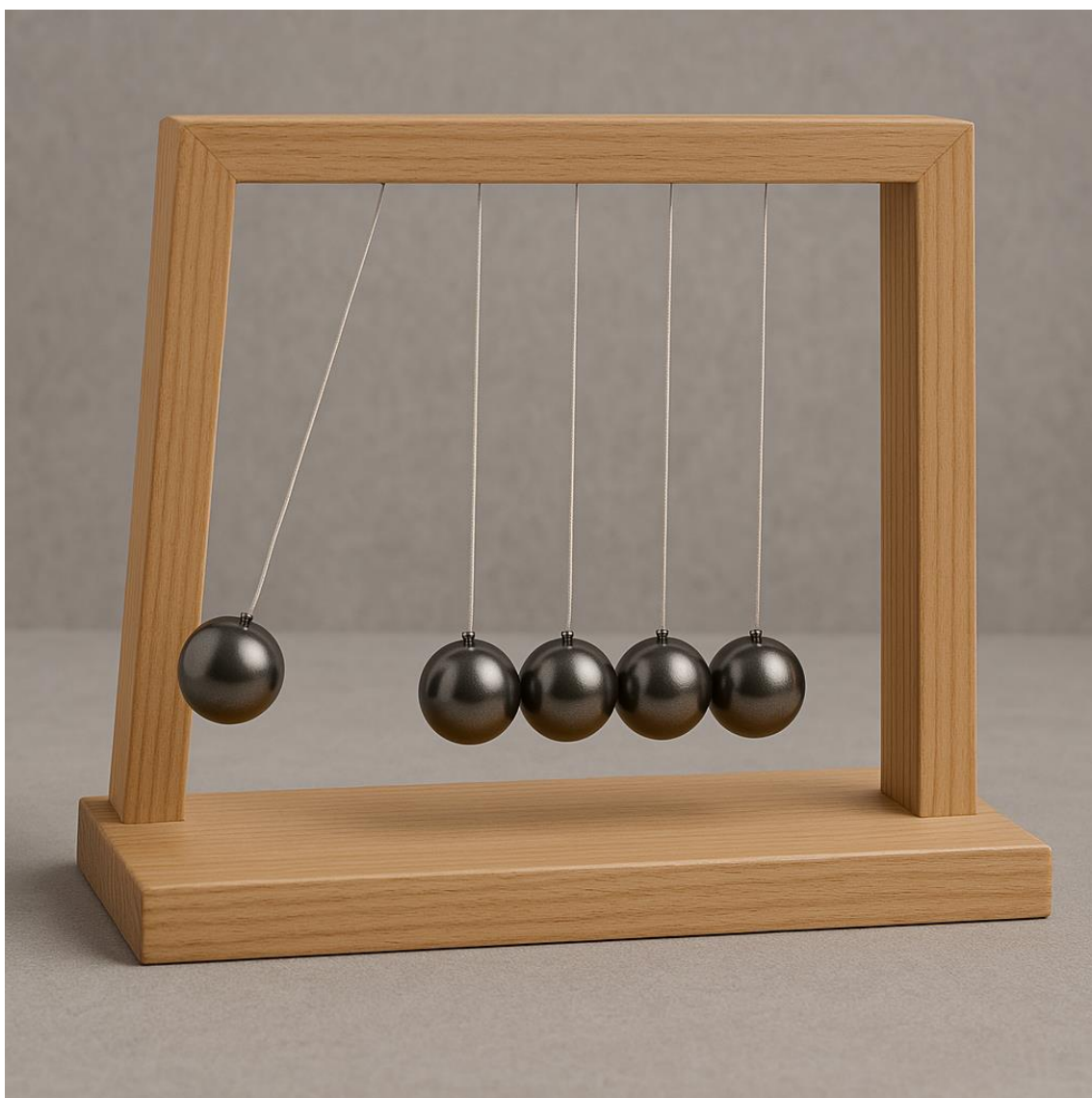
Explicação Pedagógica:

Este artefato evidencia visual e experimentalmente que a curva braquistócrona permite uma descida mais rápida, mesmo percorrendo uma distância maior, e reforça a importância dos conceitos de tempo mínimo e otimização na física e na matemática.

8 O PÊNDULO DE NEWTON

O Pêndulo de Newton, também conhecido como "Bolas de Newton", é um dispositivo clássico que ilustra, de maneira visual e prática, princípios fundamentais da mecânica clássica, como a conservação de energia e da quantidade de movimento. Apesar do nome, não há evidências de que Isaac Newton tenha criado ou descrito o dispositivo. Sua popularização ocorreu posteriormente, como uma homenagem ao trabalho de Newton nas leis do movimento.

Figura 9: Esferas de Newton



Fonte: Elaborada pelo autor a partir de imagem gerada por inteligência artificial (DALL·E, 2024).

O Pêndulo de Newton: História, Física e Aplicações

O Pêndulo de Newton, também conhecido como "Bolas de Newton", é um dispositivo clássico que ilustra, de maneira visual e prática, princípios fundamentais da mecânica clássica, como a conservação de energia e da quantidade de movimento. Apesar do nome, não há evidências de que Isaac Newton tenha criado ou descrito o dispositivo. Sua popularização ocorreu posteriormente, como uma homenagem ao trabalho de Newton nas leis do movimento.

O que é o Pêndulo de Newton?

O Pêndulo de Newton consiste em uma série de esferas idênticas suspensas por fios, alinhadas horizontalmente de forma que cada esfera toque a outra em repouso. Quando uma ou mais esferas são deslocadas e liberadas, elas colidem com as demais, gerando movimentos que ilustram com clareza os conceitos físicos.

Fenômenos principais observados:

1. Conservação de Energia:

A energia cinética transferida nas colisões é quase totalmente conservada (desconsiderando perdas por atrito e deformações).

2. Conservação da Quantidade de Movimento:

A quantidade de movimento (produto da massa pela velocidade) é transferida entre as esferas, mantendo-se constante no sistema.

História e Origens

Embora frequentemente associado ao nome de Newton, o dispositivo foi descrito mais tarde por Edme Mariotte, cientista francês que estudou colisões elásticas no século XVII.

Foi apenas no século XX que o pêndulo se popularizou como ferramenta de demonstração das leis de Newton, sobretudo em ambientes educacionais.

Funcionamento e Física Envolvida

1. Quando uma esfera é levantada e liberada:

Ela transfere sua energia e quantidade de movimento para a esfera oposta, que se desloca com velocidade similar.

2. Quando duas ou mais esferas são levantadas:

O mesmo número de esferas na extremidade oposta se desloca, respeitando a conservação da quantidade de movimento.

3. Colisões Elásticas:

O comportamento ideal assume colisões perfeitamente elásticas, sem perda de energia durante o impacto.

4. Equações Fundamentais:

As equações de conservação da energia e da quantidade de movimento explicam a transferência entre as esferas.

Aplicações e Importância

O Pêndulo de Newton tem diversas aplicações e também serve como símbolo visual de equilíbrio e continuidade.

1. Ensino de Física e Engenharia:

Utilizado para demonstrar, de forma prática, as leis da conservação de energia e da quantidade de movimento.

2. Design e Estética:

Tornou-se um objeto decorativo associado à ciência e ao movimento contínuo.

3. Psicologia e Simbolismo:

Representa a transferência de energia e o impacto das ações em sistemas interconectados.

4. Pesquisa em Dinâmica de Impactos:

É uma referência inicial para entender colisões em sistemas mais complexos, como na física de partículas.

Limitações

- As esferas não colidem perfeitamente, o que gera perdas de energia.

- Em condições reais, o atrito nos pontos de suspensão e a resistência do ar reduzem o tempo de movimento.
- Não ilustra colisões inelásticas, onde parte da energia é dissipada por deformação.

Conclusão

O Pêndulo de Newton é uma criação elegante que conecta conceitos fundamentais da física a uma apresentação visual clara e instigante. Mesmo com suas limitações, continua sendo uma ferramenta eficaz para despertar a curiosidade científica e reforçar o entendimento das leis de Newton, inspirando estudantes de todas as idades.

Contextualização e Motivação Inicial

Objetivo:

Introduzir o conceito do Pêndulo de Newton e captar o interesse dos alunos.

- **Exposição do Artefato:**

- ✓ O professor apresenta o Pêndulo de Newton e faz uma breve demonstração.
- ✓ Estimula os alunos a formularem hipóteses sobre o que acontece ao movimentar diferentes números de esferas.

- **Conexão com a Matemática:**

- Explicar que o objetivo da aula será analisar matematicamente os padrões do movimento, explorando proporcionalidade, funções e periodicidade.

Ação 1: Exploração Inicial e Observação

Objetivo:

Familiarizar os alunos com o funcionamento do Pêndulo de Newton e iniciar a coleta de dados.

1. **Divisão em Grupos:**

- ✓ Cada grupo recebe um mini pêndulo ou improvisa um modelo.
- ✓ Realizam experimentos deslocando diferentes números de esferas (1, 2, 3, etc.).

2. **Registro das Observações:**

- ✓ Número de esferas deslocadas.
- ✓ Comportamento das esferas do lado oposto.
- ✓ Tempo até o sistema retornar ao equilíbrio.

3. **Análise Inicial:**

- ✓ Os grupos discutem padrões percebidos.

Ação 2: Descoberta de Relações Matemáticas

Objetivo:

Construir modelos matemáticos para descrever o funcionamento do pêndulo.

1. **Discussão Guiada:**

- ✓ Explorar relações entre número de esferas movimentadas, reação das esferas opostas e tempo de oscilação.

2. **Construção de Gráficos e Tabelas:**

- ✓ Representar dados coletados e identificar padrões.

3. **Formalização Matemática:**

- ✓ Desenvolver regras que descrevam as relações observadas, como a oscilação periódica e proporcionalidade.

Ação 3: Aplicação Prática

Objetivo:

Resolver problemas usando os modelos desenvolvidos.

1. **Problemas Propostos:**

- ✓ Ex.: "Quantas esferas precisam ser deslocadas para que três se movam do lado oposto?"

2. **Simulações e Testes:**

- ✓ Os alunos testam suas previsões e ajustam os cálculos conforme necessário.

Ação 4: Avaliação e Reflexão

Objetivo:

Consolidar o aprendizado e avaliar a compreensão.

1. **Discussão em Grupo:**

- ✓ Analisar conceitos aplicados e desafios enfrentados.

2. **Reflexão Individual:**

- ✓ Responder: "Como o Pêndulo de Newton demonstra a aplicação da matemática no mundo real?"

3. **Revisão do Professor:**

- ✓ Revisar tabelas, gráficos e conclusões dos alunos, conectando-os a conceitos de energia, sistemas periódicos e funções.

Aspectos Pedagógicos e Interdisciplinares

- **Interdisciplinaridade:**

Relação com Física (conservação de energia), Engenharia e Tecnologia.

- **Desenvolvimento de Competências:**

- Matemática: Modelagem, análise de padrões e representação gráfica.
- ✓ Colaboração: Trabalho em grupo.
- ✓ Pensamento Crítico: Análise e ajustes dos modelos.

Resultados Esperados

Ao final da aula, os alunos deverão ser capazes de:

1. Identificar e descrever padrões do funcionamento do Pêndulo de Newton.
2. Construir modelos matemáticos simples para explicar esses padrões.
3. Aplicar os modelos para resolver problemas e fazer previsões.
4. Reconhecer as conexões entre matemática e situações práticas do cotidiano.

Construção do Artefato: Pêndulo de Newton

Objetivo:

Construir um modelo funcional do Pêndulo de Newton para observação prática.

Materiais Necessários:

- Esferas (5 a 7 unidades): bolas de aço ou rolamentos.
- Fios de nylon ou barbante fino.
- Estrutura de suporte (madeira, cabide ou estrutura similar).
- Cola epóxi para fixar os fios às esferas.
- Régua para alinhar as esferas.
- Tesoura ou alicate.
- Fita adesiva ou grampos (opcional).

Passo a Passo:

1. Preparação da Estrutura:

- ✓ Construa uma base estável, em formato de “U” invertido.

2. Corte dos Fios:

- ✓ Fios de igual comprimento para alinhamento das esferas.

3. Fixação dos Fios às Esferas:

- ✓ Cole os fios no topo das esferas com epóxi.

4. Pendurar as Esferas:

- ✓ Prenda os fios na barra superior da estrutura.

5. Ajuste do Alinhamento:

- ✓ As esferas devem ficar alinhadas e quase se tocando.

6. Testes:

- ✓ Puxe uma ou mais esferas e solte. Observe o funcionamento e faça ajustes se necessário.

Dicas para Melhor Resultado:

- Utilize esferas de aço para maximizar a eficiência.
- Verifique a tensão dos fios.
- Use um nível para garantir o alinhamento horizontal.

Personalizações:

- Decoração e pintura das esferas.
- Exploração de diferentes tamanhos para observação de variações no movimento.

Segurança:

- Garanta que a estrutura esteja firme e segura, especialmente se for usada com crianças.

9 MÁQUINA A VAPOR DE HERON

A máquina a vapor de Heron, também conhecida como *Aeolípila*, é considerada o primeiro dispositivo a vapor registrado na história. Inventada no século I d.C. pelo matemático e engenheiro grego Heron de Alexandria, esse mecanismo simples, mas revolucionário, marca o início da utilização da energia do vapor como força motriz.

Figura 10: Dispositivo a vapor de Heron



Fonte: Produção do pesquisador (2024).

Contexto Histórico

Heron de Alexandria foi um prolífico inventor e escritor técnico que viveu no Egito sob domínio romano. Suas obras, como *Pneumatica*, detalham uma série de dispositivos movidos a ar, vapor e pressão hidráulica, muitos dos quais eram usados para entretenimento e demonstrações científicas.

A *Aeolípila*, descrita em *Pneumatica*, consistia em uma esfera oca que girava sob a força do vapor emitido por bocais angulados. Embora tenha sido um avanço notável,

seu potencial prático não foi explorado para fins industriais ou comerciais na época, sendo vista principalmente como uma curiosidade científica.

Funcionamento

A máquina consistia em três partes principais:

1. **Recipiente de água aquecido:** geralmente uma caldeira ou base para ferver a água.
2. **Esfera oca montada em um pivô:** conectada à caldeira por tubos.
3. **Bocais angulados:** por onde o vapor escapava, gerando torque e fazendo a esfera girar.

O calor aplicado fazia a água ferver, e o vapor subia pelos tubos até a esfera. O vapor escapava pelos bocais inclinados, criando movimento de rotação pela força de reação.

Relevância e Limitações

Embora tenha sido um marco no uso do vapor como fonte de energia, a *Aeolípila* teve impacto limitado na época devido a dois fatores principais:

1. **Percepção como curiosidade:** Vista como um dispositivo de entretenimento ou demonstração científica, e não como uma máquina para uso prático.
2. **Falta de tecnologia complementar:** A ausência de engrenagens e sistemas de transmissão mecânica impediu sua aplicação em larga escala.

Ainda assim, a invenção de Heron foi uma demonstração brilhante dos princípios da física aplicados ao vapor e à mecânica.

Contribuições Científicas

- **Pioneirismo:** Heron foi o primeiro a aplicar vapor de forma controlada para gerar movimento mecânico, lançando as bases da termodinâmica.
- **Inspiração para gerações futuras:** Sua criação inspirou engenheiros e cientistas séculos depois, especialmente durante a Revolução Industrial.

Impacto Moderno

Embora não tenha sido aplicada como máquina prática em sua época, a *Aeolípila* antecipou o funcionamento das máquinas a vapor que revolucionaram a indústria no século XVIII, com nomes como Thomas Newcomen e James Watt.

Conclusão

A máquina a vapor de Heron é um exemplo notável da engenhosidade antiga, demonstrando a curiosidade científica e a busca por compreender os fenômenos naturais. Sua importância histórica vai além da aplicação prática imediata, pois abriu caminho para a exploração do vapor como fonte de energia e para o desenvolvimento das tecnologias térmicas modernas.

Experimento Didático-Formativo: Máquina de Heron

Objetivo Geral:

Desenvolver o pensamento teórico dos alunos por meio da compreensão dos princípios físicos e matemáticos da máquina de Heron, explorando pressão, força, torque e a conversão de energia térmica em energia mecânica.

Ação 1: Revelação da Relação Universal

Objetivo:

Compreender como o aumento da pressão do vapor gera força suficiente para produzir movimento rotacional.

Operações:

- Apresentação da máquina de Heron e demonstração do funcionamento básico.
- Identificação das variáveis: quantidade de água, temperatura, pressão do vapor e formato dos bicos.
- Descoberta da relação entre pressão do vapor e rotação da máquina.
- Criação de modelos gráficos ilustrando a geração de torque pelo vapor.

Ação 2: Modelação da Relação Universal

Objetivo:

Representar matematicamente a conversão de energia térmica em energia mecânica.

Operações:

- Construção de gráficos relacionando pressão e velocidade de rotação.
- Formalização da relação pressão-torque com uma equação matemática.
- Simulações para observar a influência da pressão na rotação da máquina.

Ação 3: Estudo das Propriedades do Modelo**Objetivo:**

Investigar como diferentes pressões e designs de bicos afetam a eficiência do movimento rotacional.

Operações:

- Cálculos aplicando o modelo para diferentes pressões e designs.
- Análise de eficiência de acordo com as variações de design.
- Comparação com outros dispositivos térmico-mecânicos.
- Refinamento do modelo para incluir fatores como atrito e altura do eixo.

Ação 4: Aplicação do Modelo em Problemas Práticos**Objetivo:**

Consolidar o conhecimento aplicando o modelo a diferentes situações.

Operações:

- Criação de novos problemas envolvendo força e torque da máquina.
- Resolução das tarefas utilizando o modelo matemático.
- Exploração de variações no projeto da máquina para otimização.
- Desenvolvimento de um algoritmo geral para cálculos da máquina de Heron.

Ação 5: Controle e Avaliação das Ações Anteriores

Objetivo:

Avaliar a compreensão dos alunos sobre os conceitos de pressão, torque e movimento rotacional.

Operações:

- Revisão dos cálculos e soluções dos alunos.
- Discussão sobre as dificuldades e superação de desafios.
- Autoavaliação da aprendizagem.

Ação 6: Avaliação Final da Assimilação do Procedimento

Objetivo:

Verificar a internalização do conceito e sua aplicação em novos contextos.

Operações:

- Aplicação dos princípios da máquina de Heron em novos desafios, como comparação com turbinas modernas.
- Discussão sobre possíveis adaptações do modelo para outras aplicações térmicas.
- Reflexão final sobre o processo de aprendizagem.

Construção do Artefato: Máquina de Heron

Objetivo:

Construir uma *Aeolípila* funcional para demonstrar a conversão de energia térmica em energia mecânica.

Materiais:

- Esfera oca metálica
- Tubos de cobre
- Tampas de garrafa ou rolamentos
- Fonte de calor portátil
- Arame para suporte
- Cola epóxi resistente ao calor
- Água
- Base de suporte (madeira ou metal)
- Alicates, furadeira, serra pequena, fita isolante

Passo a Passo:

1. Preparar a esfera metálica com dois furos opostos.
2. Instalar tubos de cobre curvados nos furos.
3. Vedação cuidadosa com cola epóxi.
4. Criar um eixo para a esfera e fixá-la na estrutura de suporte.
5. Encher parcialmente com água.
6. Aquecer a esfera até gerar vapor.
7. Observar a rotação causada pela liberação do vapor.

Dicas de Segurança:

- Utilize proteção ao manusear calor.
- Realize o experimento em local bem ventilado.

Este experimento não apenas ensina conceitos fundamentais de física, mas também contextualiza a importância histórica da máquina de Heron, aproximando teoria e prática de forma envolvente e acessível.

10 ASTROLÁBIO

O astrolábio é um dos instrumentos científicos mais antigos e versáteis, utilizado por séculos para medir a posição dos astros, determinar horários e auxiliar na navegação. Sua origem remonta à Antiguidade clássica, mas seu desenvolvimento e aplicação atravessaram várias culturas, dos gregos antigos aos árabes e europeus medievais.

Figura11: Instrumento para medir a posição dos astros



Fonte: elaborada pelo autor a partir de imagem gerada por inteligência artificial (DALL·E, 2024).

Origem e Desenvolvimento

1. Raízes na Antiguidade Grega:

✓ O conceito do astrolábio é atribuído ao astrônomo grego Hiparco de Niceia (século II a.C.), que desenvolveu a projeção estereográfica — um método matemático que permite representar uma

esfera (como o céu) em uma superfície plana. Esse princípio é a base do funcionamento do astrolábio.

✓ A invenção do astrolábio propriamente dito é creditada a Cláudio Ptolomeu (século II d.C.), que descreveu um instrumento semelhante em sua obra *Almagesto*.

2. Desenvolvimento Islâmico:

✓ O astrolábio atingiu seu auge durante a Idade de Ouro Islâmica (séculos VIII a XIII), quando foi aprimorado e amplamente utilizado por astrônomos como Al-Farghani, Al-Zarqali e Al-Battani.

✓ Os artesãos islâmicos produziram versões altamente precisas e detalhadas, adicionando escalas que permitiam cálculos avançados, como a determinação dos horários das orações e a orientação para Meca.

3. Disseminação na Europa:

✓ O astrolábio chegou à Europa por meio das traduções de textos árabes durante o Renascimento Carolíngio e foi amplamente adotado na Idade Média.

✓ Grandes estudiosos europeus, como Gerardo de Cremona e Regiomontanus, contribuíram para sua disseminação, especialmente nas áreas de astronomia e navegação.

Estrutura do Astrolábio

O astrolábio é composto por diversas partes que colaboram para suas múltiplas funções:

- **Mater:** A base circular do instrumento, que abriga os componentes principais.
- **Rete:** Uma grade que representa as estrelas fixas e gira em torno de um eixo central.
- **Almucântaras:** Linhas circulares que representam altitudes no céu.
- **Placas:** Discos intercambiáveis gravados para diferentes latitudes.
- **Alidade:** Régua móvel usada para alinhar o astrolábio com os astros.

Usos do Astrolábio

O astrolábio era um instrumento multifuncional, utilizado em diversas áreas:

1. **Astronomia:**

- ✓ Determinação da altura de estrelas e planetas acima do horizonte.
- ✓ Cálculo da hora local com base na posição do Sol ou das estrelas.

2. **Navegação:**

- ✓ Auxílio aos navegadores para determinar a latitude no mar.
- ✓ Facilitação da orientação pelas estrelas.

3. **Religião:**

- ✓ No mundo islâmico, era utilizado para definir o momento exato das orações e a direção de Meca (qibla).

4. **Educação:**

- ✓ Ferramenta pedagógica para ensinar princípios de astronomia e geometria esférica.

Declínio e Legado

Com o advento de instrumentos mais avançados, como o sextante no século XVIII, o uso do astrolábio começou a declinar. Contudo, ele permaneceu valorizado como ferramenta educativa e artefato histórico.

Seu legado é duradouro:

- Reconhecido como uma conquista científica que simboliza a fusão entre astronomia, matemática e engenharia.
- Suas inovações influenciaram o desenvolvimento de instrumentos modernos de observação e medição.

Conclusão

O astrolábio é uma prova da engenhosidade humana ao longo da história, representando o esforço de várias civilizações para compreender e explorar o cosmos.

Mais do que um simples instrumento, ele simboliza a curiosidade científica e o intercâmbio cultural entre Oriente e Ocidente. Séculos após sua invenção, continua a inspirar astrônomos, historiadores e admiradores da ciência.

Experimento Didático-Formativo: Astrolábio

Objetivo Geral:

Desenvolver o pensamento teórico dos alunos por meio da exploração do astrolábio, focando na medição de ângulos de altura, localização de corpos celestes e aplicação prática da trigonometria básica.

Ação 1: Transformação dos Dados da Tarefa para Revelar a Relação Universal

Objetivo Específico:

Introduzir a medição de ângulos de altura e sua relação com a trigonometria.

Operações:

- Apresentação do astrolábio e de suas partes principais: limbo, alidade e fio de prumo.
- Identificação das variáveis: ângulo de elevação, posição da alidade e leitura do fio de prumo.
- Compreensão da medição angular através do movimento da alidade.
- Construção de um diagrama representando o triângulo formado pelo observador, o astrolábio e o objeto observado.

Ação 2: Modelação da Relação Universal

Objetivo Específico:

Modelar matematicamente a relação entre o ângulo medido e a altura do objeto.

Operações:

- Desenho de um triângulo retângulo representando o cenário de medição.

- Formalização da relação com a fórmula da tangente:

$$\tan(\theta) = \text{altura} / \text{distância},$$

onde θ é o ângulo de elevação medido.

- Simulação de diferentes ângulos e distâncias para calcular variadas alturas.

Ação 3: Transformação do Modelo para Estudo de Propriedades

Objetivo Específico:

Explorar como diferentes ângulos influenciam a medição da altura.

Operações:

- Aplicação da fórmula para calcular alturas de diversos objetos.
- Discussão sobre a influência da distância do observador na precisão da medição.
- Comparação do astrolábio com outros métodos de medição de altura.

Ação 4: Construção de Tarefas Particulares para Procedimento Geral

Objetivo Específico:

Aplicar o modelo em diferentes situações práticas.

Operações:

- Criação de problemas envolvendo a medição de objetos altos, como prédios ou montanhas.
- Resolução das tarefas com o astrolábio, aplicando as fórmulas adequadas.
- Correção colaborativa das soluções e discussão dos cálculos.

Ação 5: Controle sobre as Ações Anteriores

Objetivo Específico:

Avaliar o progresso dos alunos na utilização do astrolábio e na aplicação da trigonometria.

Operações:

- Revisão das medições e cálculos.
- Discussão das dificuldades enfrentadas e possíveis ajustes.
- Autoavaliação dos alunos sobre seu desempenho.

Ação 6: Avaliação da Assimilação do Procedimento Geral**Objetivo Específico:**

Verificar a internalização dos conceitos e sua aplicação em novos contextos.

Operações:

- Proposição de novos desafios pelo professor.
- Discussão em grupo sobre a eficácia do astrolábio e comparação com outros instrumentos.
- Reflexão final sobre a relevância histórica e prática do astrolábio.

Conclusão do Experimento

Ao final do experimento, espera-se que os alunos compreendam como o astrolábio mede ângulos de altura e como aplicar a trigonometria para calcular alturas de objetos. O experimento destaca a importância do astrolábio na evolução da ciência e da navegação, demonstrando sua conexão entre matemática e astronomia de forma prática e histórica.

Construção do Artefato: Astrolábio Funcional**Materiais Necessários:**

- Placa de papelão rígido ou madeira fina (aprox. 20 cm de diâmetro)
- Impressão de modelo de astrolábio
- Transferidor
- Barbante (aprox. 30 cm)
- Pequeno peso (porca metálica ou pedra)
- Pino metálico ou tachinha
- Régua, tesoura, cola ou fita adesiva, lápis ou caneta

- Furador ou alfinete grosso

Passo a Passo:

1. Corte da base:

Corte um círculo de cerca de 20 cm de diâmetro e marque seu centro.

2. Aplicação do modelo:

Imprima e cole o modelo de astrolábio alinhado ao centro da base.

3. Escala angular:

Com o transferidor, desenhe uma escala de 0° a 90° na borda do astrolábio.

4. Construção da alidade:

Faça uma régua móvel com furo em cada extremidade e fixe-a no centro do astrolábio.

5. Adição do fio de prumo:

Amarre o barbante ao centro inferior do astrolábio e prenda o peso na extremidade livre.

6. Calibração:

Segure o astrolábio de modo que o fio de prumo fique livre e perpendicular ao solo.

7. Teste:

Mire a alidade para um objeto alto e faça a leitura do ângulo na escala.

Dicas de Segurança e Melhorias:

- Nunca observe o Sol diretamente!
- Para maior durabilidade, use materiais como acrílico ou metal fino.
- Adicione suporte para facilitar o uso em campo.

FINALIZANDO...

Chegamos ao fim deste caderno pedagógico, mas esperamos que ele marque apenas o começo de muitas descobertas! Que as experiências vividas na construção dos artefatos históricos e nas atividades propostas despertem ainda mais a curiosidade e o entusiasmo de professores e alunos.

Aqui, buscamos mais do que ensinar conteúdos: desejamos provocar perguntas, inspirar olhares atentos ao que está ao nosso redor e mostrar que a matemática e as ciências fazem parte da vida real, das soluções criativas e das grandes invenções da humanidade. Cada experimento, cada construção de modelo, cada reflexão que nasce deste material é uma ponte entre o passado e o futuro, entre a teoria e a prática, entre a escola e o mundo.

Que este caderno se torne uma ferramenta de transformação nas mãos de quem ensina e de quem aprende — um lembrete de que o conhecimento cresce quando é vivido com entusiasmo, curiosidade e coragem para explorar o desconhecido. Afinal, a aventura do saber nunca termina: ela se renova a cada experiência, a cada desafio e a cada olhar curioso lançado sobre o mundo!

A você, professor ou estudante, nosso sincero agradecimento por acreditar na força do conhecimento construído com as próprias mãos, no trabalho coletivo e na alegria da descoberta. Que este caderno se torne uma inspiração constante para ir além das páginas, para criar, experimentar e transformar ideias em experiências significativas.

A jornada do saber não termina aqui — pelo contrário, é apenas o começo. Levem adiante essa vontade de aprender e partilhar, pois cada passo dado em direção ao conhecimento abre novos caminhos para todos nós.

Obrigado por caminhar conosco nesta trajetória!

REFERÊNCIAS

DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigación psicológica teórica e experimental. Moscou: Editorial Progreso, 1989.

DAVÍDOV, V. V. **Problemas do Ensino Desenvolvidor**: investigação psicológica teórica e experimental. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2008.

DAVÍDOV, V. V. **Tipos de generalização no ensino**. São Paulo: Editora Unesp, 1988.

DUARTE, N. **Vigotski e o “aprender a aprender”**: crítica às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana. 4. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 3. ed. São Paulo: Unicamp, 2004.